Sapere Aude - Дерзай знать!
$\square$ ए
Ежемесячный журнал для старшеклассников и учителей №11, 2017



Hoвержност ное наняение жидкости
и ОПыты Плато


## Инженерная олимпиада <br> ШКОЛЬНИКОВ 2017-2018 учебного года

Несколько лет назад на карте олимпиадного движения страны появилась необычная олимпиада - Инженерная олимпиада школьников по физике. Организовали и проводят эту олимпиаду пять ведущих технических университетов России - Национальный исследовательский ядерный университет «ММФИ», Российский университет транспорта (МИИТ), Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ», Нижегородский государственный технический университет имени Р.E. Алексеева и Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва. В заданиях этой олимпиады рассматривается физика работы той или иной техники или инфраструктуры человечества. За пятьшесть лет олимпиада прошла длинный путь от нескольких десятков участников до семи с половиной тысяч, от трёх точек проведения до 26 региональных площадок (в том числе трех - за пределами РФ), от неясного и плохо определённого формата до продуманного задания по инженерной физике, включающего элементы прикладной механики и сопротивления

материалов, электротехники и электроники, технической термодинамики и технической оптики. За несколько лет в заданиях олимпиады встречались задачи, посвящённые работе многих инженерных устройств - прокатного стана, дифференциала автомобиля, шарнира Липкина-Посселье, подвесного моста, жидкостного насоса, уголкового отражателя и той физике, на основе которой они работают. Позже по нашему пути пошли и организаторы других известных олимпиад, вводя в свои олимпиады инженерные секции.

Инженерная олимпиада школьников входит в Перечень олимпиад школьников 2017-2018 учебного года (второй уровень), поэтому её победители и призёры получают особые права при поступлении в любые вузы РФ, а иностранные граждане могут претендовать на обучение в российских вузах за счёт средств государственного бюджета РФ (в рамках квот Poccoтрудничества РФ).

Ниже приводится задание первого отборочного тура Инженерной олимпиады школьников 2017-2018 учебного года.

# Задание первого отборочного тура 

## 9-10 классы

1. Три насоса откачивают воду из шахтного водосборника (резервуара, в котором скапливаются просачивающиеся в шахту грунтовые воды). Производительности насосов (объём откачанной за час воды) относятся друг к другу как $1: 2: 4$. При этом за время $t=3$ часа третий насос откачал на $\Delta V=9 \mathrm{~m}^{3}$ воды больше, чем второй. Найти производительности насосов.
2. Имеется водный раствор серной кислоты неизвестной концентрации. Из раствора взяли пятую часть и выпарили из неё воду до двукратного увеличения процентного содержания в ней кислоты. После того как этот выпаренный раствор вернули назад, процентное содержание кислоты в растворе стало равно $40 \%$. Найти процентное содержание кислоты в первоначальном растворе. Считать, что при выпаривании испарялась только вода, но не кислота.
3. В цилиндрическом сосуде площадью сечения $S=200$ см $^{2}$ закреплён поршень массой $m=2$ кг, в котором сделано маленькое отверстие. Если на поршень налить слой воды толщиной $h=10$ см, вода начнёт вытекать через отверстие со скоростью $v=1$ мл/с (рис. 1a). За какое время поршень опустится на дно сосуда, если его освободить, на дно сосуда налить слой воды толщиной $h=10$ см, а поршень поло-


Puc. 1

жить сверху на воду (рис. 1б)? Трение между поршнем и стенками сосуда отсутствует, но вода между стенками сосуда и поршнем просачиваться не может.
4. Два кольца радиуса $R$ изготовлены из одной и той же проволоки. Сопротивление проволоки, из которой изготовлено каждое кольцо, равно $r$. Кольца накладывают друг на друга так, что точки их касания опираются на сектор с углом раствора $\alpha=\pi / 3$. В точках контакта колец обеспечен хороший электрический контакт между ними. Кольца включают в электрическую цепь точками, наиболее удалёнными от области пересечения (см. рис. 2). Найти сопротивление такой цепи.


