

12+

ISSN 1814-6422

Sapere Aude – Дерзай знать!

ПОТЕНЦИАЛ

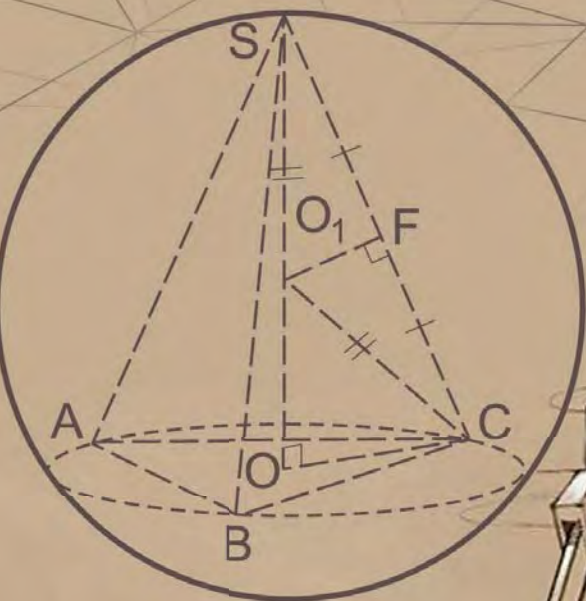
Ежемесячный журнал для старшеклассников и учителей

№03, 2017

МАТЕМАТИКА

ФИЗИКА

ИНФОРМАТИКА



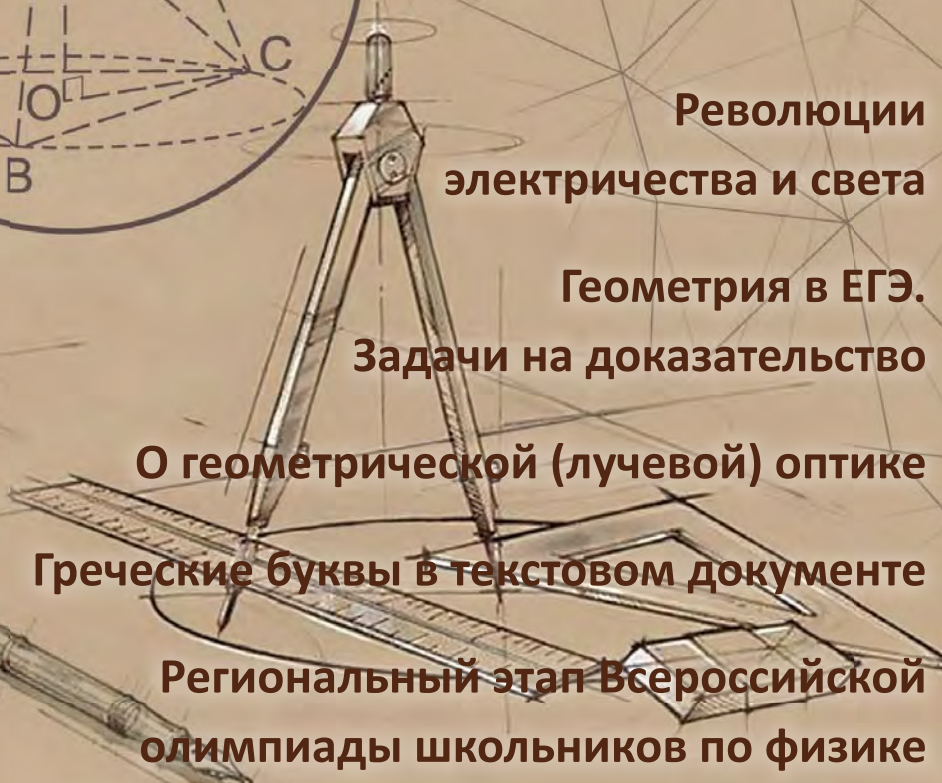
**Революции
электричества и света**

**Геометрия в ЕГЭ.
Задачи на доказательство**

О геометрической (лучевой) оптике

Греческие буквы в текстовом документе

**Региональный этап Всероссийской
олимпиады школьников по физике**



Дорогие наши читатели!

Если вы держите в руках журнал «Потенциал», значит, вы интересуетесь естественными и точными науками – физикой, математикой, информатикой. Мы рады видеть среди наших читателей старшеклассников и учителей, а также тех, кому небезразлично качество образования в России.

С момента образования журнала «Потенциал» в 2005 году существенно расширился коллектив наших авторов, увеличилось число читателей, появилось много постоянных подписчиков. И наверное, вы заметили, что с января 2011 года название журнала стало более длинным: «Потенциал.Математика. Физика. Информатика». А всё потому, что теперь появился новый журнал – «Потенциал. Химия.Биология. Медицина». Мы растём и развиваемся, растёт и число предметов, которыми мы стремимся увлечь наших читателей. Журнал тесно сотрудничает с такими вузами, как МГУ, МФТИ, МИФИ, МИСиС и многими другими.



Мы также стремимся наладить обратную связь с нашими основными читателями – школьниками и учителями. Отрадно, что нам есть для кого писать статьи, и мы всегда готовы учесть ваши пожелания по наполнению журнала интересными и актуальными материалами. Пишите нам свои отзывы.

Приглашаем к сотрудничеству учителей средних школ, работников вузов и научных учреждений. Станьте авторами нашего журнала, участвуйте в создании его уникального облика.

Вся переписка с редакцией осуществляется по адресу: 109544, г. Москва, ул. Рабочая, 84, редакция журнала «Потенциал». Тел.: 8(495)787-24-96, e-mail: potential@potential.org.ru.

Всю дополнительную информацию о журнале, а также рекомендации для авторов вы найдёте на нашем сайте

ПОТЕНЦИАЛ

Математика Физика Информатика

Содержание

Март № 03 2017

Сквозь время

- 2 Мгновение торжества. *В.Л. Чеботарёв*
- 11 Революции электричества и света. *А.П. Дегтярёва*

Математика

- 32 Геометрия в ЕГЭ. Задачи на доказательство.
Т.С. Пиголкина

Физика

- 40 О геометрической (лучевой) оптике. *А.Е. Иванов*

Информатика

- 49 «Да, нет, наверное...» или что мы знаем о
троичной логике. *М.В. Зайцева*

Олимпиады

- 54 Региональный этап Всероссийской олимпиады
школьников по физике.
- 69 Инженерная олимпиада школьников.
Заключительный тур 2016 – 17 учебного года

Приручаем компьютер

- 76 Греческие буквы в текстовом документе.
Д.М. Златопольский

Нам пишут

- 77 Сила и масса: последовательность введения
понятий в школьном курсе физики. *В.И. Ивлев*

Редакционный совет

Председатель совета Н.Н. Кудрявцев,
М.Н. Стриханов, Д.В. Ливанов,
А.Е. Жуков, В.Н. Чубариков,
В.И. Трухин, Е.И. Моисеев,
А.С. Чирцов, Н.Д. Кундикова,
В.Т. Корнеев, А.Д. Гладун, Г.А. Четин

Редколлегия

Главный редактор А.Д. Гладун
Научный редактор Н.А. Кириченко
Зам. главного редактора по физике
В.И. Чивилёв
Зам. главного редактора по информатике
Е.Т. Вовк
Редакторы А.В. Ворожцов,
С.И. Колесникова, А.В. Михалёв,
Т.С. Пиголкина, В.П. Слободянин,
М.В. Федотов, А.А. Лукьянов, А.П. Огнев
Ответственный секретарь А.В. Буланов
Шеф-редактор Г.А. Четин

Техническая редакция

Редактор М.С. Стригунова
Редактор-корректор С.В. Ермаков
Художник И.И. Семенюк

Журнал зарегистрирован Федеральной
службой по надзору за соблюдением
законодательства в сфере массовых
коммуникаций и охране культурного
наследия. Свидетельство о регистрации
СМИ ПИ № ФС 77-19521
от 17 февраля 2005 года.
Адрес: 109544, г. Москва, ул. Рабочая, 84,
редакция журнала «Потенциал».
Тел. (495) 787-24-94, 787-24-96
E-mail: editor@potential.org.ru
Сайт: www.potential.org.ru
Подписано в печать 15.05.2017
Отпечатано в типографии «Азбука-2000».
Печать офсетная. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 5. Формат 70x100 1/16.
Тираж 2000 экз. Заказ № 249.
Учредитель ООО «Азбука-2000»,
109544, г. Москва, ул. Рабочая, 84.
Журнал издаётся на средства
выпускников технических вузов.



Сквозь время



М.П. Бронштейн
(1906 – 1938)

Мгновение торжества

Всякой истине суждено лишь одно мгновение торжества между бесконечностью, когда её считают неверной, и бесконечностью, когда её считают тривиальной.

А. Пуанкаре

«... Он был блистательный собеседник, эрудиция его казалась необъятной. Английскую, древнегреческую, французскую литературу он знал так же хорошо, как и русскую. В нём было что-то от пушкинского Моцарта – кипучий, жизнерадостный, чарующий ум.»

«... Обладает необыкновенной эрудицией во всех областях теоретической физики. Сильный, практический ум и способность быстро разбираться в сложных вопросах делают его исключительно ценным научным работником.»

Первый из этих отзывов принадлежит знаменитому писателю К.И. Чуковскому, а второй – выдающемуся физико-теоретику, академику В.А. Фоку. Трудно поверить, что они говорили об одном человеке. А между тем это так. Этого щедро одарённого природой человека звали Матвей Петрович Бронштейн.

Труды и дни

Второго декабря 1906 года (19 ноября по старому стилю) в Виннице, тогда уездном городе Подольской губернии Российской империи (в настоящее время – территория Украины), в семье врача Петра Осиповича Бронштейна родилось двое сыновей-близнецов – Матвей и Исидор. В 1914 году П.О. Бронштейн был мобилизован в армию, а его семья переехала в Киев. Детство и юность братьев Бронштейновых пришлось на годы Первой мировой и Гражданской войн.

Привычный ход жизни был нарушен грозными событиями, мальчики учились в основном дома, сдавали экстерном экзамены и запоем читали. Программу средней школы Матвей Бронштейн прошёл самостоятельно и в 1923 году поступил в Киевский электротехникум. Время было тяжёлое, и вскоре учёбу пришлось прервать. Матвей Бронштейн пошёл работать на завод и начал заниматься в физическом кружке при Киевском университете. Через год, ещё до по-

ступления в вуз, он опубликовал свою первую научную статью «Об одном следствии гипотезы световых квантов». В 1926 году первокурсник физико-математического факультета Ленинградского университета Матвей Бронштейн был уже автором шести статей по квантовой механике, переживавшей тогда период «бури и натиска». В 1930 году, уже вполне сложившимся учёным, Бронштейн оканчивает университет и поступает на работу в теоретический отдел Ленинградского физико-технического института.

Рабочий день Матвея Петровича был насыщен до предела. Увлечённый захватившей его физикой, он успевал преподавать в нескольких ленинградских институтах, занимался популяризацией науки. Причём в каждой из этих областей в отдельности сделанного им было бы достаточно для нашей благодарной памяти.

С самого начала своей работы по масштабу и стилю своего мышления молодой учёный был физиком-универсалом. Бронштейном были выполнены работы во многих областях науки: теории твёрдого тела, ядерной физике, астрофизике. Но наиболее значительным был его вклад в квантовую теорию гравитации. Современная оценка этих работ требует весьма и весьма осторожных выражений. Тем не менее есть вполне обоснованные предположения о том, что именно в этой области может быть сделан вожделенный многими теоретиками шаг к созданию «суперобъединения» – единой теории всех фундаментальных природных взаимодействий. В своей докторской диссертации «Квантование гравитационных волн» (1935 год) Бронштейн впервые ввёл понятие о гравитонах – гипотетических квантах гравитационного поля. Он предположил, что тяготение яв-

ляется результатом обмена гравитонами между тяготеющими массами подобно тому, как электромагнитное взаимодействие есть результат обмена фотонами. Эта работа Бронштейна сохраняет свою актуальность и сегодня, особенно в контексте окончательного экспериментального подтверждения в начале 2016 года существования гравитационных волн. Хотя вопрос о возможности их квантования пока ещё остаётся открытым.

Согласно современным представлениям, масса покоя гравитона должна, как и у фотона, равняться нулю, а скорость – скорости света в вакууме. Вероятность процесса рождения гравитонов много меньше, чем фотонов, поэтому даже при космических катастрофах гравитонов испускается крайне мало. Из-за слабости гравитационного взаимодействия обнаружение гравитонов пока за пределами возможностей экспериментаторов. В рамках сегодняшних астрофизических представлений первые мгновения «раздувания» Вселенной после «большого взрыва», вполне возможно, определялись именно квантовым характером гравитационного поля. И хотя время это ничтожно мало, оно явилось началом существования нашей Вселенной, определив её будущее развитие.

Защита докторской диссертации М.П. Бронштейном состоялась в Ленинградском физико-техническом институте 22 ноября 1935 года. Председателем Учёного совета был академик А.Ф. Иоффе, оппонентами – будущие академики В.А. Фок и И.Е. Тамм. Стенограмма заседания сохранилась, и по ней можно представить, как шло обсуждение идей, сформулированных Бронштейном:

В.А. Фок: Работа Бронштейна – первая работа по квантованию гравитационных волн, в которой дело до-



В.А. Фок

ведено до получения физических результатов. Проведено исследование гравитационных волн в инвариантном виде и, далее, доведено до конца квантование. Большой интерес имеет здесь аналогия между волнами гравитационными и электромагнитными. Эта аналогия дала возможность использовать аппарат электродинамики, но, помимо этого факта, она представляет интерес с физической стороны. Уравнения Эйнштейна – нелинейные – представляют достаточно хорошее приближение. Здесь же, с одной стороны, использована нелинейная теория, затем произведена линеаризация и, наконец, квантование. Результаты, полученные Бронштейном, бесспорны ...

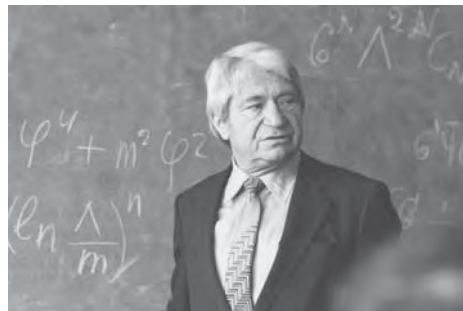
В.К. Фредерикс: В чём может сказаться физический эффект испускания гравитационных волн?

М.П. Бронштейн: Это может быть замечено, например, в замедлении вращения двойных звёзд.

В тридцатые годы прошлого века тесная связь между космологией и физикой микромира ещё не была

осознана научным сообществом. М.П. Бронштейну удалось здесь многое предвидеть: «Решение космологической проблемы, – писал он, – потребует предварительного построения единой теории электромагнетизма, тяготения и квантов». В работе «Квантовая теория слабых гравитационных полей» ему удалось получить ньютоновский закон всемирного тяготения в качестве следствия квантовой теории гравитации.

Давая оценку вклада М.П. Бронштейна в создание современной физической теории, один из историков науки писал: «К золотой середине, где, как известно, находится истина, ближе других был Бронштейн, глубоко понимавший необходимость и неизбежность синтеза обеих великих теорий – квантовой и гравитационной. Бронштейн впервые обнаружил квантовые границы применимости общей теории относительности и понял, что искомый синтез квантовых и релятивистских идей требует радикальной перестройки теории... а, может быть, и отказа от привычных представлений о пространстве и времени и замены их какими-то более глубокими и лишёнными наглядности представлениями».



А.Б. Мигдал

Те, кому посчастливилось слушать лекции Матвея Петровича, даже спустя многие годы отзывались о

них с восхищением. В 1986 году академик А.Б. Мигдал в интервью автору этой статьи рассказывал: «Лекции Матвея Петровича, блестящие по форме и глубине, прививали любовь к вычислениям, адекватным изучавшейся задаче. Вспомним, что в те времена почти не было книг по теоретической физике, и все эти лекции были совершенно оригинальны. Матвей Петрович сделался моим первым учителем в теоретической физике и был моим руководителем, когда я поступил в 1936 году в аспирантуру Ленинградского физико-технического института. К сожалению, он был моим руководителем только один год, до своей трагической гибели. Бронштейн был энциклопедически образованным человеком. Он разговаривал на профессиональные темы с представителем любой специальности – биологом, египтологом, палеонтологом, не говоря уже о физике. Он знал множество языков. Именно он привил мне любовь к искусству и те литературные вкусы, которые сохранились у меня до сих пор».

В начале тридцатых годов прошлого века состоялось знакомство Бронштейна с известным писателем С.Я. Маршаком, возглавлявшем в то время Ленинградское отделение Детиздата (издательства детской литературы). Это была поистине счастливая встреча! Бронштейн был тем редким «гибридом», в котором так нуждались юные читатели: дар исследователя природы в сочетании с талантом писателя. Маршак же стал для Матвея Петровича стимулятором литературного творчества и одновременно филологическим факультетом университета. С лёгкой руки Маршака одна из лучших популярных книг Бронштейна получила название «Солнечное вещество».



С.Я. Маршак

«Я расскажу о веществе, которое люди сначала нашли на Солнце, а потом уже у себя на Земле», – начинает автор свой рассказ об истории открытия гелия, и первая же фраза берёт читателя в плен, как завязка детективного сюжета. А свою книгу «Атомы, электроны, ядра» Бронштейн прямо начинает со сравнения учёных с детektивами: «Сыщики, которых вы встретите здесь, очень мало напоминают героев детективных книжек. Они не служат в полиции, не преследуют по пятам знаменитых преступников... В этой книге не будет ни загадочных пятен крови на измятой траве, говорящих о нераскрытом убийстве, не будет таинственных подземелий, адских машин, поддельных банковских чеков. Тайны, с которыми имеют дело герои нашей книжки, совсем не такие: это тайны невидимых маленьких частиц, из которых построено всё на свете ...»

«Если учёный не может популярно объяснить восьмилетнему ребёнку, чем он занимается, значит, он

шарлатан», – категорично утверждал знаменитый американский писатель Курт Воннегут. Книги Бронштейна, абсолютно добросовестные в научном отношении, удивляют сочетанием лёгкости и прозрачной глубины.

«В качестве детского писателя я могу засвидетельствовать, что книги Бронштейна "Солнечное вещество", "Лучи икс" и другие кажутся мне превосходными, – писал К.И. Чуковский. – Это не просто научно-популярные очерки – это чрезвычайно изящное, художественное, почти поэтическое повествование о величии человеческого гения. Книги написаны с тем заразительным научным энтузиазмом, который в педагогическом отношении представляет собой высокую ценность. Отзывы газет и журналов о научно-популярных книгах Бронштейна были хором горячих похвал... Я убеждал М.П. Бронштейна писать для детей ещё и ещё, так как вдохновенные популяризаторы точных наук столь же редки, как и художники слова.»



К.И. Чуковский

Интересно привести свидетельство «с другой стороны». Известный математик, академик А.П. Ершов, один

из создателей школьного учебника по информатике и вычислительной технике, писал, что книга Бронштейна «Атомы, электроны, ядра» произвела на него в юности столь сильное впечатление, что под её влиянием он поступил на физико-технический факультет МГУ и вначале даже собирался посвятить себя физике. Это ли не признание завораживающей силы талантливого печатного слова!



В.А. Амбарцумян

Матвей Петрович был бесконечно любознательным человеком, его интересовало всё на свете. Корней Иванович Чуковский в шутку говорил, что, если даже цивилизация погибнет, Бронштейн один сможет заново написать всю энциклопедию. Свободно владея несколькими европейскими языками, Бронштейн в тридцать лет начал изучать японский и турецкий языки. Испанский язык он выучил, читая в подлиннике «Дон Кихота» в долгих трамвайных поездках по Ленинграду.

Как многие талантливые и трудолюбивые люди, Бронштейн был добрым, отзывчивым человеком, что не мешало ему быть твёрдым и даже непреклонным в своих убеждениях.

Круг друзей М.П. Бронштейна – будущие крупнейшие учёные В.А. Амбарцумян, Г.А. Гамов, Л.Д. Ландау. «Созвездье молодых талантов, им всем по двадцать с небольшим», – напишет потом Давид Самойлов о своих современниках, поэтах военной плеяды. А в начале 30-х годов «двадцать с небольшим» было другому поколению, тоже жившему высокой

духовной жизнью с беспечностью и безоглядностью молодости.



Г.А. Гамов

«На пороге стоит – судьба»

Сложившийся в двадцатые и тридцатые годы прошлого века в СССР политический режим был мало совместим со свободой, необходимой в научных исследованиях. Идеологические ярлыки заменяли научные аргументы, решающим доводом в споре часто становился донос. Развитие целых научных областей замедлилось на многие годы. Печальная судьба постигла не только гуманитарные науки, но и естествознание. Позорные кампании против генетики и кибернетики имели свою предысторию. Так, например, ведущие советские физики И.Е. Тамм, В.А. Фок, Я.И. Френкель подверглись газетной травле за «идеализм» и «контрабанду вражеских идей», а глава московской математической школы академик Н.Н. Лузин был объявлен «вредителем на математическом фронте». Были арестованы будущие академики Л.Д. Ландау, С.П. Королёв, В.А. Фок. В августе 1937 года по клеветническому обвинению был арестован тридцатилетний доктор физико-математических наук, профессор М.П. Бронштейн.