Puc. 2
5. Имеется два сосуда, содержащих одинаковые массы горячей и холодной воды ( $t_{1}=50{ }^{\circ} \mathrm{C}$ и $\left.t_{2}=10{ }^{\circ} \mathrm{C}\right)$. Порцию холодной воды перелили в сосуд с горячей водой и перемешали. Температура горячей воды уменьшилась на $\Delta t=10^{\circ} \mathrm{C}$. После этого такую же порцию горячей воды перелили в сосуд с холодной и перемешали. Затем эту процедуру повторяют. Сколько таких парных переливаний таких же порций воды («тудасюда») нужно сделать, чтобы разность температур воды в сосудах была меньше $1^{\circ} \mathrm{C}$ ? Теплопотерями пренебречь.
6. В дне ёмкости для некоторой жидкости есть круглое отверстие радиуса $r$. Отверстие затыкают пробкой в форме конуса с углом раствора $\alpha$ и радиусом основания $R$ ( $R>r$ ). При какой максимальной плотности материала пробки она всплывёт при наливании в сосуд жидкости? Плотность жидкости $\rho_{0}$ считать известной.

Указание. Объём конуса определяется формулой $V=(1 / 3) \pi r^{2} h$, где
$r$ - радиус основания конуса, $h$ - высота конуса.


Puc. 3

## 11 класс

1. Задача 2 из задания для $9-10$ классов.
2. Задача 3 из задания для $9-10$ классов.
3. Имеется электрическая цепь, состоящая из большого количества пассивных элементов (т.е. не вносящих в цепь энергию; на рис. 4 показана часть этой цепи). Как, имея амперметр, вольтметр, источник тока и провода, измерить сопротивление одного из резисторов, не удаляя его из цепи (например, резистора $A B$ )? Разрешается: подключаться к любым точкам цепи. Не разрешается: удалять элементы из данной цепи, разрывать соединения или провода данной цепи. Опишите последовательность действий и дайте их обоснование. Считайте, что сопротивления амперметра, источника тока и данных соединительных проводов очень малы, сопротивление вольтметра очень велико.


Puc. 4
4. Горизонтальная лента транспортёра, движущаяся со скоростью $v=1 \mathrm{~m} / \mathrm{c}$, перемещает песок от бункера до пескоприёмника (рис. 5). Скорость выхода песка из бункера (расход песка) составляет $\mu=20$ кг/с. Оцените, какую мощность должен развивать для этого мотор двигателя транспортёра, считая, что мощность, необходимая для перемещения самого транспортёра, мала.


Pис. 5
5. Плоский механизм, который называется линейкой эллипсографа, состоит из двух точечных «ползунов» $A$ и $B$ (деталей, способных перемещаться вдоль направляющих), связанных стержнем длиной $l$, шарнирно прикрепённым к ползунам (см. рис. 6; ползуны обозначены темными прямоугольниками). Пусть ползуны движутся по закону $x_{A}(t)=l \cos t, y_{A}(t)=0$,

## Олимпиады

$x_{B}(t)=0, y_{B}(t)=l \sin t$. По какой траектории движется точка $C$, являющаяся серединой отрезка $A B$ ?


Puc 6
Найти ускорение точки $C$ в тот момент, когда стержень $A B$ наклонён к оси $x$ под углом $60^{\circ} \mathrm{C}$. Ответ обосновать.
6. В зоопарке аквариум (рис. 7) для содержания теплолюбивых рыб ( $t_{1}=25^{\circ} \mathrm{C}$ ) переделывают для содержания холодоустойчивых ( $t_{2}=12^{\circ} \mathrm{C}$ ). Для этого из аквариума убирают нагреватель, а монтируют в нём систему охлаждения, которая пред-


Puc. 7
ставляет трубку с протекающей по ней водопроводной водой. Какой расход водопроводной воды с температурой $t_{3}=8{ }^{\circ} \mathrm{C}$ нужно обеспечить в трубке (масса воды в секунду), чтобы добиться заданной температуры воды в аквариуме? Считать, что эффективность системы охлаждения такова, что водопроводная вода вытекает из неё, имея температуру воды в аквариуме. Известно, что при содержании теплолюбивых рыб использовался нагреватель мощностью $P=75$ Вт, а температура воздуха в помещении фиксирована и равна $t_{0}=20^{\circ} \mathrm{C}$. Удельная теплоёмкость воды $c=4,2 \cdot 10^{3}$ Дж $/($ кг $\cdot$ К).

## Решения

## 9-10 классы

1. Пусть производительности насосов $p_{1}, p_{2}$ и $p_{3}$. Имеем из условия

$$
\left\{\begin{array}{l}
2 p_{1}=p_{2} \\
2 p_{2}=p_{3} \\
\left(p_{3}-p_{2}\right) t=\Delta V
\end{array}\right.
$$

Решая эту систему уравнений, получим

$$
\begin{aligned}
& p_{1}=\frac{\Delta V}{2 t}=1,5 \mathrm{~m}^{3} / \mathrm{ч} \\
& p_{2}=\frac{\Delta V}{t}=3 \mathrm{~m}^{3} / \mathrm{ч} \\
& p_{3}=\frac{2 \Delta V}{t}=6 \mathrm{~m}^{3} / \mathrm{\varphi}
\end{aligned}
$$

2. Пусть масса кислоты в растворе $m$, масса раствора (до выпаривания воды) M. Тогда концентрация раствора до выпаривания равна

$$
C=\frac{m}{M} .
$$

Для выпаривания мы взяли массу раствора $0,2 M$ (содержащую $0,2 m$ кислоты) и выпарили так, что концентрация этой порции раствора возросла вдвое. Для этого полная масса выпариваемого раствора должна уменьшится вдвое - т.е. стать 0,1 М (притом, что кислота по условию не

испаряется). Поэтому полная масса раствора (после смешивания) равна $0,8 M+0,1 M=0,9 M$ при условии, что масса кислоты в растворе не изменилась. Поэтому новая концентрация раствора равна

$$
C_{1}=\frac{m}{0,9 M}=\frac{C}{0,9}
$$

Отсюда

$$
C=0,9 C_{1}=36 \% .
$$

3. Очевидно, количество воды, протекающей в единицу времени через малое отверстие (расход воды), определяется перепадом давлений в жидкости до и после отверстия. При том же самом перепаде давлений и площади отверстия расход воды будет тем же самым. Давайте найдём перепад давлений в первом и втором случаях.

В первом случае в момент начала вытекания воды перепад давлений определяется высотой столба воды над поршнем и равен

$$
\Delta p_{1}=\rho g h=10^{3} \Pi a
$$

Во втором случае избыточное давление под поршнем создаётся благодаря его притяжению к земле и равно

$$
\Delta p_{2}=\frac{m g}{S}=10^{3} \Pi \mathrm{\Pi a}
$$

Таким образом, перепад давлений воды в первом и во втором случаях одинаков, что приводит к одинаковости скорости протекания воды. При этом перепад давлений во втором случае не меняется в процессе перетекания воды. Действительно, когда часть воды перетечёт из-под поршня, давление под поршнем увеличится и станет равно избыточному давлению, создаваемым поршнем, плюс давление столба перетёкшей жидкости (см. рис. 8). Но на величину давления столба перетёкшей жидкости увели-

чится и давление воды перед отверстием. Поэтому перепад давлений до и после отверстия не меняется в процессе перетекания воды, и, следовательно, не меняется и скорость перетекания воды.


Отсюда находим время перетекания воды

$$
t=\frac{V}{v}=\frac{h S}{v}=2 \cdot 10^{3} \mathrm{c} .
$$

4. Поскольку составленная из колец цепь симметрична относительно прямой, проходящей через точки $A$ и $B$, ток между точками $C$ и $D$ (см. рис. 9) не потечёт, и эти участки можно выбросить из цепи без изменения её сопротивления. Поэтому данная цепь эквивалентна цепи, показанной на рис. 10, причём сопротивления резисторов равны сопротивлениям проводов $A C$ (или $C B$, или $A D$, или $D B$ ).