Существуют два мифа. Один из них прямо, другой косвенно связаны

с гибелью Бронштейна. Первый миф – Бронштейн якобы был родственником Л.Д. Троцкого (настоящая фамилия Троцкого – Бронштейн), одного из ближайших соратников Ленина и личного врага Сталина. К тому времени Троцкий давно уже был выслан из СССР и жил в эмиграции,



Л.Д. Ландау

где в 1940 году был убит по прямому приказу Сталина. В связи с этим мифом можно утверждать следующее: если М.П. Бронштейн и Л.Д. Троцкий и были родственниками, то ни тот, ни другой об этом не ведали. По поводу распространённости своей фамилии Матвей Петрович шутил, что Бронштейны – это еврейские Смирновы. Так что, не говоря уже о безнравственности этой версии (по ней получается, что уничтожение идеологических противников и их родственников – дело оправданное, во всяком случае – понятное), она просто не верна фактически. Второй миф – Бронштейна, как и многих других, можно было спасти. Надо было только пробиться к высшим руководителям страны – они бы разобрались. Ведь Ландау и Фок тоже были арестованы, но П.Л. Капица написал Сталину – и их выпустили. Этот миф о возможности спасения тоже безнравственен. Он как бы узаконивает право верховной власти казнить и миловать по собственному произволу.

Я ни в коем случае не хочу ума-лить личное мужество П.Л. Капицы, бесстрашно вступившегося за арестованных. Очевидно, что его заступничество спасло Ландау и Фоку жизнь. Но только будь у них другая очерёдность в неподвластном никакой логике «чёрном списке», то даже Капица вряд ли смог бы им помочь.

Спасти Бронштейна пытались физики А.Ф. Иоффе, Л.И. Мандельштам, И.Е. Тамм, В.А. Фок, писатели С.Я. Маршак и К.И. Чуковский. Протесты посылались и на «высочайшее имя». На их письма и телеграммы были получены с интервалом почти в двадцать лет два «ответа». Первый – пулю в затылок – получил 18 февраля 1938 года Матвей Петрович Бронштейн. Второй – справку о посмертной реабилитации – его вдова, Лидия Корнеевна Чуковская.

Давно было замечено, что книги часто разделяют судьбу своих творцов. Последняя книга М.П. Бронштейна «Изобретатели радиотелеграфа» вышла в момент его ареста, весь её тираж был уничтожен.

«И небо над кладбищем полное звёзд»

В размышлениях о могуществе человеческого разума «астрономические» сравнения давно заняли прочное место и даже затёрлись от частого употребления. «Звёздные часы человечества» так назвал знаменитый австрийский писатель Стефан Цвейг свою книгу о ярких вспылках человеческого гения. «Звезда первой величины» – говорим мы о замечательном человеке, выражая этим своё восхищение. Завершая повествование о «трудах и днях» Матвея Петровича Бронштейна, будем и мы верны традиции.

На научном небосклоне звезда Бронштейна вспыхнула ярко и рано: в восемнадцать лет он уже активно ра-

ботал в теоретической физике. Всего через тринадцать лет, в расцвете сил и таланта, жизнь его трагически оборвалась. Сами собой приходят на память гневные строки Юнны Мориц:

Кто разрешил её казнить,
Кто это право дал крестину
Совать звезду под гильотину?
Кто разрешил её казнить,
И смерть на август назначал,
И округлял печатью подпись?
Казнить звезду – какая подлость!
Кто смерть на август назначал?
Война – тебе! Чума – тебе,
Убийца, выведший на площадь
Звезду, чтоб зарубить, как лошадь.
Война – тебе! Чума – тебе!



Л.К. Чуковская

Для своих палачей, многие из которых вскоре тоже стали жертвами ими же запущенной машины террора, Бронштейн не был звездой. Он просто был «врагом народа», которого надо было заставить признать несуществующую вину.

Рано или поздно история всё расставляет по своим местам. Многие книги Бронштейна в наше время переизданы, его имя есть почти во всех справочниках и энциклопедиях, ссылки на его работы восьмидесятилетней давности можно встретить и в современной научной литературе. Только точное место его захоронения не известно до сих пор. В девяностые годы прошлого века Л.К. Чуковская установила ему памятник на Левашовской пустоши в Санкт-Петербурге, где мемориальное кладбище создано на месте бывшего расстрельного полигона. И даже день его гибели мы называем сегодня без стопроцентной уверенности – просто совпадают даты «смерти» в одной справке и «приговора» в другой. Только не будет никогда читателей у книг, которых Матвей Петрович не успел написать.

Для истории и в памяти всех его знавших Бронштейн навсегда останется молодым. Свет его звезды доходит до нас и сегодня – это тепло его человеческого обаяния, блеск литературного дара, яркость научной интуиции.

Постскриптум

Как, наверное, и многих людей, автора всегда занимала загадка человеческих способностей. В полном объёме наука ещё даже не сумела поставить эту проблему, поэтому не будем обольщаться иллюзией разгадки величайшей, может быть, тайны. Даже блистательный афоризм Артура Шопенгауэра «талант попадает в цели, в которые никто попасть не может, а гений – в цели, которые никто не видит», возможно, подсказывает нашей интуиции, где может проходить грань между гением и талантом, но вряд ли приближает к пониманию их природы.

Одна из попыток дать ответ на этот вопрос была предпринята экспе-

риментальной психологией. Оказывается, чем способнее человек, тем, как правило, быстрее протекают реакции в тканях его мозга. Наверное, простой «всё объясняющей» зависимости здесь нет, но картина получается интересная. Интервалы между элементарными реакциями в тканях мозга (в зависимости от способностей) уменьшаются аналогично тому, как уменьшаются интервалы между событиями в движущейся системе отсчёта согласно специальной теории относительности (в зависимости от скорости). Конечно, эта аналогия условна. Но ведь из неё следует, что чем талантливее человек, тем больше

его «внутреннее время» отличается от «общечеловеческого времени». Гений же живёт в своём собственном временном отсчёте, и наши часы для него – игрушечный циферблат с двумя нарисованными стрелками.

Много или мало прожил Матвей Петрович Бронштейн? Конечно, он многого не успел. Обладая громадным научным потенциалом, он далеко не достиг предела своих возможностей, своего «научного потолка». Но можно только удивляться насыщенности,

концентрации его жизни, диапазону творческих достижений. Бесспорно, что по внутренним своим часам он прожил намного дольше, чем по нашему скромному календарю.

«Жизнь – лишь беглый эпизод между двумя вечностями смерти, и в этом эпизоде прошедшая и будущая деятельность сознательной мысли – не более, как мгновение. Мысль – только вспышка света посреди долгой ночи. Но эта вспышка – всё». (А. Пуанкаре)

Историк и журналист В.Л. Чеботарёв.

Юмор Юмор Юмор Юмор Юмор Юмор

Неожиданные определения

Излишек – вещь крайне необходимая.

Вольтер

Шаблон – совершенно недопустимое зло во всяком творчестве.

А.Ф. Кони

Удивление – лаз в новизну.

В. Кротов

Чутьё – внутренний голос с весьма нечёткой дикцией.

А. Круглов

Удача – это одноразовые крылышки, которыми тебя снабжает судьба, чтобы ты перепрыгнул в нужном направлении.

В. Кротов

Улыбка – это солнце души.

А. Дюма

Самый рассеянный человек – это, пожалуй, тот, кто замечает всякую чепуху, – скажем, сколько колонн у Большого театра или ступеней у входа в то или иное здание.

А.П. Чехов

Здравый смысл – это сумма предубеждений, приобретённых до восемнадцатилетнего возраста.

А. Эйнштейн



Дж. К. Максвелл
(1831 – 1879)

Революции электричества и света

В истории человечества (если посмотреть на неё, скажем, через десять тысяч лет) самым значительным событием 19 столетия, несомненно, будет открытие Максвеллом законов электродинамики. На фоне этого важного научного открытия гражданская война в Америке в том же десятилетии будет выглядеть провинциальным происшествием.

Ричард Фейнман, американский физик

Джеймс Клерк Максвелл (James Clerk Maxwell) – один из самых известных физиков на планете. Достижения Максвелла в различных областях математики и физики (механика, электродинамика, молекулярная физика и термодинамика, астрономия, оптика) отмечены массой наград – премией Смита, одной из двух ведущих премий Кембриджского университета, которой удостоивались лучшие исследователи в области теоретической физики и прикладной математики, премией Вольта, которой французское правительство награждало учёных за достижения в области электричества и магнетизма, медалью Румфорда за «выдающееся по важности открытие в области тепловых или оптических свойств вещества, сделанное учёным, работающим в Европе». Имя Максвелла носит единица магнитного потока в системе СГС, в которой работает одна из интереснейших областей физики – электродинамика, столь многим обязанная Максвеллу. В честь признательности за его открытия в области оптики и астрономии именем Максвелла названо несколько астрономических объектов: горный массив на планете Венера, щель в кольцах Сатурна; крупнейший телескоп для работы в субмиллиметровом диапазоне, находящийся на Гавайях. В качестве итоговой оценки вклада этого учёного в науку часто приводят слова ещё одного известного физика – лорда Рэлея: *«Можно не сомневаться, что последующие поколения будут рассматривать как высшее достижение в области электромагнетизма его электромагнитную теорию света, благодаря которой оптика становится разделом электричества. <...> Лишь немного менее важным, если вообще менее важным, чем его труды по электричеству, было участие Максвелла в развитии динамической теории газов...».*

Детство в тихом имении, университетская жизнь и первые шаги в науку

Джеймс Клерк Максвелл принадлежал к старинному шотландскому роду Клерков. Его отец, Джон Клерк Максвелл, окончил Эдинбургский университет и был членом адвокатской коллегии, однако не испытывал особой тяги к юриспруденции, увлекаясь в свободное время наукой и техникой, опубликовал даже несколько статей прикладного характера, а также регулярно посещал в качестве зрителя заседания Эдинбургского королевского общества. Мать Джеймса, Фрэнсис Кей, была дочерью судьи Адмиралтейского суда. Их сын, будущий учёный с мировым именем, родился 13 июня 1831 в Эдинбурге, Шотландия. Вскоре после его рождения семья переехала в родовое имение Миддлби в Южной Шотландии, принадлежащее отцу маленького Джеймса. Интересен тот факт, что вторая фамилия семьи – Максвелл – обязана своим происхождением старой шотландской традиции: когда Джон Клерк получил в наследство имение, он должен был присоединить к своей фамилии фамилию прежних владельцев – Максвеллов. Таким образом, не будь этого имения, нам пришлось бы сегодня говорить об учёном Джеймсе Клерке и об уравнениях Клерка вместо знаменитых уравнений Максвелла.

Мать Джеймса умерла довольно рано, и, как говорят биографы, одиночество и жизнь на природе сделали мальчика выносливым и любопытным. С раннего детства он проявлял интерес к окружающему миру, играл с различными научными игрушками, например с «магическим диском» (зоотроп – устройство, конструкция которого основана на персистенции, способности сетчатки человеческого глаза сохранять изображения; эту

игрушку называли прототипом кинематографа), моделью небесной сферы и тому подобным. Игрушки появлялись благодаря интересу к технике и науке его отца – Джеймс узнал многое из общения с ним. Когда маленькому Максвеллу было десять лет, отец нанял домашнего учителя, но обучение оказалось неэффективным, и вскоре мальчик переехал к сестре отца в Эдинбург, поступил в школу, так называемую Эдинбургскую академию, в которой в рамках классического образования особый упор делался на изучение латинского, греческого и английского языков, Священного Писания и латинской литературы. За время учёбы в Эдинбургской академии Максвелл сошёлся с одноклассником Льюисом Кемпбеллом, в будущем ставшим известным филологом и биографом Максвелла.



Джеймс в детском возрасте
(<http://english-from-england.ru>)

В школе Максвелл увлёкся геометрией, он очень любил делать многогранники из картона. Однажды он услышал лекцию художника Дэвида Рамзая Хейя об искусстве этрусков, она очень восхитила его, поэтому он изобрёл способ рисования идеальных овалов с помощью булавок-фокусов, нитей и карандаша, что позволяло строить окружности (один фокус), эллипсы (два фокуса) и более сложные овальные фигуры (большее количество фокусов). На самом деле метод был не нов и восходил к работам Рене Декарта, однако друг семьи Максвеллов профессор Джеймс Форбс, узнав о находке мальчика, вынес его метод на заседание Эдинбургского королевского общества, куда входил и сам, и затем опубликовал его в своих трудах.

Закончив академию, Джеймс в 16 лет поступил в Эдинбургский университет, где слушал лекции по физике своего будущего наставника и советчика Форбса, изучал математику, философию, проводил эксперименты по оптике, химии и магнетизму. За время учёбы Максвелл подготовил математическую статью о кривых качения (как пример – задача Форбса – описать циклоиду от вершины горы Бен Невис до Форт Вильяма и определить время, за которое ствол дерева, скатываясь с вершины по этой кривой, достигнет подножия), но основное внимание он уделял изучению механических свойств материалов при помощи поляризованного света.

В 17 лет Максвелл познакомился с шотландским физиком Уильямом Николем, который подарил ему два поляризационных прибора¹ своей конструкции, которые сейчас назы-

ваются призмами Николя. Максвелл понял, что поляризованное излучение можно использовать для определения внутренних напряжений нагруженных твёрдых тел. Он изготавливал модели тел различных форм из желатина, деформировал их, наблюдал в поляризованном свете картины, соответствовавшие кривым направлений сжатия и растяжения. Сравнивая результаты своих опытов с теоретическими расчётами, Максвелл проверил многие старые и вывел новые закономерности теории упругости, в том числе в тех случаях, которые были слишком сложны для расчёта. Всего он решил 14 задач о напряжениях внутри полых цилиндров, стержней, круглых дисков, полых сфер, плоских треугольников, сделав, таким образом, существенный вклад в развитие метода фотоупругости. Эти результаты также представляли значительный интерес для строительной механики. Максвелл доложил их в 1850 году на одном из заседаний Эдинбургского королевского общества, что стало свидетельством первого серьёзного признания его трудов.

Решив продолжить обучение в Кембриджском университете, Максвелл в том же году поступает в самый дешёвый колледж Питерхаус с возможностью проживания в общестии колледжа. Однако учебная программа Питерхауса не заинтересовала Джеймса и к тому же не было практически никаких шансов остаться в колледже после окончания обучения, поэтому по совету знакомых после первого семестра в Питерхаусе Джеймс перевёлся в Тринити-колледж. Это было место с солидной

¹ Устройства, которые создают поляризованный свет, – такие световые волны, электромагнитные колебания которых происходят только в одном направлении.

репутацией и известными выпускниками, среди которых значились члены британской королевской семьи, Фрэнсис Бэкон, Исаак Ньютон и лорд Байрон¹. Чуть позже Максвелл стал стипендиатом колледжа и получил комнату в его здании. В это время он мало занимался научной деятельностью, но зато много читал, посещал лекции своего преподавателя физика-теоретика Джорджа Стокса, внёсшего значительный вклад в гидро- и газодинамику, оптику и математическую физику, а также семинары геолога и математика Уильяма Хопкинса. Максвелл был избран в так называемый «Клуб апостолов», объединявший двенадцать лучших студентов с самыми оригинальными идеями. Джеймс выступал в клубе с докладами на самые разнообразные темы. Биографы утверждают, что общение с новыми людьми в Тринити-колледже позволило ему компенсировать застенчивость и сдержанность, которые выработались у него за годы спокойной жизни в родовом поместье. Распорядок дня молодого Максвелла казался необычным, его знакомые вспоминали, что «с семи утра до пяти вечера он работал, затем ложился спать, вставал в половине десятого и принимался за чтение, с двух по полтретьего ночи в качестве зарядки бегал по коридорам общежития, после чего опять спал, уже до самого утра».

К 23 годам Максвелл окончательно сформировал для себя принципы своей научной работы, которыми и руководствовался до конца дней. В письме другу он замечает следующее: *«Вот мой великий план, который задуман уже давно и ко-*

торый то умирает, то возвращается к жизни и постепенно становится всё более навязчивым. <...> Основное правило этого плана – упрямо не оставлять ничего неизученным. Ничто не должно быть «святой землёй», священной Незыблемой Правдой, позитивной или негативной». Биографы нередко отмечают, что религиозные взгляды Максвелла отличались эклектичностью, поскольку в детстве он переехал из отцовского поместья, где ходил в пресвитерианскую церковь, в Эдинбург, и посещал уже епископальную церковь.

В Кембридже юный физик стал приверженцем теории христианского социализма, которая была развита, в том числе, и благодаря теологу Фредерику Денисону Морису, идеологу так называемой «широкой церкви». В 1854 году Морисон основал Рабочий колледж – учебное заведение при университете, созданное в рамках движения к демократизации высшего образования. Колледж готовил рабочих-ремесленников: ювелиров, литографов, гравёров и тому подобных специалистов. Считая главным способом совершенствования общества образование и развитие культуры, Максвелл принимал активное участие в работе этого учреждения, читал там по вечерам популярные лекции, в чём способствовал, как сейчас бы сказали, популяризации науки для простых людей.

Интересно, как Джеймс Максвелл ранжировал науки. В письме своему старому другу Льюису Кемпбеллу, решившему избрать теологическую карьеру, Джеймс писал: *«В каждой*

¹ Сотрудники Тринити-колледжа на данный момент получили 31 Нобелевскую премию из 83 наград на весь Кембриджский университет.

области знания прогресс пропорционален количеству фактов, на которых оно построено, и, таким образом, связан с возможностью получения объективных данных. В математике это просто. <...> Химия – далеко впереди всех наук естественной истории; все они – впереди медицины, медицина впереди метафизики, законоведения и этики; и все они впереди теологии. <...> Я считаю, что более приземлённые и материальные науки отнюдь не

могут быть презираемы в сравнении с возвышенным изучением Ума и Духа...».

После сдачи довольно серьёзного экзамена по математике и последующего получения степени бакалавра Джеймс Масквелл принял участие в математическом исследовании на соискание традиционной для Кембриджа премии Смита. Он получил эту премию вместе со своим однокурсником, будущим блестящим педагогом Кембриджа, математиком и механиком Эдвардом Джоном Раусом, доказав теорему Стокса.

Теория цвета

После получения премии Джеймс остался в Кембридже в надежде на будущее профессорское звание. Помимо написания книги по оптике, которая, впрочем, так и не была закончена, и проведения шуточных экспериментов, одним из которых была задача по «котоверчению», вошедшая в кембриджский фольклор¹, он сосредоточил своё внимание на теории цветов.

На тот момент существовало и две «цветовые» концепции: концепция Исаака Ньютона о семи основных цветах и идея Томаса Юнга о трёх цветах. Юнг связывал свою точку зрения с физиологией человека, говоря о дальтониках, которые, как известно, могут видеть не все цвета спектра. Максвелл придерживался юнговской теории и экспериментировал с цветовым волчком, диск которого был разделён на окрашенные в разные цвета секторы, а также с цветовым ящиком – разработанной им самим оптической системой, которая позволяла смешивать 3 эталонных цвета.



Джеймс Максвелл с цветовым волчком в руках, Кембридж (<http://christianevidences.org>)

Такие эксперименты проводились и прежде, например ещё одним известным физиком и математиком Германом Гельмгольцем, но лишь Максвелл начал получать с их помощью результаты и довольно точно

¹ Нужно было определить минимальную высоту, падая с которой, кошка встаёт на все четыре лапы.

предсказывать возникающие в результате смешения цвета. Он продемонстрировал, что смешение синего и жёлтого цветов даёт не зелёный, как часто полагали, а розоватый оттенок. Кроме этого он показал, что белый цвет не может быть получен смешением синего, красного и жёлтого, как полагали Дэвид Брюстер и некоторые другие учёные, а основными цветами являются красный, зелёный и синий, этим мы пользуемся и по сей день. Для графического представления цветов Максвелл использовал треугольник, точки внутри которого обозначают результат смешения основных цветов, расположенных в вершинах фигуры.