Puc. 9


Puc. 10

Потенциал. Математика. Физика. Информатика № 11 (155) 2017
Олимпиады

Эти сопротивления найдём из следующих соображений. Очевидно, что длины дуг $C D$ равны $\pi R / 3$ (как дуг, опирающихся на угол $\pi / 3$ ). Поэтому длина участка $A C$ (или $C B$, или $A D$, или $D B$ ) равна $\pi R-\pi R / 6=5 \pi R / 6$. А поскольку сопротивление проволоки пропорционально её длине, сопротивление этих участков $r_{x}$ найдём из пропорции

$$
\begin{array}{lll}
2 \pi R & - & r \\
\frac{5 \pi R}{6} & - & r_{x}
\end{array}
$$

Отсюда находим

$$
r_{x}=\frac{5 r}{12}
$$

Используя далее правила нахождения общих сопротивлений при последовательном и параллельном соединении проводников, получим для сопротивления цепи из колец

$$
r_{0}=\frac{5 r}{12} .
$$

5. Очевидно, что в первый раз после возвращения горячей воды в сосуд с холодной водой её температура возрастёт на такую же величину $\Delta t=10^{\circ}$, на которую охладилась горячая вода. Докажем это. Пусть масса воды в сосудах $m$. После одной пары переливаний «тудасюда» она будет также равна $m$, но температура воды в горячем сосуде будет меньше на величину $\Delta t$. А значит, в течение одной пары переливаний вода в этом сосуде отдала количество теплоты $Q=c m \Delta t$ (с удельная теплоёмкость воды), которое примет вода в холодном сосуде. А поскольку её масса такая же, она нагреется на ту же величину $\Delta t$. Таким образом, разность температур воды в сосудах после одной пары переливаний «туда-сюда»

уменьшится вдвое: была $t_{1}-t_{2}=40^{\circ}$, стала $\left(t_{1}-t_{2}\right)_{1}=t_{1}-t_{2}-2 \Delta t=20^{\circ}$ (где символом $\left(t_{1}-t_{2}\right)_{1}$ обозначена разность температур после одной пары переливаний «туда-сюда»).

Очевидно, новая разность температур пропорциональна старой разнице с коэффициентом пропорциональности, зависящим только от масс воды в сосуде и переливаемой воды. Действительно, согласно уравнению теплового баланса передаваемые количества теплоты линейно зависят от температур, при этом новая разность температур (после одной пары переливаний) должна обращаться в нуль, если первоначальные температуры воды в сосудах одинаковы. То есть

$$
\begin{equation*}
\left(t_{1}-t_{2}\right)_{1}=\alpha\left(t_{1}-t_{2}\right) \tag{1}
\end{equation*}
$$

где коэффициент пропорциональности $\alpha$ зависит только от масс воды в сосуде и переливаемой воды, но не от температур воды в сосудах (формулу (1) можно доказать и непосредственным использованием уравнения теплового баланса). А поскольку во второй раз переливались те же массы воды, то разность температур воды в сосудах после второй пары переливаний $\left(t_{1}-t_{2}\right)_{2}$ будет во столько же раз меньше величины $\left(t_{1}-t_{2}\right)_{1}$, во сколько раз она меньше величины $t_{1}-t_{2}$. А поскольку, как это следует из данных условия,

$$
\left(t_{1}-t_{2}\right)_{1}=\frac{1}{2}\left(t_{1}-t_{2}\right)
$$

то для разности температур воды в сосудах после второй пары переливаний $\left(t_{1}-t_{2}\right)_{2}$ получим

$$
\left(t_{1}-t_{2}\right)_{2}=\frac{1}{2}\left(t_{1}-t_{2}\right)_{1}=\frac{1}{4}\left(t_{1}-t_{2}\right)
$$

Продолжая переливания, получим для разности температур после $n$ пар переливаний

$$
\left(t_{1}-t_{2}\right)_{n}=\frac{1}{2^{n}}\left(t_{1}-t_{2}\right)
$$

Далее действуем подбором: одна пара переливаний

$$
\left(t_{1}-t_{2}\right)_{1}=\frac{1}{2}\left(t_{1}-t_{2}\right)=20^{\circ} \mathrm{C},
$$

две пары переливаний

$$
\left(t_{1}-t_{2}\right)_{2}=\frac{1}{4}\left(t_{1}-t_{2}\right)=10^{\circ} \mathrm{C}
$$

три пары переливаний

$$
\left(t_{1}-t_{2}\right)_{3}=\frac{1}{8}\left(t_{1}-t_{2}\right)=5^{\circ} \mathrm{C}
$$