В мае 1861 года на лекции «О теории трёх основных цветов» в Королевском институте Максвелл представил доказательство правильности своей теории – первую в мире цветную фотографию «Тартановая лента». Три негатива были сняты через зелёный, красный и синий фильтры, которыми служили растворы солей различных металлов. После освещения их через те же фильтры было получено и само изображение. Так называемая аддитивная система RGB (Red, Green, Blue) доминировала в системах цветовоспроизведения для электронно-лучевых трубок мониторов и телевизоров в эпоху до ЖК- и плазменных

экранов. Как было показано спустя почти сто лет сотрудниками фирмы «Кодак», воссоздавшими условия опыта Максвелла, имевшиеся фотоматериалы не позволяли продемонстрировать цветную фотографию и, в частности, получить красное и зелёное изображения. По счастливому совпадению, полученное Максвеллом изображение образовалось в результате смешения совсем иных цветов – волн в синем диапазоне и ближнем ультрафиолете. Тем не менее, в опыте Максвелла содержался верный принцип получения цветной фотографии, использованный спустя многие годы, когда были открыты светочувствительные красители.



Тартановая лента – первое в истории достоверное цветное фотографическое изображение (wikipedia.org)

Электричество, магнетизм, новые горизонты и семейные дела

Ещё одной из интересующих Джеймса Максвелла областей физики была сфера электричества. В то время на природу электричества и магнетизма было 2 точки зрения: европейцы Андре Мари Ампер, Франц Нейман и Вильгельм Вебер, крупнейшие учёные того времени, счита-

ли, что в электрических и магнитных явлениях заложен принцип дальнего действия, и рассматривали электромагнитные силы как аналог гравитационного притяжения между двумя массами, которые мгновенно взаимодействуют на расстоянии. Электродинамика, развитая этими

физиками, представляла собой оформившуюся и строгую математизированную науку. Но Майкл Фарадей, первооткрыватель явления электромагнитной индукции, выдвинул идею силовых линий, которые соединяют положительный и отрицательный электрические заряды или северный и южный полюсы магнита, и поэтому, согласно Фарадею, силовые линии заполняют всё окружающее пространство, формируя поле, что и обуславливает электрические и магнитные взаимодействия. По совету Уильяма Томсона Максвелл стал изучать труды по электромагнетизму и вскоре принял позицию Майкла Фарадея, поскольку та не противоречила его физической интуиции и была ему понятна. Он писал: *«Когда мы наблюдаем, что одно тело действует на другое на расстоянии, то, прежде чем принять, что это действие прямое и непосредственное, мы обыкновенно исследуем, нет ли между телами какой-либо материальной связи. <...> Кому свойства воздуха незнакомы, тому передача силы посредством этой невидимой среды будет казаться столь же непонятной, как и всякий другой пример действия на расстоянии. <...> Не следует смотреть на эти (силовые) линии как на чисто математические абстракции. Это направления, в которых среда испытывает напряжение, подобное натяжению верёвки».*

Максвелл решил создать математическое описание объединённой теории, которая включала бы как фарадеевские представления, так и правильные результаты, полученные приверженцами дальнего действия.

В 1842 году Уильям Томсон заметил аналогию между электрическим взаимодействием и процессами теплопередачи в твёрдом теле, чем и поспешил воспользоваться Максвелл. По аналогии он применил к электричеству результаты, полученные для теплоты, так родилось первое математическое обоснование процессов передачи электричества через некоторую среду. Чуть позже Томсон исследовал аналогию между электричеством и упругостью, а Максвелл воспользовался другой аналогией: он разработал гидродинамическую модель силовых линий, уподобив их трубкам с идеальной несжимаемой жидкостью (векторы магнитной и электрической индукций аналогичны вектору скорости жидкости), и впервые выразил закономерности полевой картины Фарадея на математическом языке. Так появились известные сейчас каждому физiku и математику уравнения Максвелла в дифференциальном виде.

По образному выражению Роберта Милликена, Максвелл *«облёк плебейски обнажённое тело фарадеевских представлений в аристотелические одежды математики»*. Но вскрыть связь между покоящимися зарядами и «движущимся электричеством» (токами), отсутствие которой, видимо, было одной из основных его мотиваций в работе, ему в то время пока ещё не удалось.

В 1855 году Джеймс сдал экзамен на право стать членом совета Тринити-коллежда (членство подразумевало обет безбрачия), начал читать лекции по оптике и гидростатике. Но у него тяжело заболел отец, которого сын перевёз из родового поместья в Эдинбург. Не видя перспектив в Кембридже и переживая за больного отца, Максвелл попытался найти новое место работы, подав заявку на

вакансию профессора натуральной философии Маришаль-колледжа в Абердине. Подумав, что отцу будет лучше в Гленлэре, главном доме их поместья, Джеймс снова перевозит отца, однако лучше тому не становится. В апреле 1856 года он умирает, и в том же месяце Джеймс получает назначение на пост профессора в Абердине, куда и приезжает к началу учебного года.

Кафедра натуральной философии в Абердине к моменту появления там Максвелла пребывала в крайне заброшенном состоянии. Он попытался наладить преподавание, стараясь приучить студентов к научной работе, к практическим занятиям, а также организовал для студентов последнего года дополнительные занятия за рамками стандартного курса, однако не слишком преуспел в своей деятельности. Несмотря на то, что его лекции были сдобрены юмором и игрой слов, они часто касались очень сложных вещей, а это отпугивало многих студентов. Они отличались от принятого ранее образца меньшим упором на популярность изложения и широту тематики, более скромным количеством демонстраций и большим вниманием, которое уделялось математической стороне дела. Астроном Дэвид Гилл, один из абердинских студентов Масквелла, писал: «...Максвелл не был хорошим учителем; только четверо или пятеро из нас, а нас было семьдесят или восемьдесят, многому научились у него. Мы обычно оставались у него на пару часов после лекций. <...> Сам по себе он был самым приятным и милым существом – он часто засыпал и внезапно просыпался – потом говорил о том, что пришло ему в голову...».

В 1858 году Максвелл женился на дочери директора Маришаль-колледжа Кэтрин Мэри Дьюар, сразу же потеряв при этом членство в совете Тринити-колледжа, поскольку нарушил обет безбрачия.



Джеймс с супругой (wikipedia.org)

В это же время он писал о том, как окрепли его взгляды на науку: «Что касается материальных наук, то именно они кажутся мне прямой дорогой к любой научной истине, касающейся метафизики, собственных мыслей или общества. Сумма знаний, которая существует в этих предметах, берёт значительную долю своей ценности от идей, полученных путём проведения аналогий с материальными науками, а оставшаяся часть, хотя и важна для человечества, есть не научная, а афористическая. Основная философская ценность физики в том, что она даёт мозгу нечто определённое, на что

можно положиться. Если вы окажетесь где-то не правы, природа сама сразу же скажет вам об этом...».

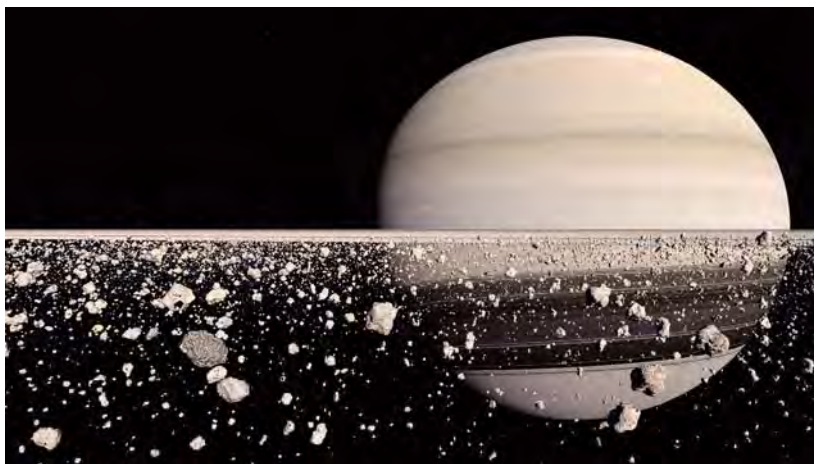
Джеймс не переставал заниматься наукой. В Абердине он проектировал «динамический волчок» для демонстрации некоторых аспектов теории вращения твёрдых тел. В «Трудах Кембриджского философского общества» вышла его статья «О фарадеевских линиях силы», содержащая результаты исследований

по электричеству за несколько лет. Стараниями Максвелла статья попала к Фарадею, завязалась дружеская переписка. Также была написана ещё одна статья, уже по геометрической оптике, – «Об общих законах оптических приборов», где учёный пытался проанализировать параметры совершенного оптического прибора, была затронута тема преломления света в сложных системах, к которой Максвелл будет обращаться и в дальнейшем.

Шаг в астрономию

В то же время Кембриджский университет предложил двухлетнее исследование на соискание премии Адамса. Задача была замечательной: требовалось объяснить природу колец Сатурна, которые были открыты ещё в начале XVII века Галилео Галилеем. Со временем выяснилось, что колец всего три, но оставалась неизвестной природа возникновения колец и вещество, из которого они состоят. Астроном Уильям Гершель считал, что кольца сплошные и твёрдые, однако Пьер Симон Лаплас доказывал, что твёрдые кольца должны быть неоднородными, очень узкими и обязательно должны вращаться. Проведя математический анализ различных вариантов строения колец, Максвелл убедился, что они не могут быть ни твёрдыми, ни жидкими, поскольку гипотеза Лапласа была верной и совпадала с его собственными выводами, а в случае жидкого строения кольца быстро разрушились бы, распадаясь на капли. Максвелл пришёл к выводу, что структура может быть устойчивой лишь в том случае, если кольцо состоит из скопления не связанных между собой метеоритов. Устойчивость колец обеспечивается их притяжением к

Сатурну и взаимным движением планеты и метеоритов. При помощи математических методов (Фурье-анализ) Максвелл показал, что при определённых условиях метеориты не сталкиваются между собой, и определил критерии состояния устойчивости двух колец. Результатом исследований в этой области стала не только заслуженная премия Адамса, но и последовавшее вскоре за ней издание трактата «Об устойчивости движения колец Сатурна», который получил мгновенное признание в научных кругах. Королевский астроном Джордж Эйри объявил её самым блестящим применением математики к физике, которое он когда-либо видел в своей жизни. Работа Максвелла по устойчивости колец Сатурна по праву считается «первой работой по теории коллективных процессов, выполненной на современном уровне», как отмечали современники и последователи учёного. Проблемами колец Сатурна Джеймс Максвелл занимался и в дальнейшем, работа продвигалась порой с переменным успехом, и одним из существенных достижений стал вывод о том, что кольца состоят из множества малых тел, подчиняющихся законам Кеплера.



Модель структуры колец Сатурна (<http://mks-onlain.ru>)

Кинетическая теория газов

Одними из самых ярких научных достижений Максвелла являются достижения в области разработки кинетической теории газов. На тот момент считалось, что теплота – это род движения атомов или молекул газа. Домасквелловские разработки в кинетической теории состояли в том, что Рудольфом Клаузиусом уже были введены понятия средней скорости молекул газа, длины свободного пробега λ ¹. Клаузиус также ввёл в кинетическую теорию элементы теории вероятностей – этим физики пользуются и в настоящее время. Максвелл первоначально хотел опровергнуть его идеи, но затем признал их заслуживающими внимания и развития. В 1859 году Максвелл выступил на заседании Британской ассоциации в Абердине с докладом о своей работе. Результаты, содержащиеся в докладе, были опубликованы в статье «Пояснения к динамической теории газов». Максвелл ис-

ходил из представления о газе как об ансамбле множества идеально упругих шариков, хаотически движущихся в замкнутом пространстве и сталкивающихся друг с другом. Шарики-молекулы можно разделить на группы по скоростям, при этом в стационарном состоянии число молекул в каждой группе остаётся постоянным, хотя они могут менять скорость после столкновений. Из такого рассмотрения следовало, что в равновесии частицы имеют неодинаковую скорость. Это распределение молекул газа по скоростям было названо распределение Максвелла.

Максвелл уточнил численный коэффициент в выражении для средней длины свободного пробега, а также доказал равенство средних кинетических энергий в равновесной смеси двух газов. Рассмотрев проблему вязкости, Максвелл смог впервые оценить значение средней длины пробега, получив правильный поряд-

¹ Одна из основных характеристик совокупности молекул газа, среднее расстояние, которое частица пролетает за время свободного пробега от одного столкновения до следующего, зависит от значений давления и температуры.

док величины. Другим следствием теории был казавшийся парадоксальным вывод о независимости коэффициента вязкости газа от его плотности, что было впоследствии подтверждено экспериментально – Максвелл сконструировал специальный прибор для определения вязкости воздуха. Кроме того, из теории непосредственно следовало объяснение закона Авогадро («в равных объёмах различных газов, взятых при одинаковых температуре и давлении, содержится одно и то же число молекул», одно из следствий, что при нормальных условиях объём 1 моля газа составляет 22,4 л). Таким образом, Максвелл фактически построил первую в истории физики статистическую модель микропроцессов, которая легла в основу разви-

тия статистической механики. Помимо вязкости Максвелл рассмотрел и другие процессы переноса в газах – диффузию и теплопроводность, задумался о вращательном движении сталкивающихся частиц и впервые получил закон равнораспределения кинетической энергии по поступательным и вращательным степеням свободы – этот закон связывает температуру системы с её средней энергией в классической статистической механике, построен на основании представления молекулы газа в виде твёрдого тела с зависящими от строения степенями свободы движения. О результатах применения своей теории к явлениям переноса учёный доложил на очередном съезде Британской ассоциации в Оксфорде в 1860 году.

Время приобретений и потерь

Однако в том же 1860 году Джеймс потерял место профессора в Абердине, поскольку вышло постановление об объединении двух абердинских колледжей – Маришаль-колледжа и Кингс-колледжа в рамках Абердинского университета. Объединённая кафедра отдавалась профессору второго из колледжей Дэвиду Томсону, однофамильцу целого ряда английских физиков, включая лорда Кельвина. До этого события Максвелл был очень доволен своим местом работы, поскольку его присутствие требовалось в Абердине лишь с октября по апрель. Остальное время он проводил в поместье отца, работая и наслаждаясь природой. Ему нравилась атмосфера свободы в колледже, отсутствие жёстких обязанностей, хотя он должен был посещать заседания сената колледжа, поскольку входил в регентский совет и в некотором роде осу-

ществлял полномочия одного из руководителей колледжа. Испытывая интерес к обучению рабочих, раз в неделю он читал платные лекции практической направленности для ремесленников и механиков в Абердинской научной школе (как и в Кембридже). Попытка выиграть конкурс на должность профессора натуральной философии Эдинбургского университета, освободившуюся после ухода Форбса, провалилась: эту позицию получил его старый друг Питер Тэт. В начале лета 1860 года Максвелла пригласили занять пост профессора кафедры натуральной философии лондонского Кингс-колледжа, одного из двух колледжей, образовавших Лондонский университет в 1836 году. Королевский колледж считается третьим старейшим университетом Англии после Оксфордского и Кембриджского университетов.

С момента потери должности и до переезда в Лондон Максвелл жил в родовом поместье, где тяжело переболел оспой, а переехав в Лондон, старался заниматься экспериментальной наукой, так как в Кингс-колледже Лондона были одни из самых лучших в Великобритании по оснащённости физические лаборатории. В колледже обучалось большое число студентов, что оставляло Максвеллу мало свободного времени. В 1861 году Максвелл вошёл в состав Комитета по эталонам, задачей которого было определение основных электрических единиц. В качестве материала эталона электрического сопротивления был взят сплав платины и серебра. Результаты тщательных измерений были опубликованы в 1863 году и стали основанием для рекомендации Международным конгрессом электриков 1881 года ома (Ом), ампера (А) и вольта (В) в качестве основных электрических единиц сопротивления, силы тока и напряжения соответственно. Максвелл продолжал также заниматься теорией упругости и расчётом сооружений, анализировал условия равновесия сферических оболочек, развивал методы построения диаграмм внутренних напряжений в телах, вывел так называемую теорему Максвелла, которая широко используется в сопротивлении материалов и строительной механике при расчёте упругих систем. За эти работы, имеющие важное практическое значение, ему была присуждена премия Эдинбургского королевского общества.

Продолжив заниматься электричеством и магнетизмом, учёный пришёл к идее описания электромагнитных эффектов через механическую модель, поскольку считал, что

магнетизм имеет вихревую природу, а электрический ток – поступательную. Согласно механической модели вращающиеся «молекулярные вихри» производят магнитное поле, тогда как мельчайшие передаточные «холостые колёса» обеспечивают вращение вихрей в одну сторону. Поступательное движение этих передаточных колёс («частичек электричества» по терминологии Максвелла) обеспечивает формирование электрического тока. При этом магнитное поле, направленное вдоль оси вращения вихрей, оказывается перпендикулярным направлению тока, что нашло выражение в обобщённом Максвеллом «правиле буравчика»¹. В рамках данной механической модели удалось не только дать адекватную наглядную иллюстрацию явления электро-магнитной индукции и вихревого характера поля, порождаемого током, но и ввести эффект, симметричный фарадеевскому: изменения электрического поля должны приводить к возникновению магнитного поля. Знаменитый физик Джозеф Джон Томсон назвал это «величайшим вкладом Максвелла в физику». Результаты работы учёного были изложены в статье «О физических силовых линиях», опубликованной в нескольких частях в 1861 – 1862 годах.

Максвелл сделал решительный шаг к построению электромагнитной теории света, поскольку обнаружил сходство свойств своей вихревой среды и светового эфира Френеля, – гипотетической всепроникающей среды, колебания которой проявляют себя как электромагнитные волны, в том числе как видимый свет. Следствием этого открытия было совпадение скорости распространения воз-

¹ Иногда это правило называют правилом Максвелла.

мущений (отношения уже определённых на тот момент электромагнитной и электростатической единиц электричества) и измеренной скорости света. Поэтому Максвелл сделал следующее заключение: *«Мы едва ли можем отказаться от вывода, что свет состоит из поперечных колебаний той же самой среды, которая является причиной электрических и магнитных явлений...»*. Теория эфира оказалась, как показало время, неверной, однако соображения Максвелла всё-таки были справедливы и применимы к электромагнитным волнам в той концепции электродинамики, которая царствует и сейчас. Как отметил ещё один гениальный физик Анри Пуанкаре, *«Максвелл не даёт механического объяснения электричества и магнетизма; он ограничивается тем, что доказывает возможность такого объяснения»*, а эта возможность была серьёзным прорывом в теории электромагнетизма.

В 1864 году свет увидел подробно сформулированную теорию Максвелла в его вышедшей статье, озаглавленной «Динамическая теория электромагнитного поля». Указанная выше механическая модель использовалась в статье лишь иллюстративно, зато подробно описывалась математическая формулировка уравнений электромагнитного поля (те самые уравнения Максвелла). Электромагнитное поле впервые стало трактоваться как реальная система с энергией зарядов. В этой же работе Максвелл фактически предсказал существование электромагнитных волн, хотя, следуя Фарадею, писал лишь о магнитных волнах (электро-

магнитные волны в полном смысле этого слова появились позже – в статье 1868 года). Скорость этих поперечных волн действительно оказалась равна скорости света, и таким образом окончательно оформилось представление об электромагнитной природе света. Более того, в этой же работе Максвелл применил свою теорию к проблеме распространения света в кристаллах.

В 1865 году Максвелл уехал в родовое имение, домой в Гленлэр, поскольку терпел серьёзные неудачи в своей педагогической деятельности: ему никак не удавалось поддерживать дисциплину на сложных лекциях. К тому же он хотел больше времени уделять своей научной работе. Он регулярно посещал Лондон, а также Кембридж, где принимал участие в приёме экзаменов. Под его влиянием в экзаменационную практику стали вводиться вопросы и задачи прикладного характера. Например, Максвелл предложил для экзамена исследование, которое представляло собой первую теорию дисперсии¹, основанную на взаимодействии падающей волны с молекулами, обладающими некоторой частотой собственных колебаний. Полученная в этой модели зависимость показателя преломления от частоты была независимо выведена через три года Вернером фон Зельмейером. Теория дисперсии Максвелла – Зельмейера нашла подтверждение в конце XIX века в опытах немецкого физика-экспериментатора Генриха Рубенса.

В конце 60-х годов Максвелл много путешествовал по Европе, посетив Италию (по совету врача часто болевшей жены), Германию,

¹ Явление зависимости фазовой скорости волны от её частоты.

Францию и Голландию, практиковался в языках (он хорошо знал греческий, латинский, итальянский, французский и немецкий) и вернулся домой для дальнейшей работы.

Его занимала кинетическая теория газов. В своей работе 1866 года с названием «По поводу динамической теории газов» Максвелл создал более общую, чем раньше, теорию переноса. В результате своих опытов по измерению вязкости газов он решил отказаться от представления о молекулах как об упругих шариках. В новой работе он рассматривал молекулы как малые тела, отталкивающие друг друга с силой, зависящей от расстояния между ними (из своих

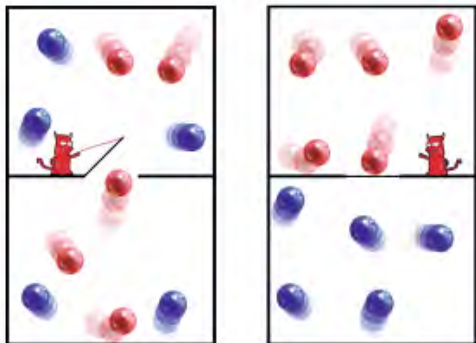
опытов он вывел, что это отталкивание обратно пропорционально расстоянию в пятой степени). Рассмотрев процессы переноса, он определил значения коэффициентов диффузии и теплопроводности, связав их с экспериментальными данными. Хотя отдельные утверждения Максвелла оказались неверными (например, законы взаимодействия молекул более сложны), развитый им общий подход стал весьма плодотворным. В той же работе 1866 года он дал новый вывод распределения молекул по скоростям, исходя из условия, позже названного принципом детального равновесия, чем обобщил результаты своих более ранних работ.

Публикации и споры вокруг них

В Гленлэре Максвелл закончил учебник «Теория теплоты», который переиздавался несколько раз, в том числе и при жизни автора. Большая часть этой книги была посвящена рассмотрению тепловых явлений. В последней главе содержались основные сведения по молекулярно-кинетической теории в сочетании со статистическими идеями самого Максвелла. Там же он выступил против второго начала термодинамики в формулировке Томсона («Невозможен круговой процесс, единственным результатом которого было бы производство работы за счёт охлаждения теплового резервуара») и Клаузиуса («Невозможен процесс, единственным результатом которого являлась бы передача тепла от более холодного

тела к более горячему»), приводившей к «тепловой смерти Вселенной»¹. Согласно Максвеллу, оно может нарушаться отдельными молекулами, но остаётся справедливым для больших совокупностей частиц. Для иллюстрации этого положения он предложил мысленный эксперимент, парадокс, известный как «демон Максвелла» – термин предложен Томсоном, сам Максвелл предпочитал слово «клапан». Он состоит в том, что некоторая управляющая система («демон») способна уменьшать энтропию системы без затраты работы. Парадокс демона Максвелла был разрешён уже в XX столетии в работах Мариана Смолуховского и Лео Сциларда, показавших, что второе начало термодинамики не нарушается.

¹ Термин, описывающий конечное состояние любой замкнутой термодинамической системы, и Вселенной в частности. При тепловой смерти никакого направленного обмена энергией наблюдаться не будет, так как все виды энергии перейдут в тепловую. Термодинамика рассматривает систему, находящуюся в состоянии тепловой смерти, как систему, в которой термодинамическая энтропия, то есть мера неупорядоченности системы, максимальна.



Демон Максвелла за работой
(<http://earth-chronicles.ru>)

Интересно, что Максвелл способствовал закреплению в научном обиходе термина «набла», обозначающего один из видов операторов (в виде перевёрнутого треугольника). Математическая запись соотношений в работах Максвелла по электродинамике была громоздкой, и он решил упростить её, применив так называемую кватернионную запись, о которой узнал из книги своего бывшего соперника по должности Питера Тэта. Название «набла» предложил друг Максвелла Уильям Робертсон Смит, а Максвелл написал шуточную оду к Тэту, которая имела успех, название закрепилось, поэтому остался и сам термин.

В 1868 году Максвеллу предложили пост ректора университета Сент-Эндрюс, но он отказался, не в силах расстаться с жизнью в имении. Но три года спустя он всё-таки принял другое предложение – возглавить только что организованную физическую лабораторию Кембриджского университета и занять соответствующую должность профессора экспериментальной физики (до этого от приглашения отказались Уильям Томсон и Герман Гельмгольц). Лаборатория была названа в честь учёного Генри Кавендиша. Современники Максвелла утверждали, что образо-

вание первой лаборатории в Кембридже соответствовало осознанию значимости экспериментальных исследований для дальнейшего прогресса науки, а сам Максвелл проводил работы по строительству и оснащению лаборатории (первоначально использовались его личные приборы), читал лекции по экспериментальной физике – курсы теплоты, электричества и магнетизма.

В 1873 году вышел большой труд Максвелла – «Трактат об электричестве и магнетизме». Изложение материала было построено с точки зрения фарадеевских позиций, в ущерб идеям Максвелла. Однако в трактате содержались основные уравнения Максвелла, правда, представленные не в слишком удобной форме. В книге показывалось, что следствием этих уравнений было существование электромагнитных волн, которые спустя 15 лет экспериментально откроет Генрих Герц. В трактате также содержалось доказательство электромагнитной природы света и предсказание эффекта давления света, что потом, много лет спустя докажет наш великий Пётр Лебедев. На основе своей теории Максвелл также дал объяснение влиянию магнитного поля на распространение света (эффект Фарадея).

Фундаментальная работа Максвелла была прохладно принята большинством корифеев тогдашней науки – Стоксом, Эйри, Гельмгольцем, Томсоном. Последний и вовсе назвал теорию своего друга «любопытной и оригинальной, но не слишком логичной гипотезой», и лишь после опытов Лебедева эта его убеждённость была несколько поколеблена. Физик Тэт посчитал основным достижением «Трактата» лишь окончательное развенчание дального действия. Особенно трудной для понимания была концепция тока смещения,

который должен существовать даже в отсутствие материи, то есть в эфире. Даже Герц, ученик Гельмгольца, избегал ссылок на Максвелла, работы которого были крайне непопулярны в Германии, и писал, что его опыты по созданию электромагнитных волн *«убедительны вне зависимости от какой бы то ни было теории»*.

Не способствовали пониманию новых идей и особенности стиля – недостатки обозначений и зачастую сумбурность изложения, что отмечали, например, французские учёные Анри Пуанкаре и Пьер Дюэм. Последний писал: *«Мы полагали, что вступаем в мирное и упорядоченное жилище дедуктивного разума, а вместо этого оказались на каком-то заводе»*. Историк физики Марио Льюцци следующим образом резюмировал впечатление, которое оставлял труд Максвелла: *«Он шаг за шагом строит свои теории с помощью «ловкости пальцев», как удачно выразился Пуанкаре, имея в виду те логические натяжки, которые иногда позволяют себе учёные при формулировке новых теорий. Когда в ходе аналитического построения Максвелл наталкивается на очевидное противоречие, он, колеблясь, преодолевает его с помощью обескураживающих вольностей. Например, ему ничего не стоит исключить какой-нибудь*

член, заменить неподходящий знак выражения обратным, поменять значение какой-нибудь буквы. На тех, кто восхищался непогрешимым логическим построением электродинамики Ампера, теория Максвелла должна была производить неприятное впечатление». Лишь некоторые учёные, в основном молодые и не имеющие большого веса в мире науки, всерьёз заинтересовались теорией Максвелла: Артур Шустер, впервые прочитавший в Манчестере курс лекций на базе «Трактата»; Оливер Лодж, задавшийся целью обнаружить электромагнитные волны; Джордж Фицджеральд, безуспешно пытавшийся убедить Томсона (в то время уже лорда Кельвина) в справедливости максвелловских представлений; Людвиг Больцман; русские учёные Николай Умов и Александр Столетов. Знаменитый голландский физик Хендрик Антон Лоренц, в своей работе одним из первых применивший теорию Максвелла, много лет спустя писал: *«Трактат об электричестве и магнетизме произвёл на меня, пожалуй, одно из самых сильных впечатлений в жизни: толкование света как электромагнитного явления по своей смелости превзошло всё, что я до сих пор знал. Но книга Максвелла была не из лёгких!»*

Кавендишская лаборатория и популяризация науки

16 июня 1874 года состоялось торжественное открытие трёхэтажного здания Кавендишской лаборатории. В тот же день герцог Девонширский, который курировал и спонсировал строительство лаборатории, вручил

Джеймсу Максвеллу двадцать пакетов с рукописями Генри Кавендиша. Пять лет Максвелл работал над наследием этого нелюдимого учёного, сделавшего, как выяснилось, ряд выдающихся открытий: измерил ёмкости и диэлектри-

ческие постоянные ряда веществ, определил сопротивление электролитов и предвосхитил открытие закона Ома, установил закон взаимодействия зарядов (закон Кулона). Максвелл внимательно изучал особенности и условия кавендишевских опытов, многие из них были воспроизведены в лаборатории. По результатам своей работы Максвелл в 1879 году выпустил двухтомное собрание сочинений «Электрические исследования достопочтенного Генри Кавендиша».



*Джеймс Клерк Максвелл –
состоявшийся учёный
(<https://www.eduspb.com>)*

Кроме этого, учёный активно занялся популяризацией науки: написал несколько статей для энциклопедии «Британника» (например, «Атом», «Притяжение», «Эфир» и т.п.). Он пытался создать универсальные учебники по электричеству, одна из

книг, которая претендовала на это звание, называлась «Электричество в элементарном изложении». Максвелл долго работал над ней, и она вышла в свет в 1881 году. В подобных книгах учёный популистски излагал свои взгляды на электричество и кинетическую теорию, ставя под сомнение кажущиеся очевидными вещи. Так, Максвелл выражал сомнения по поводу беспорядочности идеи атома, его неделимости или бесконечности мира. Он задавал читателям вопросы, заостряя внимание на ряде физических проблем, таких как: что есть молекула и каким образом атомы формируют её? Какова природа межатомных сил? Как понять тождественность и неизменность всех атомов или молекул данного вещества?

Вновь оказавшись в Кембридже, Максвелл продолжил заниматься вопросами молекулярной физики: он вычислил размеры и массы молекул ряда газов, определил значение постоянной Лошмидта¹, дал вывод обобщённого распределения молекул в потенциальном силовом поле, ранее полученного Больцманом (распределение Максвелла – Больцмана).

В конце жизни Максвелл внимательно изучал работы Уилларда Гиббса, который использовал некоторые методы геометрии в приложении к термодинамике. Эти методы использовал и Максвелл, особенно при определении термина «энтропия», и даже приблизился к её трактовке как свойства, зависящего от знаний о системе. Он получил четыре термодинамических соотношения – так называемые соотношения Максвелла для давления, объема, температуры и энтропии, которые до сих пор вхо-

¹ Величина, показывающая отношение числа структурных единиц, таких как атомы, молекулы, ионы, электроны, или любых других частиц в 1 м^3 вещества в состоянии идеального газа при нормальных условиях.

дят в курс термодинамики и статистической физики в университетах.

В 1879 году увидели свет 2 последние работы учёного по молекулярной физике, в которых были даны основы теории неоднородных разрежённых газов, рассмотрено взаимодействие газа с поверхностью твёрдого тела в связи с тепловым действием света, введены термины «фаза системы» и «степень свободы молекулы» (то есть количество координат для определения расположения и ориентации молекулы в пространстве), которые используются в физике и поныне.

В Кембридже Максвелл был членом совета сената университета, членом комиссии по реформе математического экзамена и одним из организаторов нового естественнонаучного экзамена, избирался президентом Кембриджского Совета.

Шла работа с первыми учениками, среди которых особенно выделяют Джорджа Крystala, Ричарда Глэйзбрука, Артура Шустера, Амброза Флеминга, Джона Генри Пойнтинга (последний – один из известнейших британских физиков). Как правило, Максвелл оставлял выбор темы исследований на усмотрение учеников, предоставляя им полную свободу. Сотрудники отмечали его простоту, сосредоточенность на своих исследованиях, способность глубоко проникать в суть проблемы, пронизательность, восприимчивость к критике, отсутствие стремления к славе, но в то же время способность к утончённому сарказму. В жизни учёный был истинным джентльменом. Он увлекался английской поэзией и сам писал стихи, сочинял для них музыку и пел, сопровождая себя на гитаре.

Эпилог

5 ноября 1879 года, в возрасте 48 лет, Джеймс Максвелл скончался от рака брюшной полости, который развивался у него в последние 2 года жизни. Его врач Пагет вспоминал: *«Никто из моих многочисленных пациентов не признавал так трезво свою обречённость и не встречал смерть более спокойно...»*. Учёный похоронен рядом со своими родителями недалеко от родового имения. К сожалению, он не оставил детей, поэтому его жена завещала семейное состояние Кавендишской лаборатории. На эти деньги и была организована именная стипендия для одарённых аспирантов.

Мало кто из современников оценил достижения Максвелла при жизни, как это часто случается, если человек в своих открытиях опережает

время. Несколько лет спустя после кончины учёного многие исследователи-физики заинтересовались его работами. Уместно было бы привести слова известнейших деятелей науки о Максвелле: *«Великие мысли Максвелла не были случайностью: они естественно вытекали из богатства его гения; лучше всего это доказывается тем обстоятельством, что он был первооткрывателем в самых разнообразных отраслях физики, и во всех её разделах он был знатоком и учителем <...> ...в учении об электричестве его гений предстаёт перед нами в своём полном величии. Именно в этой области после многолетней тихой исследовательской рабо-*

ты на долю Максвелла выпал такой успех, который мы должны причислить к наиболее удивительным деяниям человеческого духа. Ему удалось выманить у природы в результате одного лишь чистого мышления такие тайны, которые лишь спустя целое поколение и лишь частично удалось показать в остроумных и трудоёмких опытах» (Макс Планк); «Хорошо, что после усвоения идей Максвелла физики привыкли к восприятию в качестве основного физического факта утверждение, что существует некоторое поле определённого рода в определённой точке пространства, так как уже давно нельзя было ограничиваться электромагнитным полем. Много других полей появилось в физике» (Рудольф Эрнст Пауэрлс); «Формулировка этих уравнений (то есть уравнений Максвелла) является самым важным событием со времени Ньютона не только вследствие ценности их содержания, но и потому, что они дают образец нового типа законов. Характерную особенность уравнений Максвелла, которая проявляется и во всех других уравнениях современной физики, можно выразить в одном предложении: уравнения Максвелла суть законы, выражающие структуру поля... Теоретическое открытие электромагнитной волны, распространяющейся со скоростью света, является одним из величайших достижений в истории наук» (Альберт Эйнштейн и Леопольд Ин-

фельд). Эйнштейн также признал, что теория относительности обязана своим возникновением уравнениям Максвелла для электромагнитного поля. По сути дела теория Максвелла была первой калибровочно-инвариантной теорией, она дала толчок дальнейшему развитию принципа калибровочной симметрии, который лежит в основе современной Стандартной модели – основной теории в физике элементарных частиц, которая описывает электромагнитное, слабое и сильное взаимодействия всех элементарных частиц. Наконец, заслуживают упоминания многочисленные практические приложения электродинамики Максвелла для расчёта и создания промышленных установок, использования радиоволн, современное численное моделирование электромагнитного поля в сложных системах.

Нильс Бор в своём выступлении на праздновании столетнего юбилея Максвелла сказал: «Развитие атомной теории, как известно, скоро вывело нас за пределы прямого и последовательного применения теории Максвелла. Однако я должен подчеркнуть, что именно возможность анализа явлений излучения благодаря электромагнитной теории света привела к признанию существенно новых особенностей в законах природы. <...> И всё же при таком положении теория Максвелла продолжала оставаться ведущей теорией. <...> Не следует забывать, что только классические идеи материальных частиц и электромагнитных волн имеют недвусмысленное поле применения, между тем как понятия фотона и электронных

волн его не имеют. <...> В самом деле, мы должны осознать, что недвусмысленное истолкование любого измерения должно быть по существу выражено в терминах классических теорий, и мы можем сказать, что в этом смысле язык Ньютона и Максвелла останется языком физиков на все времена».

На момент смерти Максвелл был известен прежде всего благодаря вкладу в молекулярно-кинетическую теорию, в разработке которой был признанным лидером. Большое значение в развитии науки, помимо множества конкретных результатов в этой области, имела разработка Максвеллом статистических методов, приведших в итоге к развитию статистической механики. Сам термин «статистическая механика» был введён именно Максвеллом (1878 год). Яркий пример понимания важности такого подхода – статистическое толкование второго начала термодинамики и парадокс «демона Максвелла», повлиявшие на формулировку теории информации в XX веке. Методы Максвелла в теории процессов переноса также нашли развитие и применение в физике в работах Поля Ланжевена, Джона Леннарда-Джонса и других учёных. Труды Максвелла по теории цвета заложили основы методов точного количественного определения цветов, получаемых в результате смешения. Эти результаты были использованы Международной комиссией по освещению при разработке цветowych диаграмм с учётом как спектральных характеристик цветов, так и уровня их насыщенности. Анализ устойчивости колец Сатурна, проведённый Максвеллом, и его работы по кинетиче-

ской теории находят своё продолжение не только в современных подходах к описанию особенностей строения колец, многие из которых ещё не объяснены, но и в описании похожих астрофизических структур – например, аккреционных дисков (аккреция – процесс падения вещества на космическое тело из окружающего пространства). Более того, идеи Максвелла об устойчивости систем частиц нашли применение и развитие в совершенно иных областях – анализе динамики волн и заряженных частиц в кольцевых ускорителях, плазме, нелинейных оптических средах и так далее (системы уравнений Власова – Максвелла, Шрёдингера – Максвелла, Вигнера – Максвелла).



Памятник учёному в Эдинбурге,
Шотландия
(<https://www.eduspb.com>)

В год смерти Джеймса Максвелла родился Альберт Эйнштейн, ещё один гениальный физик, придавший уравнениям Максвелла другую, более новую и совершенную форму, доказавший отсутствие эфира, в который так верил Максвелл, и перевернувший мир физики не меньше, чем это сделал Джеймс Максвелл.

Литература

1. Карцев В.П. Максвелл. – М.: Молодая гвардия, 1974. (Серия «Жизнь замечательных людей»). Электронный ресурс: <http://lib.rus.ec/b/68000/read>.
2. Нивен У. Жизнь и научная деятельность Дж. К. Максвелла // Максвелл Дж.К. Материя и движение. – М.: – Ижевск: РХД, 2001.
3. Статьи из приложения к сборнику: Максвелл Дж. К. Статьи и речи. – М.: Наука, 1968.
4. Кудрявцев П.С. Максвелл. – М.: Просвещение, 1976.
5. Энциклопедия для детей. Том 16. Физика, ч. 1, с. 140-146. – М.: Аванта+, 2005.

Материал подготовила А.П. Дегтярёва

Калейдоскоп

Калейдоскоп

Калейдоскоп

Первая искусственная нейронная сеть появится в уральском вузе уже к лету

Учёные Южно-Уральского государственного университета (ЮУрГУ) рассчитывают к лету 2017 года создать работающий экземпляр искусственной нейронной сети, которая может применяться кадровиками крупных корпораций. Об этом сообщил ТАСС доцент кафедры системного программирования ЮУрГУ Сергей Иванов.

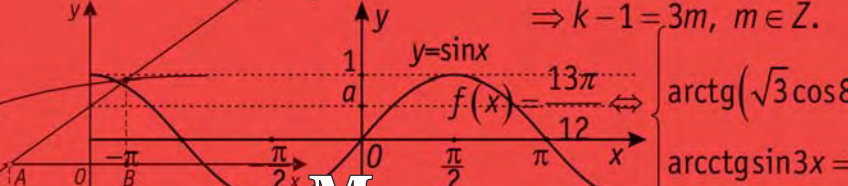
«К лету 2017 года мы рассчитываем завершить работы по созданию первой искусственной нейронной сети, которая будет распознавать психотип человека по Юнгу. В более отдалённой перспективе мы готовимся создать нейронную сеть, которая будет способна анализировать работоспособность оборудования», – сказал Иванов.

По его словам, нейронную сеть, которая будет распознавать психотип человека по Юнгу, смогут применять кадровые службы крупных холдингов и психологи. Она позволит подбирать персонал на каждую конкретную позицию с учётом психологических свойств соискателя.

А нейронная сеть, которая будет способна анализировать работоспособность оборудования, будет интересна в том числе машиностроителям и конечным пользователям. Она сможет сообщать не только о неисправности устройства, но и выдаст рационализаторские предложения по изменению диагностируемой конструкции.

Напомним, что ранее российские учёные научили искусственный интеллект предсказывать семейное положение по соцсетям, причём алгоритм работает также на основе психотипов Юнга.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$



Математика



Пиголкина Татьяна Сергеевна

*Выпускница МФТИ. Доцент,
заслуженный работник высшей школы,
заслуженный преподаватель МФТИ.*

Геометрия в ЕГЭ. Задачи на доказательство

За последние два года существенно изменились задачи по геометрии на ЕГЭ. Задача теперь состоит из двух частей. В первой требуется доказать некоторое утверждение для заданной геометрической фигуры. Во второй – при конкретных числовых данных требуется решить геометрическую задачу, вычислить определённые характеристики такой фигуры. Именно первая часть задания, особенно оформление доказательных рассуждений, вызывает наибольшие трудности экзаменуемых. Здесь требуется не только хорошее знание теории, но и умение делать выводы из заданных условий, и умение работать с чертежом (рисунком) так, чтобы он помогал увидеть план доказательства, т.е. нужен определённый опыт построения доказательств. Отметим также, что вторая – вычислительная – часть задачи, становится после доказательств, как правило, короткой и ясной.

Приведём примеры подобных задач из вариантов 2016 г. ЕГЭ (профильный уровень), а также материалов ФИПИ и КИМов.