четыре пары переливаний

$$
\left(t_{1}-t_{2}\right)_{4}=\frac{1}{16}\left(t_{1}-t_{2}\right)=2,5^{\circ} \mathrm{C}
$$

пять пар переливаний

$$
\left(t_{1}-t_{2}\right)_{5}=\frac{1}{32}\left(t_{1}-t_{2}\right)=1,25^{\circ} \mathrm{C}
$$

шесть пар переливаний

$$
\left(t_{1}-t_{2}\right)_{6}=\frac{1}{64}\left(t_{1}-t_{2}\right)=0,625^{\circ} \mathrm{C} .
$$

Т.е. чтобы разность температур воды в сосудах стала меньше одного градуса, нужно сделать шесть пар переливаний воды «туда-сюда».
6. Пробка всплывёт, если сила Архимеда, возникающая при наливании воды, будет больше силы тяжести пробки. Для вычисления силы Архимеда заметим, что вода не окружает пробку со всех сторон, поэтому здесь нельзя использовать формулу для силы Архимеда $\rho g V$, а нужно явно вычислять равнодействующую сил, действующих на пробку со стороны воды. Можно рассуждать, например, так (рассмотрим сначала случай, когда уровень жидкости выше основания пробки).


Puc. 11
Если бы пробка была не конусом, а усечённым конусом, повторяющим ту часть пробки, которая находится выше отверстия (см. рис. 11), то сила Архимеда определялась бы формулой $\rho g V_{\text {у.к. }}$, где $V_{\text {у.к. }}$ объём усечённого конуса (или его подводной части, если уровень жидкости в сосуде ниже основания конуса). Но верхнее основание и боковая поверхность у нашей пробки такие же, как у усеченного конуса, а вот нижнего основания, но которое действует сила со стороны воды, у пробки нет. А поскольку на нижнее основание усеченного конуса действует сила $\rho g h s$, где $h-$ уровень воды в сосуде, $s$ - площадь нижнего основания (равная площади отверстия $\pi r^{2}$ ), то выталкивающая сила, действующая на пробку, равна

$$
\begin{equation*}
F_{A}=\rho g V_{\text {у.к. }}-\rho g h \pi r^{2} \tag{2}
\end{equation*}
$$

Из формулы (2) следует, что при увеличении уровня жидкости сила Архимеда уменьшается, а при какойто глубине даже меняет знак - становится силой, прижимающей пробку ко дну.

Рассмотрим теперь ситуацию, когда уровень жидкости ниже основания пробки (см. рис. 12). Используя ту же логику, что и выше, для силы Apхимеда в этом случае получим

$$
\begin{equation*}
F_{A}=\rho g V_{\text {п.ч.у.к. }}-\rho g h \pi r^{2}, \tag{3}
\end{equation*}
$$



Puc. 12
где $V_{\text {п.ч.у.к. }}$ - объём той части пробки, которая находится в воде (погружённой части усечённого конуса). Очевидно, что при увеличении уровня воды первое слагаемое увеличивается, второе (с учётом знака) - уменьшается: при увеличении уровня на величину $\Delta h$ первое слагаемое увеличится на $\rho g \Delta h \pi r_{x}^{2}$ (где $r_{x}$ - радиус сечения конуса на высоте поверхности жидкости), второе слагаемое уменьшится на $\rho g \Delta h \pi r_{x}^{2}$. А поскольку $r_{x}>r$, с ростом уровня воды (пока уровень ниже верхнего основания пробки) выталкивающая сила растёт. После этого первое слагаемое перестанет меняться, а второе продолжит уменьшаться. Поэтому

выталкивающая сила максимальна, когда уровень воды совпадает с верхним основанием.

Следовательно, максимальная сила Архимеда, действующая на пробку, равна

$$
F_{A}^{\max }=\frac{1}{3} \rho g\left(\pi R^{2} H-\pi r^{2} h\right)-\rho g \pi r^{2}(H-h),(4)
$$

где $H$ - высота конической пробки, $h$ - высота «малого конуса», находящегося ниже уровня отверстия при его затыкании пробкой. Так как $H=R \operatorname{ctg}(\alpha / 2)$, а $h=r \operatorname{ctg}(\alpha / 2)$, то из (4) получим

$$
\begin{align*}
F_{A}^{\max } & =\frac{1}{3} \rho g \pi \operatorname{ctg}(\alpha / 2)\left(R^{3}-r^{3}\right)-  \tag{5}\\
- & \rho g \pi r^{2} \operatorname{ctg}(\alpha / 2)(R-r) .
\end{align*}
$$

Пробка всплывет, если

$$
F_{A}^{\max } \geq m g=\frac{1}{3} \rho_{0} g \pi R^{3} \operatorname{ctg}(\alpha / 2)
$$

( $\rho_{0}$ - плотность материала пробки). Отсюда находим, что пробка всплывет, если

$$
\rho_{0} \leq \rho\left(1-\frac{3 r^{2}}{R^{2}}+\frac{2 r^{3}}{R^{3}}\right)
$$

## 11 класс

1. Задача 2 из задания для $9-10$ классов.
2. Задача 3 из задания для $9-10$ классов.
3. Чтобы найти величину неизвестного сопротивления, необходимо включить его в какую-то электрическую цепь, измерить ток через него, электрическое напряжение на нём и использовать закон Ома. Включить сопротивление $A B$ в электрическую цепь мы можем, поскольку у нас есть источник, который мы можем подключить к любым точкам цепи (например, $A$ и $B$ ).

Измерить напряжение на сопротивлении $A B$ тоже можно, подключая вольтметр к точкам $A$ и $B$. А как измерить ток через это сопротивление? По условию мы не можем «врезаться» ни в какие провода данной цепи. Значит, мы можем мерять ток только в подводящих проводах. А он будет разветвляться и течь через все сопротивления, а не только через исследуемое. Например, при соединении, показанном на рис. 13, показания амперметра не будут совпадать с током через сопротивление $A B$.


Но если заставить ток, текущий к узлу $A$, течь только через сопротивление $A B$, но не через другие участки данной цепи, тогда, измеряя этот ток и напряжение на участке $A B$, можно по закону Ома найти сопротивление участка цепи $A B$ :

$$
\begin{equation*}
R_{A B}=\frac{U_{A B}}{I_{A B}} . \tag{1}
\end{equation*}
$$

А как это сделать? Если мы сделаем потенциалы всех вершин цепи, соединённых с вершиной $A$, равными потенциалу вершины $A$, то ток к этим вершинам не потечёт. А для этого нужно дополнительно соединить клеммы источника (до амперметра!) со всеми узлами, с которыми связаны точки $A$ и $B$ (см. рис. 14; положительный полюс источника нужно связать с точками $C, D, E$ и $F$ ), тогда ток через сопротивление $A B$ будет равен току через амперметр. Конечно, в этом случае ток через источник будет другим, поскольку часть тока будет уходить через точки $C, D, E$ и $F$ в другие элементы цепи. Но для измерения сопротивления резистора $A B$ это совершенно неважно, его величину можно найти по формуле (1) через показания амперметра и вольтметра при показанном на рис. 14 их подключении.
4. Из условия следует, что никакие потери мощности на трение в валках транспортёра учитывать не нужно. Поэтому основной источник потерь в данной системе - это «разгон» песчинок до скорости ленты и


потери на трение песчинок о ленту (если бы трения песчинок о ленту не было, лента не смогла бы переместить песок).

За малое время $\Delta t$ на ленту падает масса песка $\mu \Delta t$, которую лента разгоняет до своей скорости, т.е. совершает работу

$$
\Delta A=\frac{\mu \Delta t v^{2}}{2}
$$

Отсюда находим мощность, которую должен развивать транспортёр для разгона песка

$$
P=\frac{\Delta A}{\Delta t}=\frac{\mu v^{2}}{2} .
$$

Очевидно, мощность потерь на трение песчинок о ленту такая же. Действительно, чтобы разогнать песок до своей скорости, лента должна переместиться на расстояние, равное удвоенному перемещению песчинок, откуда и следует сделанное выше утверждение. Поэтому оценка мощности двигателя есть

$$
P=\mu v^{2}=20 \text { Вт. }
$$

Конечно, сделанная оценка мощности двигателя транспортёра весьма сильно отличается от реальной, поскольку главным механизмом затраты мощности является работа против сил трения в валках, которая зависит от полного количества песка на ленте и её длины.
5. Ясно, что заданное движение ползунов возможно, поскольку расстояние между ними в любой момент времени равно длине несжимаемого стержня. При этом данные зависимости реализуются в случае колебаний