Задача 1. Две окружности разных радиусов пересекаются в точках B и D , при этом их центры лежат по разные стороны от прямой BD . Точка A лежит на меньшей окружности, прямая AB касается большей окружности; точка C лежит на большей окружности, прямая CB касается меньшей окружности. Прямая AD пересекает большую окружность в точке E .

1. Доказать, что площади треугольников ABC и ABE равны.

2. Прямые BD и AC пересекаются в точке K . Найти отношение $AK : KC$, если $AB = 5$ и $BC = 7$.

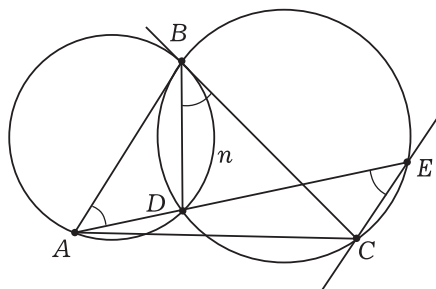


Рис. 1

Решение. 1. Треугольники ABC и ABE имеют общую сторону AB , они имеют равные площади, если их высоты к стороне AB равны. Высоты будут равны, если прямая CE параллельна прямой AB . Докажем, что это действительно так (рис. 1).

Угол AEC равен углу DEC . Действительно, вписанный угол DEC опирается на дугу DC , на ту же дугу опирается вписанный угол DBC . Вспомним, что BC – касательная к меньшей окружности, угол DBC – это угол между касательной BC и хордой BD , он измеряется половиной дуги BnD и равен вписанному углу BAD . Итак, установили, что $\angle BAE = \angle BAD = \angle DBC = \angle DEC = \angle AEC$. Доказано, что при пересечении прямых AB и CE прямой AE накрест лежащие углы равны, следовательно, прямые AB и CE – параллельные.

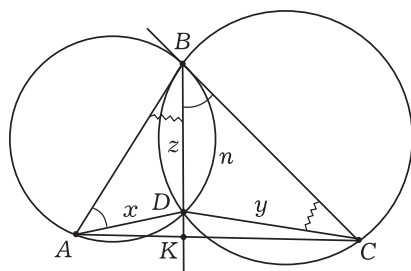


Рис. 2

2. При доказательстве в пункте 1 было установлено равенство углов BAD и BCD (рис. 2). У нас есть другая касательная – касательная BA к большей окружности. Угол ABD – угол между касательной BA и хордой BD этой окружности и равен вписанному углу BCD . По первому признаку подобия $\triangle ABD \sim \triangle BCD$, из подобия следует (обозначения $AD=x$, $CD=y$, $BD=z$): $x/z = z/y = AB/BC$, откуда $x/z = 5/7$ и $z/y = 5/7$, тогда $x/y = x/z \cdot z/y = 25/49$. Теперь заметим, что в треугольниках ABD и BCD третьи углы BDA и BDC равны друг дру-

гу (следует из теоремы о сумме углов треугольника). Смежные им углы ADK и CDK также равны друг другу, следовательно, DK – биссектриса треугольника ADC . По теореме о биссектрисе треугольника $AK/KC = AD/CD$, т.е. $AK/KC = x/y = 25/49$.

Ответ. 25/49.

Задача 2. Окружность, вписанная в остроугольный треугольник ABC , касается сторон AB и BC в точках E и F (рис. 3).

1. Доказать, что центр окружности, вписанной в треугольник BEF , лежит на окружности, вписанной в треугольник ABC .

2. Найти расстояние между центрами этих окружностей, если $AB = BC$, $BE = 15$, $EF = 10$ и $S_{BEF} : S_{ABC} = 4 : 9$.

Решение. 1. Пусть O – центр окружности, вписанной в треугольник ABC , тогда BO – биссектриса угла ABC , $OE \perp AB$, $OF \perp BC$, и по свойству касательных $BE = BF$, т.е. треугольник BEF – равнобедренный, BK – его высота и медиана.

Пусть $\varphi = \frac{1}{2} \angle ABC$, M – точка пересечения биссектрисы BO и меньшей дуги EF и K – точка пересечения биссектрисы BO и отрезка EF . Очевидно, что $\angle BOF = 90^\circ - \varphi$ и $\angle OFK = \varphi$.

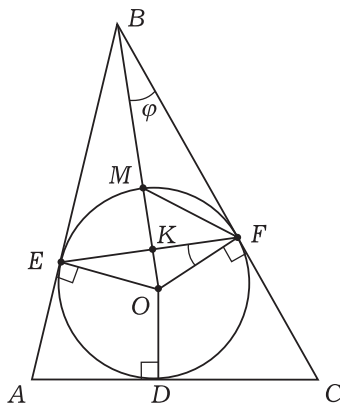


Рис. 3

Центр окружности, вписанной в треугольник BEF , – это точка пересечения биссектрисы BO и биссектрисы угла BFE . Если мы докажем, что биссектриса угла BFE пересекает окружность в точке M , то это и будет означать, что центр лежит на окружности, вписанной в треугольник ABC .

Рассмотрим треугольник MOF . Он равнобедренный ($OM = OF$), угол MOF равен углу BOF , т.е. $\angle MOF = 90^\circ - \varphi$, поэтому $\angle OFK = \varphi$ и

$$\angle OFM = \angle OMF = \frac{1}{2}(180^\circ - (90^\circ - \varphi)) = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}.$$
 Тогда $\angle KFM = \angle OFM - \angle OFK = \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) - \varphi = 45^\circ - \frac{\varphi}{2}$. Сравним его с половиной угла BFE :

$$\angle BFE = \frac{1}{2}(180^\circ - 2\varphi) = 90^\circ - \varphi,$$

$\frac{1}{2}\angle BFE = 45^\circ - \frac{\varphi}{2} = \angle KFM$. Это означает, что FM – биссектриса угла BFE и точка M – центр окружности, вписанной в треугольник BEF .

2. Теперь по условию треугольник ABC равнобедренный, $AB = BC$, $EF \parallel AC$, биссектриса BD – медиана и высота (рис. 4).

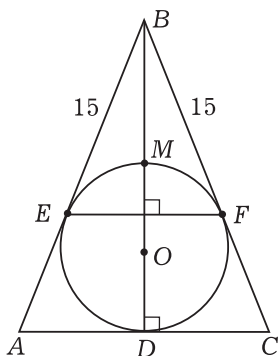


Рис. 4

Расстояние OM равно радиусу r вписанной в треугольник ABC ок-

ружности. Также известно, что $BF = 15$, $EF = 10$, $S_{BEF} : S_{ABC} = 4 : 9$.

$\triangle BEF \sim \triangle BAC$, площади подобных треугольников относятся, как квадраты их сходственных сторон,

$$\text{значит, } \left(\frac{EF}{AC}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow AC = \frac{3}{2}EF = 15.$$

По свойству касательных $AE = AD = DC = FC$, $AE = 7,5$ и $AB = BC = 22,5$.

Для треугольника ABC находим

$$p = 30, S = \sqrt{30 \cdot \frac{15}{2} \cdot \frac{15}{2} \cdot 15} = \frac{225}{\sqrt{2}} \text{ и ис-}$$

$$\text{комое расстояние } OM = r = \frac{S}{p} = \frac{15\sqrt{2}}{4}.$$

Можно упростить вычисления в пункте 2. Найти ρ , S и r_0 для треугольника

$$ABC \left(p = 20, S = 50\sqrt{2}, r_0 = \frac{5}{2}\sqrt{2} \right).$$

В подобных треугольниках все линейные элементы относятся как сходственные стороны, поэтому искомый радиус $r = \frac{3}{2}r_0 = \frac{15\sqrt{2}}{4}$.

$$\text{Ответ. } \frac{15\sqrt{2}}{4}.$$

Задача 3. Дан прямоугольный треугольник ABC . На катетах AC и BC , как на диаметрах, построены окружности, они пересекаются ещё в точке H . Точка D лежит на меньшей дуге BH , отрезок CD пересекает другую окружность в точке E .

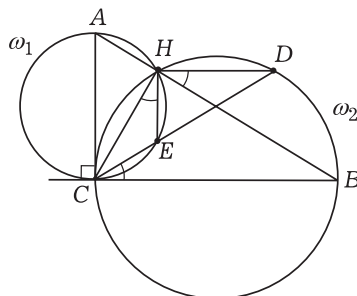


Рис. 5

1. Доказать, что $DH \perp HE$.

2. Найти длину отрезка DE , если $AN = 1$, $BH = 3$ и точка D – середина дуги BH .

Решение. 1. Пусть ω_1 – окружность с диаметром AC , а ω_2 – другая окружность (рис. 5). Угол CHA опирается на диаметр AC , он прямой, значит, CH – высота прямоугольного треугольника ABC . Окружность ω_1 касается прямой BC , поэтому угол DCE – это угол между её касательной BC и хордой CE , и он равен вписанному углу CHE . В окружности ω_2 угол BCD (он совпадает с углом BCE) опирается на дугу BD , на неё же опирается и угол BHD , поэтому $\angle BHD = \angle BCE = \angle CHE$. Отметим равные углы на рисунке. Видим, что

$$\begin{aligned} \angle DHE &= \angle DHB + \angle BHE = \\ &= \angle CHE + \angle BHE = \angle CHB = 90^\circ, \end{aligned}$$

что и означает $DH \perp HE$.

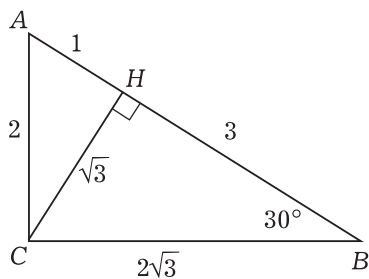


Рис. 6

2. По свойству высоты прямоугольного треугольника $CH = \sqrt{AH \cdot BH} = \sqrt{3}$, тогда $AC = 2$ и $BC = 2\sqrt{3}$. Из $AB = 2 \cdot AC$ следует $\angle CBA = 30^\circ$ и $\angle BCH = 60^\circ$. Точка D – середина дуги BH , поэтому $\angle DCH = \angle DCB = 30^\circ$ и углы DCH и CHE оказываются равны друг другу, $\angle CHE = 30^\circ$. Хорда CE окружности ω_1 находится по формуле $a = 2R \sin \alpha$: $CE = AC \cdot \sin 30^\circ = 1$. По той же формуле находится хорда CD окружности ω_2 , на которую опира-

ется угол CHD , равный 120° : $CD = BC \cdot \sin 120^\circ = 3$, тогда $DE = CD - CE = 2$.

Ответ. 2.

Задача 4. Дан прямоугольник $ABCD$. Окружность с центром в точке B радиуса BA пересекает прямую AB в точке E ; прямая EC пересекает окружность в точке F , а продолжение стороны AD – в точке K .

1. Доказать, что $DK = DF$.

2. Найти длину отрезка KC , если $BF = 20$ и $DF = 21$.

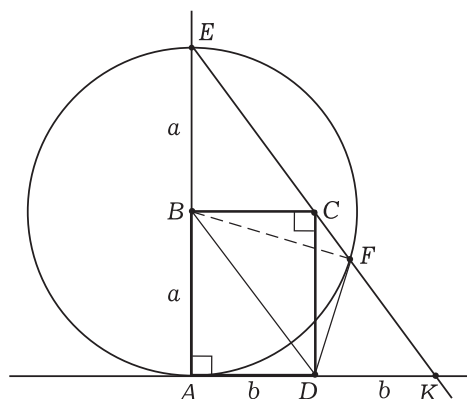


Рис. 7

Решение. 1. Пусть $AB = a$, $AD = b$ (рис. 7). Из $AB = BE$ и $BC \parallel AD$ следует, что BC – средняя линия треугольника $AЕК$, поэтому $AK = 2 \cdot BC$ и $DK = b$.

Четырёхугольник $BCKD$ – параллелограмм, так как $BC = DK$ и $BC \parallel DK$. Другие две его стороны параллельны и равны: $BD \parallel CK$ и $BD = CK$.

Четырёхугольник $BCFD$ – трапеция ($BD \parallel CF$), её диагональ CD равна a (т.к. $CD = AB$), другая её диагональ BF равна a как радиус окружности. Если в трапеции диагонали равны, то она равнобедренная. Докажем это.

Пусть $ABCD$ – трапеция, $DK \parallel AC$, точка K на прямой BC (рис. 8);

$AD \parallel CK$, $AD = CK \Rightarrow ACKD$ – параллелограмм, тогда $\angle 1 = \angle 2$.

Треугольник BDK – равнобедренный, $\angle 1 = \angle 3$, тогда из $BC \parallel AD$ следует $\angle 4 = \angle 3$. Итак, $\angle 2 = \angle 4$ и $\triangle ADB = \triangle DAC$ по двум сторонам и углу между ними. Из равенства треугольников следует $AB = CD$.

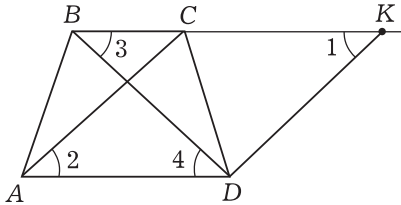


Рис. 8

Возвращаемся к задаче (рис. 7). Трапеция $BCFD$ – равнобедренная, $BC = DF$. Но $BC = b$, следовательно, $DF = b = DK$, ч.т.д.

2. Как было показано, $BCKD$ – параллелограмм, $KC = DB$, а DB – диагональ прямоугольника. Так как $DF = b$ и $BF = CD = a$, то

$$KC = DB = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{20^2 + 21^2} = 29.$$

Ответ. 29.

Задача 5. В прямоугольном треугольнике ABC точка D – середина катета BC , точка M – середина гипотенузы AB . Биссектриса угла BAC пересекает прямую DM в точке K .

1. Доказать, что треугольники AMK и BKC подобны.

2. Найти отношение площадей этих треугольников, если $\cos A = 7/25$.

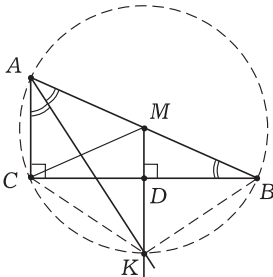


Рис. 9

Решение. 1. В прямоугольном треугольнике медиана, проведённая к гипотенузе, равна её половине ($CM = AM = BM$) и делит треугольник на два равнобедренных треугольника AMC и BMC (рис. 9). В равнобедренном треугольнике BMC точка D – середина основания BC , MD – медиана и, следовательно, биссектриса и высота.

Опишем около треугольника ABC окружность, AB – её диаметр (угол ACB прямой), точка M – её центр. Угол BMC – центральный, опирается на дугу BC , биссектриса MD этого угла пересечёт дугу BC в её середине, разделив её пополам. Вписанный угол BAC опирается на ту же дугу BC , его биссектриса пересечёт дугу BC также в её середине. Таким образом, прямая MD и биссектриса угла BAC пересекаются в одной точке дуги BC , её середине – это и есть точка K .

Прямые MK и AC перпендикулярны прямой BC и, следовательно, параллельны друг другу. Накрест лежащие углы при секущей AK равны, $\angle MKA = \angle CAK = \frac{1}{2} \angle A$. Треугольник MAK равнобедренный, углы при основании AK равны $\frac{1}{2} \angle A$. Треугольник BKC также равнобедренный, его стороны KB и KC стягивают равные дуги. Угол CBK при основании BC равен углу CAK (вписанные углы опираются на одну дугу). Итак, треугольники MAK и BKC равнобедренные с равными углами при основаниях (углы равны $\frac{1}{2} \angle A$), следовательно, они подобны.

2. Площади подобных треугольников относятся как квадраты их сходственных сторон, поэтому $S_{AMK} : S_{BKC} = MA^2 : BK^2$. Имеем

$$MA = \frac{1}{2}AB, \quad BK = AB \cdot \sin\left(\frac{1}{2}\angle A\right), \quad \text{то-}$$

$$\text{гда } BK^2 = AB^2 \cdot \frac{1}{2}(1 - \cos A) = \left(\frac{9}{25}\right)AB^2.$$

$$\text{Окончательно } S_{AMK} : S_{BKC} = \frac{25}{36}.$$

$$\text{Ответ. } \frac{25}{36}.$$

Задача 6. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали AC и BD пересекаются в точке O и взаимно перпендикулярны, при этом справедливо равенство $AO \cdot CO = BO \cdot DO$.

1. Доказать, что высота трапеции равна средней линии трапеции.

2. Найти боковые стороны трапеции, если радиус окружности, описанной около треугольника ABD , равен $3\sqrt{2}$.

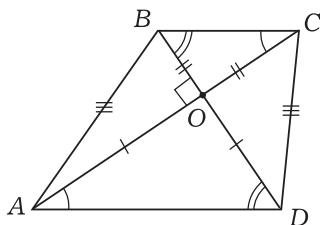


Рис. 10

Решение. 1. Пусть AD – большее основание (рис. 10). Треугольники AOD и COB подобны по двум углам, из подобия следует

$$AO/CO = DO/BO. \quad (1)$$

Выразим отсюда AO и подставим в заданное равенство $AO \cdot CO = BO \cdot DO$, получим $CO^2 = BO^2$, $CO = BO$, тогда из (1) будет следовать $AO = DO$. Отметим равные отрезки на рисунке и сразу увидим, что треугольник AOB равен треугольнику DOC по первому признаку, и потому $AB = CD$. Это означает, что трапеция равнобедренная.

На новом рисунке (рис. 11) трапеция равнобедренная, её диагонали взаимно перпендикулярны. Треугольники AOD и BOC прямоугольные и равнобедренные. Если точки M и K – середины оснований AD и BC соответственно, то OM – медиана и высота треугольника AOD и потому

$$OM = \frac{1}{2}AD. \quad \text{Аналогично, в треугольнике } BOC \text{ его медиана и высота}$$

$$OK = \frac{1}{2}BC. \quad \text{Из } AD \parallel BC, \quad OK \perp BC \text{ и}$$

$OM \perp AD$ следует $OK \parallel OM$, т.е. точки K , O и M лежат на одной прямой $MK \perp AD$. Отрезок MK – высота трапеции,

$$MK = MO + OK = \frac{1}{2}(AD + BC).$$

Доказано, что высота трапеции равна ее средней линии.

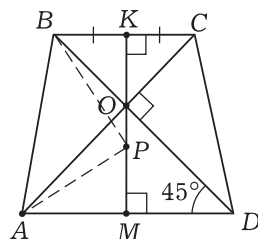


Рис. 11

2. Около треугольника ABD описана окружность радиуса $3\sqrt{2}$. Центр P описанной окружности лежит на серединном перпендикуляре к отрезку AD , т.е. на отрезке MK . Угол APB – центральный, он вдвое больше вписанного угла ADB (опираются на одну дугу) и $AP = BP = 3\sqrt{2}$. Угол ADB равен острому углу ADO равнобедренного прямоугольного треугольника AOD , а он равен 45° , поэтому $\angle APB = 90^\circ$. Из треугольника APB находим $AB = AP \cdot \sqrt{2} = 6$. Трапеция равнобедренная, боковые стороны равны, $AB = CD = 6$.

Ответ. 6.

Задача 7. В окружность вписана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC , $\angle BAD = 60^\circ$. В трапецию вписана ещё одна окружность.

1. Доказать, что центр описанной окружности лежит внутри трапеции.

2. Найти, во сколько раз отрезок CD больше радиуса окружности, касающейся сторон AB , AD и вписанной в трапецию окружности.

Решение. 1. Трапеция $ABCD$ – вписанная, следовательно, она равнобедренная (это следует из того, что параллельные хорды высекают равные дуги (см. рис. 12), а равные дуги стягиваются равными хордами).

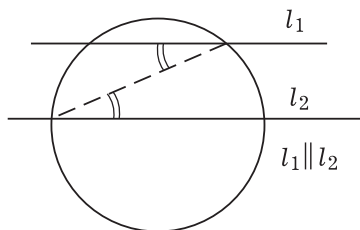


Рис. 12

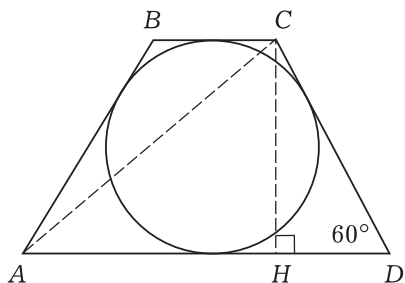


Рис. 13

Рассмотрим равнобедренную описанную трапецию $ABCD$, $AD > BC$, $\angle BAD = 60^\circ = \angle ADC$ (рис. 13). Трапеция описанная $\Rightarrow AD + BC = AB + CD$. Трапеция равнобедренная, следовательно, $AB = CD = \frac{1}{2}(AD + BC)$. Если $CH \perp AD$, то $HD = \frac{1}{2}(AD - BC)$. Из треугольника DCH следует

$$\cos D = \frac{HD}{CD} \Leftrightarrow \frac{AD - BC}{AD + BC} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow AD = 3BC$. Обозначим $BC = b$, тогда $AD = 3b$, $AB = CD = 2b$, $HD = b$,

высота трапеции $CH = \sqrt{CD^2 - HD^2} = b\sqrt{3}$.

Найдём радиус R окружности, описанной около трапеции $ABCD$. На хорду AC опирается вписанный угол ADC , равный 60° , тогда

$$R = \frac{AC}{2\sin 60^\circ} = \frac{AC}{\sqrt{3}}.$$

AC определим из прямоугольного треугольника ACH , в котором $AH = 2b$ и $CH = b\sqrt{3}$:

$$AC = \sqrt{4b^2 + 3b^2} = b\sqrt{7}, \text{ тогда } R = b\sqrt{\frac{7}{3}}.$$

Зададимся вопросом: из какого факта с очевидностью будет следовать, что центр описанной окружности лежит внутри трапеции?

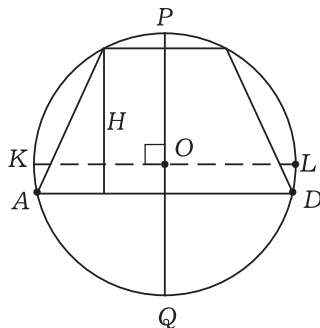


Рис. 14

Если высота трапеции H будет больше радиуса R описанной окружности $\left(H > \frac{1}{2}PQ\right)$, то трапеция не поместится в круге ни выше диаметра KL ($KL \parallel AD$), ни ниже его, т.е. центр будет лежать внутри трапеции (рис. 14). Сравним высоту трапеции $CH = b\sqrt{3}$ и радиус окружности $R = b\sqrt{\frac{7}{3}}$. Оче-

видно, что $\sqrt{3} > \sqrt{\frac{7}{3}}$ (так как $9 > 7$), т.е.

$H > R$. Следовательно, центр лежит внутри трапеции, ч.т.д.

2. Центр окружности, вписанной в угол BAD , лежит на биссектрисе этого угла, поэтому точки O_1 и O_2 лежат на биссектрисе угла BAD ; точка касания окружностей лежит на линии их центров (рис. 15). Имеем

$r = O_1M = \frac{1}{2}CH = \frac{b\sqrt{3}}{2}$; O_2N обозначим через x , тогда $O_2O_1 = x + r$,

$AM = \frac{1}{2}AD = \frac{3}{2}b$, $AN = x\sqrt{3}$ (так как $\angle O_2AN = 30^\circ$). Если $O_2M_1 \parallel NM$, то $MM_1 = x$, $O_1M_1 = r - x$, $O_2M_1 = NM$.

Из прямоугольного треугольника $O_1O_2M_1$ получим

$$\begin{aligned} NM = O_2M_1 &= \sqrt{(r+x)^2 - (r-x)^2} = \\ &= 2\sqrt{rx} = 2\sqrt{\frac{bx\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{2\sqrt{3}bx}. \end{aligned}$$

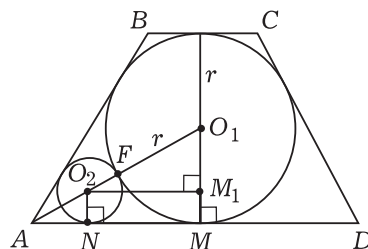


Рис. 15

Далее, $MN = AM - AN = \frac{3}{2}b - x\sqrt{3}$;

имеем равенство $\frac{3}{2}b - x\sqrt{3} = \sqrt{2\sqrt{3}bx} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 5\sqrt{3}bx + \frac{9}{4}b^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < r \\ x = \frac{5 \pm 4}{6}\sqrt{3}b \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{6}b. \end{cases}$$

Так как $CD = 2b$, то $\frac{CD}{x} = 4\sqrt{3}$.

Ответ. $4\sqrt{3}$.

Юмор Юмор Юмор Юмор Юмор Юмор

Блиц-ответы

– Вы ведь не сомневаетесь в том, что человек не может быть одновременно в двух местах?

– Может. Вот я, например, сижу на уроке и в то же время вижу себя на Луне, где так интересно!

– Что тебе известно об учёных Древней Греции?

– Что они все умерли.

– Приведи пример движения по инерции.

– Автомобиль остановился, а водитель едет дальше.

– Что означают числа, разделённые тире, под портретом учёного?

– Номер его телефона.

– Известно, что появление дробей сопровождалось необычайно широким их использованием.

– Где это?

– В $3/9$ царстве, в $3/10$ государстве.



Иванов Анатолий Ефимович
Кандидат технических наук,
доцент кафедры «Основы физики»
МГТУ имени Н.Э. Баумана.

О геометрической (лучевой) оптике

Геометрическая (лучевая) оптика – раздел, в котором изучаются закономерности распространения света при условиях, когда можно пренебречь явлениями дифракции и интерференции. Эти явления обнаруживаются тем труднее, чем меньше длина волны λ .

Геометрическая оптика – предельный случай волновой реальной оптики, когда длина волны света намного меньше характерного размера тела или области, охваченной процессом: $\lambda \ll L$.

Исходные понятия и определения

а) Точечный источник света – источник, излучающий свет по всем направлениям равномерно и размерами которого по сравнению с расстоянием от источника до места наблюдения можно пренебречь.

Электромагнитные волны, испускаемые источником с длиной волны от 0,38 до 0,77 мкм, – это световые волны. Они переносят энергию. Плотность потока энергии $\vec{S} = w \cdot \vec{c}$, где w – плотность энергии электромагнитного поля, c – скорость распространения волны, $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ – вектор Умова – Пойнтинга. Будем предполагать, что источник излучает энергию равномерно во все стороны.

Если среда однородна и изотропна, то излучаемая источником волна

является всюду сферической (радиус R). Частным случаем сферической волны является плоская волна. Плоская волна есть волна от точечного источника при $R \rightarrow \infty$.

б) Луч света – абстрактное математическое понятие, которое используется для характеристики направления распространения световой волны, т.е. это линия, вдоль которой распространяется свет. О существовании луча в таком смысле можно говорить лишь постольку, поскольку он входит в состав светового пучка, содержащего бесконечное множество лучей. Реальное существование имеют не математические лучи и бесконечно тонкие пучки света, а *пучки конечного поперечного сечения*,

вырезаемые, например, диафрагмами. Поэтому под лучом в физическом смысле этого слова мы будем понимать конечный, но достаточно узкий световой пучок, который ещё может существовать изолированно от других пучков. Иначе можно сказать так: физический луч – это линия, ка-

сательная к которой в каждой точке совпадает с направлением вектора плотности потока энергии $\vec{S}$.

В случае волны, распространяющейся в изотропной среде, лучи нормальны к волновым поверхностям; например, рис. 1 и рис. 2.

точечный источник,
лучи – радиальные линии



Рис. 1

плоская волна,
лучи – параллельные линии

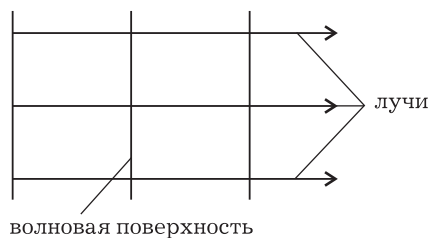


Рис. 2

Основные законы геометрической оптики

1. Закон прямолинейности света.

В оптически однородной и изотропной среде свет распространяется прямолинейно.

2. Закон отражения.

Отражённый луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью, восстановленной в точке падения луча на границе двух сред. Угол падения равен углу отражения.

3. Закон преломления.

Преломлённый луч (на границе двух сред 1 и 2) монохроматического света лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью, восстановленной в точке падения луча на этой границе. Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных веществ и равна отношению показателей преломления второй среды относительно первой:

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{12} = \frac{v_1}{v_2} = \text{const},$$

или $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$, где n_1 и n_2 – показатели преломления сред 1 и 2, $v_1 = c/n_1$, $v_2 = c/n_2$, c – скорость света в вакууме, v_1 и v_2 – в среде.

Докажем закон преломления, пользуясь принципом Ферма. Найдём точку, в которой должен преломиться луч, распространяясь от A до B , чтобы оптическая длина пути была минимальна (рис. 3). Для произвольного луча оптическая длина пути равна

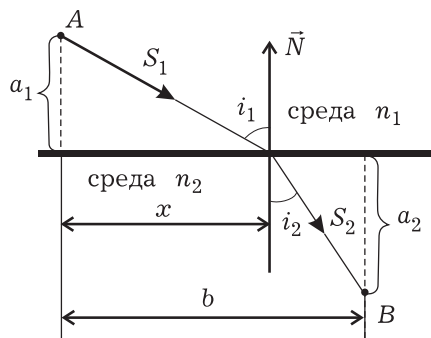


Рис. 3

$$L = n_1 S_1 + n_2 S_2 = \\ = n_1 \sqrt{a_1^2 + x^2} + n_2 \sqrt{a_2^2 + (b-x)^2}.$$

Чтобы найти экстремальное значение, продифференцируем L по x и приравняем производную нулю:

$$\frac{dL}{dx} = \frac{n_1 x}{2\sqrt{a_1^2 + x^2}} - \frac{n_2(b-x)}{2\sqrt{a_2^2 + (b-x)^2}} = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow n_1 \frac{x}{S_1} - n_2 \frac{b-x}{S_2} = n_1 \sin i_1 - n_2 \sin i_2 = 0,$$

то есть

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2.$$

Что и требовало доказать.

Примеры численных значений показателя преломления (для длины волны, равной $\lambda = 0,589$ мкм – жёлтый свет):

Воздух	Стекло	Вода	Алмаз
1,0003	1,515	1,333	2,42

Полное отражение. Преломление света при переходе из среды оптически более плотной в среду оптически менее плотную имеет некоторые существенные особенности. Как следует из формулы (1), угол преломления при этом всегда больше угла падения. Этим объясняется тот факт, что, например, все предметы кажутся ближе расположенными к поверхности воды, чем на самом деле. (См. задачу 1.)

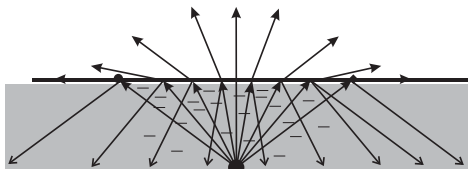


Рис. 4

Можно найти такой угол падения i_0 , при котором угол преломления i_2 станет равным 90° , т.е. преломленный луч будет скользить вдоль по-

верхности раздела (рис. 4). При углах падения, больших i_0 , преломленный луч вовсе исчезнет, а энергия отражённого света будет равна энергии падающего. Явление, при котором падающий на поверхность раздела двух прозрачных сред свет полностью отражается от этой поверхности, называется *полным внутренним отражением*.

Угол падения, при котором угол преломления равен 90° , называется предельным углом полного отражения.

Закон преломления для этого случая имеет следующий вид:

$$\frac{\sin i_0}{\sin 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (2)$$

Для границ раздела среда–воздух

$$\sin i_0 = \frac{1}{n_1}.$$

Полным внутренним отражением объясняется блеск пузырьков воздуха в воде, блеск асфальта в жаркую солнечную погоду («мокрый» асфальт) при езде на автомобиле.

Дисперсия света. Показатель преломления разный в различных веществах и зависит от длины волны, эта зависимость $n = f(\lambda)$ называется *дисперсией* света (*dispersio* – рассеяние, лат.). Дисперсия света была открыта И. Ньютоном. Благодаря дисперсии луч белого света, пройдя через преломляющую линзу, оказывается разложенным на различные монохроматические лучи. Эти лучи на экране образуют дисперсионный спектр (разноцветные полосы). Такой спектр легко наблюдать при помощи призмы.

Рассмотрим сначала ход монохроматического луча через призму, изготовленную из стекла или других прозрачных материалов; луч дважды преломится на границе раздела двух сред

(рис. 5). Для простоты будем полагать, что призма находится в вакууме.

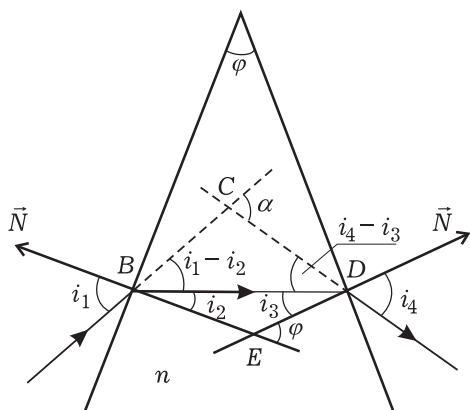


Рис. 5

n – абсолютный показатель преломления призмы;

φ – преломляющий угол призмы.

Будем считать, что $\varphi \ll 1$, т.е. $\sin \varphi \approx \varphi$, рассматриваем тонкую призму.

Кроме того будем полагать, что $i_1 \ll 1$, т.е. $\sin i_1 \approx i_1$.

После двукратного преломления луч отклонится на угол α , называемый *углом отклонения*.

Согласно закону преломления:

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n, \quad \frac{\sin i_3}{\sin i_4} = \frac{1}{n}.$$

Легко показать что $i_2 \ll 1, i_3 \ll 1, i_4 \ll 1$ при $i_1 \ll 1$ и $\varphi \ll 1$, поэтому закон преломления запишется в виде:

$$\frac{i_1}{i_2} = n, \quad \frac{i_3}{i_4} = \frac{1}{n} \Rightarrow i_1 = ni_2, \quad i_4 = ni_3. \quad (3)$$

Величина угла отклонения α зависит от n и φ . Из треугольника BDC следует:

$$\alpha = (i_1 - i_2) + (i_4 - i_3).$$

С учётом (3)

$$\alpha = i_2(n-1) + i_3(n-1),$$

или $\alpha = (n-1)(i_2 + i_3), \quad \alpha = (n-1)\varphi.$

Таким образом,

$$\alpha = \alpha(i_1, n, \varphi).$$

Так как показатель преломления зависит от длины волны, т.е. $n = n(\lambda)$, то для красного и фиолетового света

$$\alpha_{\text{кр}} = (n_{\text{кр}} - 1)\varphi,$$

$$\alpha_{\text{ф}} = (n_{\text{ф}} - 1)\varphi.$$

Разность

$$\alpha_{\text{ф}} - \alpha_{\text{кр}} = (n_{\text{ф}} - n_{\text{кр}}) \cdot \varphi = D - \text{угол дисперсии.}$$

Объясняется разложение света тем, что белый свет состоит из электромагнитных волн с разной длиной волны, и показатель преломления света зависит от его длины волны (рис. 6). Наибольшее значение он имеет для света с самой короткой длиной волны – фиолетового. Наименьшим показателем преломления обладает самый длинноволновый свет – красный.

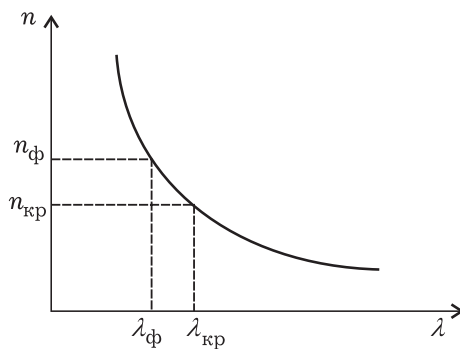


Рис. 6

На рис. 7 представлена картина разложения белого света при преломлении в призме. Для прозрачных тел показатель преломления фиолетовых (ф) лучей наибольший, затем следуют лучи синие (с), голубые (г), зелёные (з), жёлтые (ж), оранжевые (о) и, наконец, красные (к), которые имеют наименьший показатель преломления. В соответствии с этим угол отклонения α для фиолетовых лучей наибольший, для красных – наименьший,

и луч белого цвета, падающий на призму, по выходе из неё окажется разложенным на ряд цветных лучей, т.е. образуется спектр лучей.

Призмы часто применяются в спектрометрах и спектрографах для получения спектров.

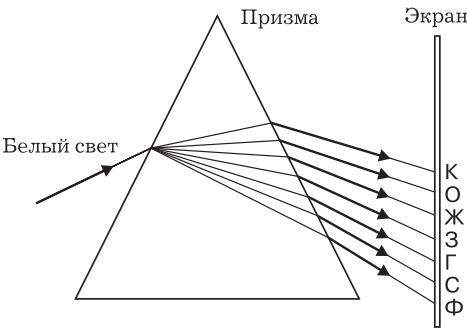


Рис. 7

1. Светящуюся точку, находящуюся в воде (показатель преломления воды $n_1 = 1,33$) (см. рис. 8), рассматривают невооружённым глазом (показатель преломления воздуха $n_2 = 1,0003$). Каково будет кажущееся расстояние светящейся точки до границы раздела сред h , если точка находится от этой границы на расстоянии $h_0 = 2$ м, а глаз расположен так, что в него попадают лучи, падающие на границу раздела под небольшими углами?

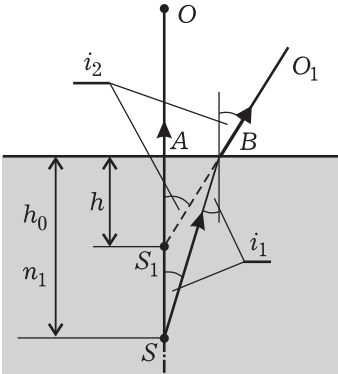


Рис. 8

4. Закон независимости световых лучей. При пересечении лучи не возмущают друг друга. Это верно при малых интенсивностях света. При интенсивностях, достигаемых с помощью лазеров, независимость световых лучей перестаёт соблюдаться.

5. Закон обратимости световых пучков. Если навстречу лучу, претерпевшему ряд отражений и преломлений, пустить другой луч, то он пойдёт по тому же пути, что и первый (прямой) луч, но в обратном направлении.

Этот закон непосредственно вытекает из принципа Ферма. Действительно, оптический путь, который минимален в случае распространения света из точки 1 в точку 2, окажется минимальным и в случае распространения в обратном направлении.

Задачи

Решение. Закон преломления:

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2,$$

или, учитывая малость углов:

$$n_1 \cdot i_1 = n_2 \cdot i_2. \tag{1}$$

Глаз увидит светящуюся точку в точке S_1 , лежащей на пересечении лучей OS и O_1S_1 .

Из треугольников ABS_1 и ABS следует: $AB = h \operatorname{tg} i_2 = h_0 \operatorname{tg} i_1$, или, учитывая малость углов:

$$h \cdot i_2 = h_0 \cdot i_1 \Rightarrow h = h_0 \frac{i_1}{i_2}.$$

С учётом (1)

$$h = h_0 \frac{n_2}{n_1} = 2 \cdot \frac{1,0003}{1,33} = 1,5 \text{ м}.$$

Ответ. $h = 1,5$ м.

2. Постройте изображение $A'B'$ предмета AB в плоском зеркале (рис. 9). Укажите область видимости изображения.

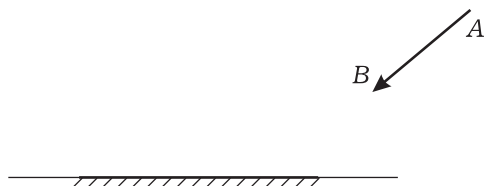


Рис. 9

Решение. Построение представлено на рис. 10.

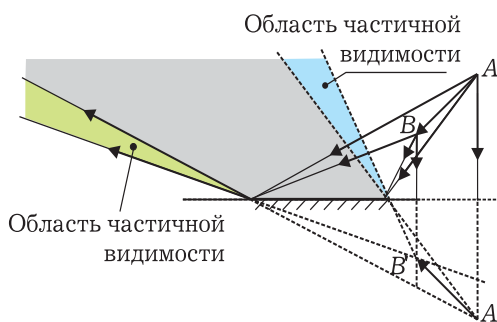


Рис. 10

3. Определите, в каких точках комнаты находящийся в ней человек видит в зеркале изображение экрана телевизора AB (рис. 11).

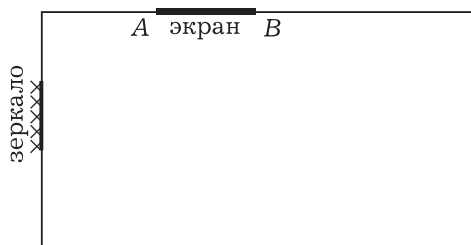


Рис. 11

Решение. Построение изображения в зеркале представлено на рис. 12. Зеркало играет роль «окна», через которое наблюдатель смотрит на изображение телевизора AB на экране. Вертикальной штриховкой отмечена область, откуда видно изображение точки B; горизонтальной — точки A; двойной — и точки A, и точки B.

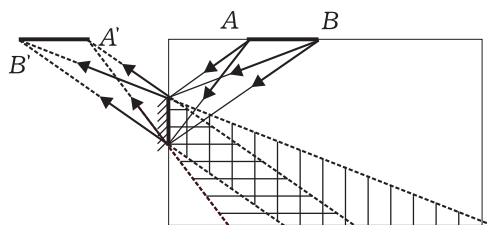


Рис. 12

4. Высота солнца над горизонтом составляет $\alpha = 38^\circ$. Под каким углом β к горизонту следует расположить плоское зеркало, чтобы осветить солнечными лучами дно вертикального колодца?