ползунов: $A$ - вдоль оси $x, B$ - вдоль оси $y$. Поэтому в любой момент времени треугольник $A B O$ прямоугольный, а точка $С$ лежит на середине гипотенузы и, согласно свойству прямоугольного треугольника, находится от вершины прямого угла на расстоянии, равном половине гипотенузы (т.е. половине длины стержня). Поэтому траектория её движения - окружность радиуса $l / 2$ с центром в начале координат.


Puc. 15
Очевидно, отрезок $O C$ вращается с постоянной скоростью. Действительно, чтобы зависимости $O A=l \cos \omega t$, $O B=l \sin \omega t$ имели место, угол $O A B$ должен линейно зависеть от времени: $\angle O A B=\omega t$. А поскольку треугольник ОАС прямоугольный, $\angle A O B=\angle O A B=\omega t$. А это значит, что точка С равномерно вращается с угловой скоростью $\omega$ по окружности радиуса $l / 2$. Поэтому ускорение точки С в любой момент направлено к началу координат и равно

$$
a=\omega^{2} l / 2
$$

От угла между стержнем и осью ускорение точки $C$ не зависит.
6. Очевидно, и в первом и во втором случаях аквариум будет обмениваться теплом с окружающим воздухом, поскольку будет иметь другую

температуру. Рассмотрим сначала отдачу тепла аквариумом окружающей среде, когда в нём работал нагреватель. В этом случае температура воды в аквариуме $t_{1}=25^{\circ} \mathrm{C}$ и не меняется, притом, что в аквариуме работает нагреватель. Это значит, что всё тепло, выделяемое нагревателем, уходит в окружающую среду. А поскольку оно пропорционально разности температур аквариума и окружающей среды, получаем

$$
\begin{equation*}
P=k\left(t_{1}-t_{0}\right) \tag{1}
\end{equation*}
$$

где $k$ - коэффициент пропорциональности, зависящий от геометрии аквариума и его теплоизоляции, но не зависящий от температур аквариума и окружающей среды.

Во втором случае тепло поступает уже в аквариум из окружающей среды, причём количество тепла, поступившего в единицу времени, равно теплу, которое нужно, чтобы нагреть водопроводную воду, поступающую в систему охлаждения в секунду, до температуры воды в аквариуме. Это тепло пропорционально разности температур воды в аквариуме и окружающего воздуха, причём с тем же самым коэфффциентом пропорциональности $k$, поскольку геометрия аквариума и его теплоизоляция не изменились (об этом ничего не сказано в условии). Поэтому

$$
\begin{equation*}
c \mu\left(t_{2}-t_{3}\right)=k\left(t_{0}-t_{2}\right) \tag{2}
\end{equation*}
$$

Используя теперь коэффициент $k$ из (1), получим

$$
\mu=\frac{k\left(t_{0}-t_{2}\right)}{c\left(t_{2}-t_{3}\right)}=\frac{P\left(t_{0}-t_{2}\right)}{c\left(t_{2}-t_{3}\right)\left(t_{1}-t_{0}\right)}=7,1 \Gamma / \mathrm{c} .
$$

Материал подготовили М.Е. Бушуева, НГТУ им. Р.Е. Алексеева (Нижний Новгород), Делов М.И., НИЯУ МИФИ (Мосжва), Е.А. Изжеуров, СГАУ (Самара), Б.Г.Комаров, СПбГЭТУ «ЛЭТИ» (Санкт-Петербург), А.А. Минина, СПбГЭТУ «ЛЭТИ» (Санкт-Петербург), С.Е. Муравьев, НИЯУ МИФИ (Москва), А.П. Прунцев, МГУПС (МИИТ) (Москва), В.И. Скрытный, НИЯУ МИФИ (Москва), И.В. Чостковская, СГАУ (Самара)