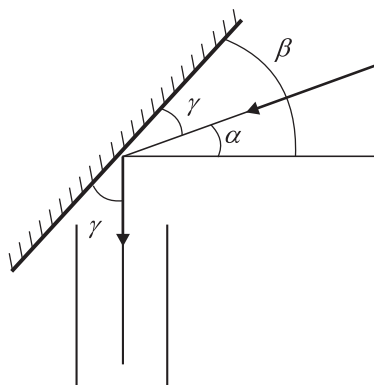


Рис. 13

Решение. Угол β , под которым надо расположить зеркало, находится из геометрического построения лучей (рис. 13):

$$\gamma + \alpha + \frac{\pi}{2} + \gamma = \pi; \quad (1)$$

$$\beta = \gamma + \alpha. \quad (2)$$

Из (1) следует:

$$\gamma = \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}. \quad (3)$$

Подставляя (3) в (2), получаем:

$$\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} = 45^\circ + 19^\circ = 64^\circ.$$

Ответ. $\beta = 64^\circ$.

5. Плоское зеркало движется со скоростью $v = 1,5$ см/с, направленной по нормали к его плоскости. С какой по



модулю и направлению скоростью $\vec{u}$ должен двигаться точечный источник S , чтобы его отражение S' в зеркале оставалось неподвижным?

Решение. Закон сложения скоростей (рис. 14) в проекции на ось Ox :

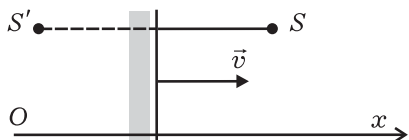


Рис. 14

для отражения

$$0 = v + v_{\text{отн}S'}, \quad (1)$$

для источника

$$u = v + v_{\text{отн}S}. \quad (2)$$

Из (1) следует: $v_{\text{отн}S'} = -v$. По определению, относительная скорость источника $v_{\text{отн}S} = -v_{\text{отн}S'} = +v$. Следовательно, $u = v + v = 2v = 3 \text{ см/с}$.

Ответ. $u = 2v = 3 \text{ см/с}$.

6. Кубический сосуд с непрозрачными стенками расположен так, что глаз наблюдателя не видит его дна, но полностью видит стенку CD , то есть $i_1 = 45^\circ$. Какое количество воды нужно налить в сосуд, чтобы наблюдатель смог увидеть предмет F , находящийся на расстоянии $b = 10 \text{ см}$ от угла D ? Ребро сосуда $a = 40 \text{ см}$. Показатель преломления воды $n_2 = 4/3$.

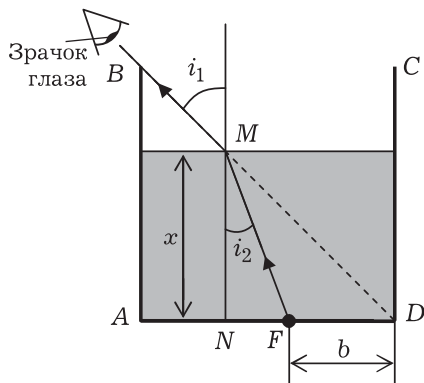


Рис. 15

Решение. Пусть высота налитой воды x , тогда $ND = x$ (рис. 15).

Закон преломления:

$$\sin i_1 = n_2 \sin i_2. \quad (1)$$

Из прямоугольного треугольника MNF следует:

$$NF = x - b = x \cdot \operatorname{tg} i_2. \quad (2)$$

Из тригонометрии:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} i_2 &= \frac{\sin i_2}{\cos i_2} = \frac{\sin i_2}{\sqrt{1 - \sin^2 i_2}} = \\ &= \frac{\sin i_1}{n_2 \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i_1}{n_2^2}}} = \frac{\sin i_1}{\sqrt{n_2^2 - \sin^2 i_1}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Подставляя (3) в (2), получаем выражение для x :

$$x = \frac{b}{1 - \frac{\sin i_1}{\sqrt{n_2^2 - \sin^2 i_1}}} = \frac{b \cdot \sqrt{n_2^2 - \sin^2 i_1}}{\sqrt{n_2^2 - \sin^2 i_1} - \sin i_1}.$$

Объем воды, который нужно налить в сосуд, чтобы наблюдатель смог увидеть предмет F , равен:

$$\begin{aligned} V &= x \cdot a^2 = \frac{b \cdot \sqrt{n_2^2 - \sin^2 i_1} \cdot a^2}{\sqrt{n_2^2 - \sin^2 i_1} - \sin i_1} = \\ &= \frac{0,1 \cdot \sqrt{(4/3)^2 - (1/\sqrt{2})^2} \cdot 0,4^2}{\sqrt{(4/3)^2 - (1/\sqrt{2})^2} - (1/\sqrt{2})} = 0,043 \text{ м}^3 = 43 \text{ л} \end{aligned}$$

Ответ. $V = \frac{b \cdot \sqrt{n_2^2 - \sin^2 i_1} \cdot a^2}{\sqrt{n_2^2 - \sin^2 i_1} - \sin i_1} = 43 \text{ л}$

7. Каким должен быть внешний радиус R изгиба световода (рис. 16), сделанного из прозрачного вещества с показателем преломления $n = 4/3$, чтобы при диаметре световода $d = 1 \text{ мм}$ свет, вошедший в световод перпендикулярно плоскости сечения, распространялся, не выходя наружу через боковую поверхность?

Решение. Луч AB образует наименьший угол падения α_0 на внешнюю поверхность. Условие невыхода света: угол α_0 должен быть больше предельного угла полного внутреннего отражения, т.е.

$$n \sin \alpha_0 \geq 1 \Rightarrow \sin \alpha_0 \geq \frac{1}{n}. \quad (1)$$

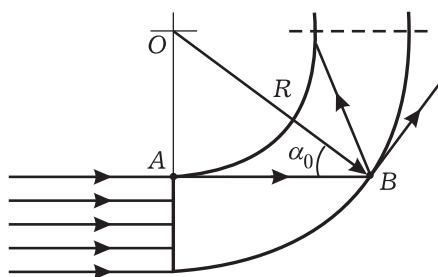


Рис. 16

Из треугольника OAB следует:

$$\sin \alpha_0 = \frac{R-d}{R}. \quad (2)$$

Решение системы уравнений (1) – (2) относительно R :

$$R \geq \frac{nd}{n-1},$$

или

$$R \geq \frac{4 \cdot 10^{-3}}{3(\frac{4}{3}-1)} \geq 4 \cdot 10^{-3} \text{ м} \geq 4 \text{ мм}.$$

Ответ. $R \geq \frac{nd}{n-1} = 4 \text{ мм}.$

8. Какую форму должна иметь поверхность зеркала, способного собирать широкий параллельный пучок световых лучей в одну точку? Как должен быть направлен пучок по отношению к этой поверхности?

Решение. Пучок параллельных лучей падает на зеркальную поверх-

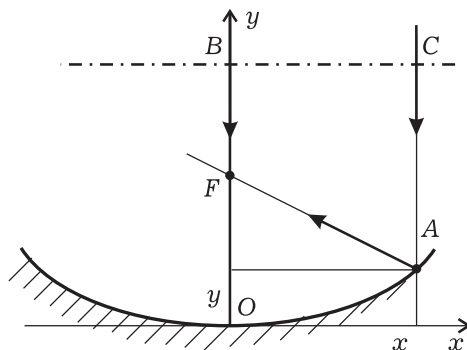


Рис. 17

ность, фокусирующую все лучи в точке F . Рассмотрим два параллельных луча: центральный, идущий вдоль оси OY , и произвольный, падающий на зеркало в точке A с координатами (x, y) (рис. 17).

На основании принципа Ферма свет распространяется по такому пути, оптическая длина которого $L = nS$ минимальна – все пути света между двумя точками *тавтохронны* (требуют для своего прохождения одинакового времени), поэтому

$$CA + AF = BO + OF. \quad (1)$$

Так как

$$BO = CA + y, \quad (2)$$

то в соответствии с теоремой Пифагора

$$AF = \sqrt{x^2 + (f-y)^2}, \quad (3)$$

где f – фокусное расстояние ($OF = f$).

Решая совместно (1) – (3), получаем

$$x^2 + f^2 + y^2 - 2fy = y^2 + f^2 + 2fy$$

или $x^2 - 4fy = 0 \Rightarrow y = \frac{x^2}{4f}$ – уравнение

параболы.

Из соображений симметрии это – поверхность вращения вокруг оси симметрии пучка – *параболоид вращения*.



Литература

1. *Иванов А.Е.* Оптика. Учебное пособие для поступающих в вузы. – М.: Изд-во МГКЕУ им. Н.Э. Баумана, 2014. – 447 с.
2. *Тарасов Л.В., Тарасова А.Н.* Беседы о преломлении света. – М.: Наука, 1982. – 178 с. – (Библиотечка «Квант». Вып. 18).
3. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Оптика. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы. – 1985.

Юмор Юмор Юмор Юмор Юмор Юмор

Блиц-ответы

- Доверяете ли вы доллару и евро?
- Да, но чувствую их недоверие ко мне.

- Как изменяется долгота дня в течение года и почему?
- Летом дни длинные, а зимой короткие, потому что летом жарко, и они удлиняются, а зимой холодно, и они укорачиваются.

- Почему ты лысого человека называешь бедняжкой?
- Потому что ему шляпу не на что надеть.

- Что тебе больше нравится – решать задачи или экспериментировать?
- Читать фантастику!

- Кого можно назвать «повелителем планет»?
- Директора обсерватории.

- Что вы можете рассказать о молекулах соли?
- Они прекрасно сочетаются с молекулами огурца!

- Какая буква идёт после «А»?
- Все другие.

- Что делать, когда дела идут очень плохо?
- Радоваться, пока они не стали ещё хуже!

- Как вы наказываете сына?
- Ставлю в угол, где хуже всего ловится wi-fi.

- Ты знаешь, что завтра отключат горячую воду?
- Да, я уже налила её во все кастрюли.

- Когда компьютер заменит человека?
- Тогда, когда научится перекладывать всю ответственность на другой компьютер.

Информатика

Зайцева Маргарита Владимировна

*Студентка факультета вычислительной математики
и кибернетики МГУ им. М.В. Ломоносова.*



«Да, нет, наверное...», или Что мы знаем о троичной логике

Повседневная жизнь современного человека неразрывно связана с использованием высокотехнологичных гаджетов, в основе которых лежит двоичная логика. А как бы изменился общий вид всех устройств, к которым мы так привыкли, если бы вместо двоичного кода использовался троичный?

Многие вопросы, с которыми нам часто приходится встречаться, не имеют чёткого ответа «да» или «нет». На это указал ещё Аристотель в работе «Об истолковании»: «Будет ли завтра в полдень морской бой?» – «Да» – «Нет» – «Может быть». Но не только высказывания о будущем могут предполагать трёхзначный ответ. Например, если вы спросите у своего друга, был ли вчера дождь в Батуми, то, скорее всего, получите ответ «Не знаю». Двоичному другу пришлось бы задавать два вопроса. Сначала спросить, знает ли он, был ли вчера дождь в Батуми, а только потом, в случае положительного ответа, спросить, был ли дождь в Батуми.

Примеры показывают, что трёхзначная логика не есть нечто проти-

воестественное или необыкновенное. Она не только доступна для людей, но позволяет рассуждать проще и быстрее по сравнению с рассуждениями в условиях двузначности. (Из «Заметок о троичной цифровой технике» Н.П. Брусенцова.)

В 1920 году польский ученый Ян Лукасевич впервые предложил использовать логику, которая оперирует тремя значениями: истина, ложь, неизвестно. Для этой логики существует математический аппарат с аксиомами, определяющими одноместные и двухместные операции над множеством $\{\text{False}, \text{Unknown}, \text{True}\}$. Привычные для нас отрицание, конъюнкция, дизъюнкция в трёхзначной логике имеют другие определения. Вот некоторые таблицы истинности:

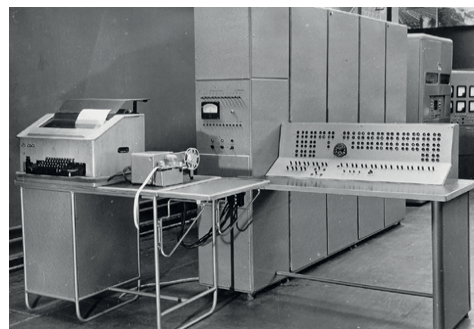
NOT(A)		OR(A, B)				AND(A, B)			
A	¬A	A ∨ B		B		A ∧ B		B	
F	T	F	F	F	T	F	F	F	T
U	U	F	F	U	U	F	F	U	U
T	F	T	T	T	T	T	T	T	T

Логические таблицы
(F – False, U – Unknown, T – True)

Логика Лукасевича, как и другие трёхзначные логики, введенные позднее, позволяют оперировать данными, определёнными не полностью. В арифметике система счисления с основанием 3 также имеет ряд достоинств. Правда, здесь речь о симметричной троичной системе (СТС) $\{-1, 0, 1\}$. Оказывается, она имеет ряд преимуществ перед другими системами с целым основанием, в частности перед троичной системой с неотрицательными цифрами $\{0, 1, 2\}$. В большей степени именно симметричность выгодно отличает троичную систему от привычной нам двоичной. В истории известны три счётные машины, оперировавшие числами в СТС: машина Фаулера, «Сетунь» и «Сетунь-70».

В 1958 году учёные и инженеры Московского университета создали первую в мире ЭВМ, работающую на троичной логике, – «Сетунь». Разработка «Сетуни» была предпринята по инициативе и осуществлялась при активном участии выдающегося советского математика Сергея Львовича Соболева, без которого сама идея инженерного конструирования машины в университете едва ли могла быть жизнеспособной. Изначально предполагалось, что в университет передадут создаваемый в Студенческом конструкторском бюро МГУ образец машины М-2. Однако осенью 1955 года выяснилось, что машина не будет передана университету. «Может, оно и к

лучшему, – с неизменным оптимизмом сказал С.Л. Соболев, – создадим свою малую машину для университетов и исследовательских лабораторий, недорогую, надёжную, простую в освоении и использовании».



ЭВМ «Сетунь», промышленный образец, ВДНХ, 1961 год.

Директор образованного в 1955 году Вычислительного центра МГУ И.С. Березин предусмотрел в структуре своего учреждения нацеленное на решение этой задачи подразделение – отдел электроники. Заведующему отделом электроники Н.П. Брусенцову было поручено рассмотреть технические возможности осуществления указанной идеи и предоставить конкретные предложения по выбору направления работы. Было решено, что задуманная машина не будет электронноламповой (лампы слишком часто выходили из строя), а транзисторов в те времена ещё не было, поэтому для построения ЭВМ решили использовать электромагнитные (феррито-диодные) элементы. Ознакомившись с этими элементами, Н.П. Брусенцов пришёл к выводу, что они могут быть использованы для создания троичной машины. К разработке были приняты оба варианта, за основной взяли двоичный, однако впоследствии троичная машина оказалась проще и интуитивнее своего двоичного аналога.

«На сегодня все попытки повторить троичную машину не удаются. Причина не технологическая – всё-таки по сравнению с тем периодом технологии ушли далеко вперёд. Дело в другом. Людям, оболваненным двузначной логикой, войти в трёхзначную логику не дано». (Из интервью Н.П. Брусенцова газете «Красная звезда», 2012 год.)

Все идеи обсуждались на так называемом «сетуньском» семинаре. Постоянными участниками его были: С.Л. Соболев, К.А. Семендяев, М.Р. Шура-Бура, И.С. Березин, Н.П. Жидков, Е.А. Жоголев, Н.П. Трифонов, сотрудники отдела электроники, занятого непосредственно созданием новой машины, программисты, разрабатывавшие её программное оснащение. У них была конкретная цель – определить архитектуру задуманной машины и найти оптимальные возможности её технической реализации.



Н.П. Брусенцов, С.П. Маслов,
А.М. Тишулина – одни из создателей
Сетуни, 2003 год.

Задача о гирях Баше – Менделеева

Свойства троичной симметричной системы счисления были неявно использованы в решении задачи о наилучшем наборе гирь. История её рассмотрения насчитывает много веков.<...>

Задача состоит в определении набора гирь, с помощью которых при взвешивании всевозможных грузов весом от 0 до N значение максимального груза N было наибольшим из всех возможных вариантов. Предполагается, что для взвешивания используются рычажные весы, имеющие две чаши. Рассматриваются только целочисленные значения грузов.

Существуют две постановки этой задачи: в одной гири разрешается класть только на одну чашу весов – противоположную той, на которой лежит груз, в другой гири можно класть на обе чаши.

В первой постановке оптимальная система гирь соответствует степеням двойки: 1, 2, 4, 8, 16, ..., а взвешивание сводится к переводу веса груза в двоичную систему счисления. Например, вес грузом 40 г можно взвесить с помощью шести гирь: $40 = 32 + 8 = (101000)_2$, максимальный груз, который может быть взвешен с их помощью, – 63 г.

Во второй постановке задачи оптимальная система гирь отвечает степеням тройки: 1, 3, 9, 27, 81, ..., а возникающий при этом способ взвешивания соответствует представлению веса в троичной симметричной системе счисления. Максимальный вес, который можно взвесить при помощи шести гирь, в этом случае больше: $1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 263 = 364$, для взвешивания того же груза в 40 г достаточно четырёх гирь: $40 = 27 + 9 + 3 + 1 = (1111)_3$, и это – максимальный груз, который можно взвесить посредством четырёх гирь.

Ю.С. Владимирова «Введение в троичную информатику»

Первая модель «Сетуни» была достаточно компактной для своего времени, она размещалась на 30 м^2 , могла выполнять до 4500 операций в секунду и имела 162 девятитритные (трит – троичный разряд) ячейки оперативной памяти. В наборе команд машины с двухступенчатой памятью и автоматической индексацией адреса имелось всего лишь 24 команды, причём зарезервированные на случай пополнения 3 кода операций так и остались невостребованными, то есть набор оказался достаточным. По сравнению с другими машинами того времени «Сетунь» была очень недорогой – 27500 рублей. Архитектурная простота «Сетуни» позволила быстро разработать для неё программное обеспечение, которое дало возможность существенно усовершенствовать функциональность машины. Наличие команд нормализации и сложения с произведением, оптимизирующее вычисление полиномов, простота округления в троичной сим-

метричной системе счисления позволили сделать относительно несложную программную реализацию плавающей арифметики. Всего вместе с опытным образцом было выпущено 50 машин. Их эффективность подтверждается тем, что они имели широкий спектр применения во многих вузах и научно-исследовательских институтах от Душанбе до Ленинграда. К промышленному производству «Сетуней» был проявлен интерес за рубежом, но в ведомствах приняли решение выпуск машин прекратить.

На основе опыта использования ЭВМ «Сетунь», выпускавшейся серийно, была создана новая машина – «Сетунь-70». Её массовое производство так и не началось, единственный компьютер работал в МГУ вплоть до 1987 года, затем развитие «Сетуни-70» было завершено в административном порядке с формулировкой: «Университет – это не место, где разрабатывают машины».

Преимущества симметричной троичной системы

Округление

Для округления числа достаточно отбросить ненужные разряды. В СТС отбрасываемые разряды не превышают половины последнего разряда, а это наилучшее приближение.

Смена знака

В троичной симметричной системе счисления операция замены знака числа на противоположный реализуется заменой знака в каждом разряде.

Сравнение

В несимметричной системе сравнение прямым образом связано с вычитанием (сложная операция, так как имеются переносы): мы вычитаем одно число из другого и сравниваем результат с нулём. В СТС же (за счёт симметричности) сравнение можно делать поразрядно: со старшего трита до первого несовпадения, сравнение несовпадающих тритов и даёт ответ.

Ветвление

В трёхзначной логике непосредственно выразимы результаты операций сравнения чисел и получения знака числа. Например, трёхзначный результат сравнения двух чисел («меньше», «равно» и «больше») кодируется одним троичным разрядом, и в троичной машине операция ветвления по результату сравнения или по знаку числа осуществляется за один шаг, в то время как на двоичной машине для этого требуется проделывать два сравнения.

Ёмкость

Доказано, что троичная система является наиболее экономичной среди целочисленных позиционных систем.

По пособию Ю.С. Владимировой «Введение в троичную информатику»

Лаборатории пришлось заняться переориентированием. Результатом стала система «Наставник», которая успешно работала на факультете ВМК до минувшего лета. Эта система стала единственным применением разработанной для решения широкого класса задач «Сетуни-70», позволяла быстро и качественно обучать студентов. Её последующая реализация была осуществлена на микрокомпьютере, к которому были подключены несколько десятков терминалов. Система дополнялась учебными пособиями для студентов. Все задания были разделены на блоки, в каждом блоке предложено несколько вопросов; ответы заносились через терминал. «Наставник» использовался на факультете ВМК для проверки знаний студентов по курсам дифференциальных уравнений и численных методов, а также для тестирования по английскому языку с 1974 до 2016 года.

В настоящее время на факультете из пионеров троичной информатики остались только трое: С.П. Маслов – один из создателей «Сетуни», А.М. Тишулина – инженер (до расформирования лаборатории в сентябре 2016 года), занималась сопровождением «Наставника», Хосе Рамиль Альварес работает в области троичной арифметики.

Каковы же перспективы развития троичной информатики на сегодняшний день?

«К сожалению, эта тематика не очень популярна, потому что пока



*Ведущий научный сотрудник
лаборатории троичной
информатики Х. Рамиль Альварес*

связана исключительно с наукой, а сейчас студенты выбирают кафедры, исходя, в первую очередь, из профессиональных перспектив, – признаётся Хосе. – «В Соединённых Штатах, скорее всего, ведутся разработки в области троичной информатики, но открытых публикаций нет. Изредка появляются работы колледжей США, Индии, Турции и Южной Кореи, по которым можно предположить, что их троичная система – $\{0, 1, 2\}$, а это коренным образом отличается от нашей симметричной: $\{-1, 0, 1\}$ ».

Троичная логика – это совершенно иной образ мышления. Очень печально, что её изучение в нашей стране практически сошло на нет. Быть может, «Сетунь» просто опередила своё время? И скоро троичные ЭВМ, разработки которых взяли начало в нашем университете, найдут себе достойное применение, потеснив двоичные машины?

Мудрые мысли Мудрые мысли Мудрые мысли

Природа – как фокусник: за ней нужен глаз да глаз.

С. Батлер

От малых причин бывают весьма важные последствия.

К. Прутков



Региональный этап Всероссийской олимпиады школьников по физике

17 января в Московской области прошёл региональный этап Всероссийской олимпиады школьников по физике. Мы публикуем комплект задач, предлагавшихся учащимся 9 – 11 классов. В региональном этапе олимпиады по физике приняли участие: 9 класс – 2124 чел; 10 класс – 2067 чел; 11 класс – 2095 чел.

9 класс

Задача 1. Два осколка. Небольшую петарду подвесили на нити на высоте H над горизонтальной поверхностью. В результате взрыва она распалась на два осколка, которые полетели в противоположные стороны с одинаковыми начальными скоростями u_0 , направленными вдоль одной прямой. Какое наибольшее расстояние L может оказаться между осколками после их падения? С места падения осколки не смещаются.

(Слободянин В.)

Решение (1). Пусть первый осколок имел проекцию скорости на вертикальную ось $v_{y,0}$, а на горизонтальную ось $v_{x,0} = \sqrt{u_0^2 - v_{y,0}^2}$ и летел до падения в течение времени t_1 . Тогда второй осколок имел проекцию скорости на вертикальную ось – $v_{y,0}$, а на горизонтальную ось $-v_{x,0} = -\sqrt{u_0^2 - v_{y,0}^2}$ и летел до падения в течение времени t_2 .

Расстояние между упавшими осколками $L = v_{x,0}(t_1 + t_2)$.

Из кинематических соотношений (в проекции на вертикальную ось) получим два квадратных (относительно времени) уравнения:

$$H + v_{y,0}t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = 0;$$

$$H - v_{y,0}t_2 - \frac{gt_2^2}{2} = 0.$$

Их корни равны:

$$t_1 = \frac{v_{y,0}}{g} + \sqrt{\left(\frac{v_{y,0}}{g}\right)^2 + \frac{2H}{g}};$$

$$t_2 = -\frac{v_{y,0}}{g} + \sqrt{\left(\frac{v_{y,0}}{g}\right)^2 + \frac{2H}{g}}.$$

Отсюда

$$\begin{aligned} L &= 2v_{x,0} \sqrt{\left(\frac{v_{y,0}}{g}\right)^2 + \frac{2H}{g}} \Rightarrow \\ \Rightarrow L &= 2\sqrt{u_0^2 - v_{y,0}^2} \sqrt{\left(\frac{v_{y,0}}{g}\right)^2 + \frac{2H}{g}} = \end{aligned}$$

$$\Rightarrow L = \frac{2}{g} \sqrt{(v_0^2 - v_{y,0}^2)(v_{y,0}^2 + 2gH)}. \quad (1)$$

В уравнении (1) выражение под корнем – перевёрнутая парабола, которая принимает наибольшее значение строго посередине между корнями v_0^2 и $(-2gH)$. При этом сомножители под радикалами равны.

Если $v_0^2 - 2gH > 0$, то

$$L_{\max} = \frac{v_0^2}{g} + 2H.$$

Если $v_0^2 - 2gH < 0$, то надо брать $v_{0,y}^2 = 0$. Тогда

$$L_{\max} = 2v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

Решение (2). 1) Из закона сохранения механической энергии следует, что на землю осколки упадут с одинаковой скоростью v_1 :

$$m \frac{v_1^2}{2} = mgH + m \frac{v_0^2}{2}.$$

При этом сумма траекторий их полёта будет представлять траекторию полёта тела, брошенного с начальной скоростью v_1 .

2) Дальность полёта тела, брошенного под углом 45° к горизонту, максимальна и равна

$$L = \frac{v_1^2}{g}$$

(начальная и конечная точки траектории лежат на одной высоте).

Решая совместно полученные уравнения, найдём:

$$L_{\max} = 2H + \frac{v_0^2}{g}.$$

Примечание. Если $v_0^2 = 2gH$, то сразу после распада шара его осколки должны полететь горизонтально и

$$L_{\max} = 4H.$$

Если $v_0^2 - 2gH < 0$, то сразу после взрыва осколки должны полететь горизонтально. При этом

$$L_{\max} = 2v_0 t = 2v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

Задача 2. Шарик на нитях. Небольшой шарик массой m движется в горизонтальной плоскости по окружности радиуса $R = 25,0$ см вокруг вертикальной оси. Шарик удерживают две нити (рис. 1), составляющие с осью вращения углы $\alpha = 30^\circ$ и $\beta = 60^\circ$. Найдите значения угловой скорости ω , при которых силы натяжения нитей отличаются в 2 раза. Ускорение свободного падения $g = 9,81$ м/с².

(Варламов С.)

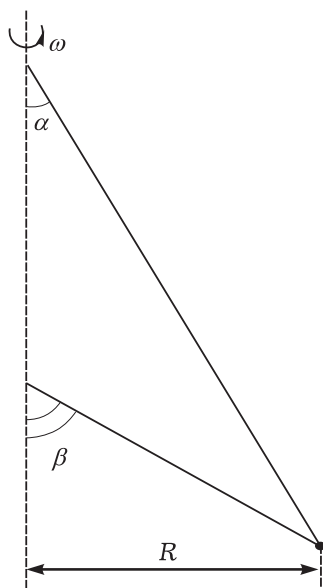


Рис. 1

Решение. А) Пусть верхняя нить натянута сильнее. Тогда:

$$\begin{cases} m\omega^2 R = 2T \sin \alpha + T \sin \beta; \\ mg - 2T \cos \alpha - T \cos \beta = 0. \end{cases}$$

Решая эту систему уравнений, получим:



$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g}{R} \frac{2\sin\alpha + \sin\beta}{2\cos\alpha + \cos\beta}} \approx 0,914 \sqrt{\frac{g}{R}} \approx 5,7 \text{ с}^{-1}.$$

Б) Пусть теперь нижняя нить натянута сильнее. Тогда:

$$\begin{cases} m\omega^2 R = T \sin\alpha + 2T \sin\beta; \\ mg - T \cos\alpha - 2T \cos\beta = 0. \end{cases}$$

Решая эту систему уравнений, получим:

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{g}{R} \frac{\sin\alpha + 2\sin\beta}{\cos\alpha + 2\cos\beta}} \approx 1,09 \sqrt{\frac{g}{R}} \approx 6,8 \text{ с}^{-1}.$$

Задача 3. Два шарика на нитях.

Легкий цилиндрический сосуд с жидкостью стоит на двух симметричных опорах. Над одной из них внутри сосуда привязан к дну полностью погружённый в жидкость поплавок объёмом $V = 10 \text{ см}^3$ и плотностью $\rho = 500 \text{ кг/м}^3$. Над другой опорой висит привязанный снаружи шарик такого же объёма V и плотностью 3ρ (рис. 2). Плотность жидкости в сосуде равна $\rho_0 = 1200 \text{ кг/м}^3$. Найдите модуль разности сил реакции опор. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

(Замятнин М.)

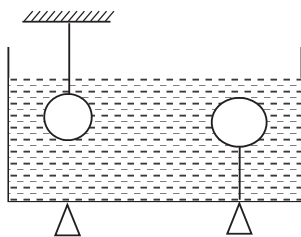


Рис. 2

Решение Расставим силы, действующие на сосуд: F – сила давления на дно, действующая со стороны воды, T – сила натяжения нити, N_1 и N_2 – силы реакций опор (рис. 3).

Запишем правило моментов относительно полюса A :

$$(N_2 + T)2l = Fl.$$

Запишем правило моментов относительно полюса B :

$$N_1 2l = Fl.$$

Сила давления воды на дно

$$F = \rho_0 g H S = \rho_0 g \left(\frac{m}{\rho_0} + 2V \right),$$

где H – уровень воды в сосуде, S – площадь дна сосуда, m – масса воды в сосуде.

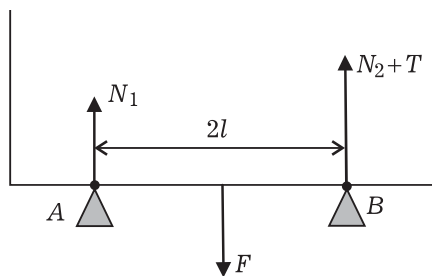


Рис. 3

Запишем условие равновесия для правого шарика:

$$T + \rho V g = \rho_0 V g.$$

Решая систему, получим:

$$N_1 = \frac{mg + 2\rho_0 V g}{2},$$

$$N_2 = \frac{mg + 2\rho V g}{2}.$$

$$N_1 - N_2 = (\rho_0 - \rho) V g = 70 \text{ мН}.$$

Задача 4. Архимед и температура.

Плоская льдинка плавает в сосуде с водой, имеющей температуру $t_0 = 0^\circ \text{С}$. Минимальная масса груза, который необходимо положить на льдинку, чтобы она полностью погрузилась в воду, равна $m_1 = 100 \text{ г}$. Если эту льдинку охладить до температуры t_1 и снова положить в тот же сосуд с водой, по-прежнему имеющей температуру t_0 , то после установления теплового равновесия для полно-

го погружения льдинки в воду на неё необходимо будет положить груз минимальной массы $m_2 = 110$ г. Определите температуру t_1 .

(Кармазин С.)

Примечание. Удельная теплоёмкость льда $c = 2100$ кДж/(кг·°С), удельная теплота плавления воды $\lambda = 340$ кДж/кг.

Решение. Пусть M_0 – начальная масса льдинки, а M_1 – масса льдинки после её охлаждения и повторного погружения в жидкость. Охлаждённая льдинка в сосуде с водой нагревается до $t = 0^\circ\text{C}$ за счёт теплоты, выделяющейся при намерзании на нее массы льда $\Delta M = M_1 - M_0$. Уравнение теплового баланса имеет вид:

$$C_{\text{л}} M_0 (0 - (-t_1)) = \lambda \Delta M. \quad (1)$$

Условие плавления льдинки в первом случае

$$M_0 + m_1 = \rho_{\text{в}} (M_0 / \rho_{\text{л}}) \quad (3)$$

и во втором случае

$$M_1 + m_2 = \rho_{\text{в}} (M_1 / \rho_{\text{л}}), \quad (4)$$

где $\rho_{\text{в}}$ и $\rho_{\text{л}}$ – плотности воды и льда соответственно.

Из (3) получаем

$$M_0 = m_1 / (\rho_{\text{в}} / \rho_{\text{л}} - 1). \quad (5)$$

Вычтем (3) из (4):

$$\Delta M = (m_1 - m_2) / (\rho_{\text{в}} / \rho_{\text{л}} - 1). \quad (6)$$

Подставим (5) и (6) в (1):

$$t_1 = -\lambda (m_2 - m_1) / (c_{\text{л}} m_1) = -16,2^\circ\text{C}.$$

Задача 5. Кольца Ауди. N одинаковых колец соединены так, что между всеми точками их пересечения обеспечен электрический контакт (места контактов отмечены жирными точками). Центры всех колец лежат на одной прямой (рис. 4). Какое сопротивление R_3 покажет омметр, подключенный к точкам A и B этой цепи, если при подключении к диаметрально противоположным точкам уеди-

нённого кольца он показывает сопротивление R_0 ? Считать $N > 3$.

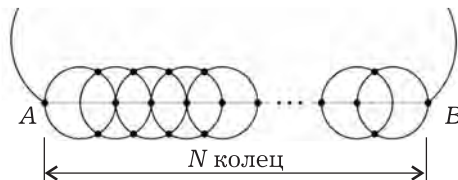


Рис. 4

(Кармазин С.)

Решение (1). Если сопротивление одного кольца R_0 , то сопротивление проводника, имеющего длину, равную длине кольца, будет равно $R = 4R_0$. Тогда сопротивление проводника длиной, равной трети и шестой части кольца, будет равно $R/3$ и $R/6$ соответственно.

В силу симметрии схемы относительно оси, проходящей через узлы A и B , в цепи не будет токов, идущих из верхней половины цепи в нижнюю (и наоборот). Следовательно, все центральные узлы можно разъединить вдоль оси, проходящей через A и B . Тогда схема может быть сведена к набору последовательных и параллельных участков, состоящих из резисторов сопротивлениями $R/3$ и $R/6$. Верхняя половина упрощенной схемы приведена на рис 5.

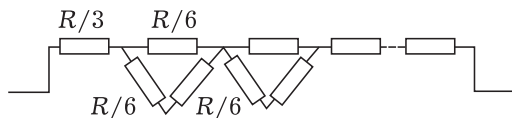


Рис. 5

Тогда сопротивление верхней/нижней части системы, состоящей из N колец, равно:

$$R_{3\text{верх}} = \frac{R}{3} + (N-2) \frac{\frac{R}{6} \frac{R}{3}}{\frac{R}{6} + \frac{R}{3}} + \frac{R}{3} = 4 \left(\frac{N+4}{9} \right) R_0,$$



а эквивалентное сопротивление всей цепи

$$R_э = \frac{R_{э\text{верх}}}{2} = 2 \left(\frac{N+4}{9} \right) R_0.$$

Решение (2). Если сопротивление одного кольца R_0 , то сопротивление проводника, имеющего длину, равную длине кольца, будет равно $R = 4R_0$. Тогда сопротивление проводника длиной равной трети и шестой части кольца будет равно $R/3$ и $R/6$ соответственно. Обозначим минимальный ток, текущий в ветвях,

через I , тогда в силу симметрии схемы относительно оси, проходящей через узлы A и B , и с учётом закона Ома можно расставить токи, текущие в остальных ветвях схемы, как указано на рис. 6.

Напряжение U между узлами A и B равно:

$$U = 3I \frac{R}{3} + (N-2)2I \frac{R}{6} + 3I \frac{R}{3} = IR \left(\frac{4+N}{3} \right),$$

а эквивалентное сопротивление всей цепи равно: $R_э = \frac{U}{6I} = 2 \left(\frac{4+N}{9} \right) R_0$.

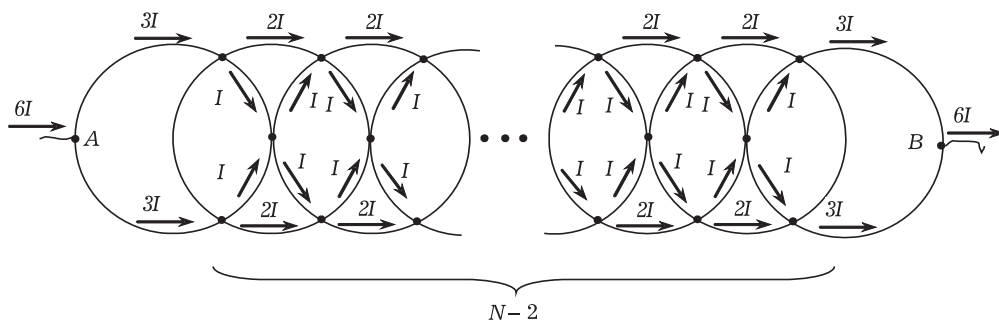


Рис. 6

10 класс

Задача 1. Стакан-поплавок. В цилиндрическом сосуде, площадь дна которого S_2 , плавает тонкостенный цилиндрический стакан с площадью дна S_1 и высотой $h = 24$ см. Стакан начинают медленно погружать в воду, измеряя зависимость приложенной силы F от перемещения x стакана вниз относительно дна сосуда (рис. 7). Оказалось, что силе $F_1 = 1,0$ Н соответствуют два значения x : $x_{1,1} = 1,5$ см и $x_{1,2} = 7,5$ см, а силе $F_2 = 2,0$ Н значения $x_{2,1} = 3,0$ см и $x_{2,2} = 7,0$ см.

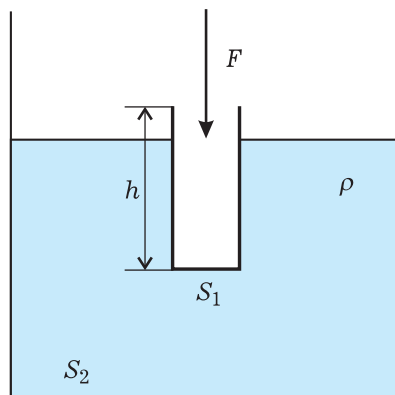


Рис. 7

Полагая, что плотность воды $\rho = 1,0 \text{ г/см}^3$, а ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$, вычислите:

- массу стакана;
- площадь S_1 дна стакана;
- площадь S_2 дна сосуда.

Объёмом стекла, из которого изготовлен стакан, можно пренебречь по сравнению с объёмом воды, которой можно наполнить стакан.

(Аполонский А.)

Решение. Пусть стакан сместился вниз относительно дна сосуда на расстояние x . При этом уровень воды в сосуде поднялся на $xS_1/(S_2 - S_1)$, а глубина погружения стакана в воду увеличилась на $xS_2/(S_2 - S_1)$. При этом сила Архимеда увеличивается на

$$F = \rho g x \frac{S_1 S_2}{S_2 - S_1}. \quad (1)$$

Связь между приложенной к стакану силой F (она в точности равна увеличению силы Архимеда) и его перемещением x является линейной (1) до момента, пока уровень воды не сравняется с верхним краем стакана. В этот момент величина силы F равна

$$F^* = (\rho S_1 h - m)g.$$

В отсутствие внешней силы F стакан выступал из воды на $h_1 = h - m/(\rho S_1)$, поэтому для того, чтобы уровень воды сравнялся с верхним краем, его необходимо переместить вниз на

$$x^* = \left(h - \frac{m}{\rho S_1} \right) \frac{S_2 - S_1}{S_2}.$$

Далее, при перемещении стакана вниз на Δx более чем x^* (то есть всего на $x^* + \Delta x$) приложенная сила уменьшается на величину ΔF веса воды, втекающей в стакан. При этом $\Delta F = \rho S_2 \Delta x g$, а приложенная к стакану сила

$$F = F^* - \Delta F = (\rho S_1 h - m)g - \rho S_2 g \Delta x. \quad (2)$$

Таким образом, при $x > x^*$ сила линейно уменьшается до нуля при

$$x_{\max} = x^* + \Delta x_{\max} = h - \frac{m}{\rho S_1}.$$

Отметим, что максимальное смещение стакана до момента, когда он начинает «тонуть», в точности равно расстоянию h_1 от верхнего края стакана до уровня воды в начальный момент.

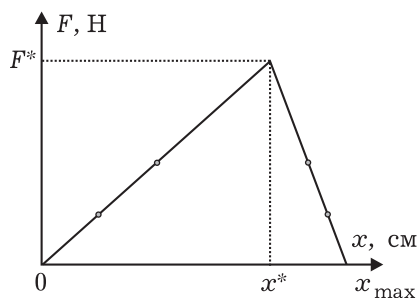


Рис. 8

На рис. 8 представлен график зависимости $F(x)$ согласно условию задачи. Легко видеть, что

$$x_{\max} = h_1 = h - \frac{m}{\rho S_1} = 8 \text{ см}; \quad (3)$$

$$x^* = h_1 \left(1 - \frac{S_1}{S_2} \right) = 6 \text{ см}; \quad (4)$$

$$F^* = \rho S_1 \left(h - \frac{m}{\rho S_1} \right) g = 4 \text{ Н}. \quad (5)$$

Из (3) следует $\frac{m}{\rho S_1} = 16 \text{ см}$; из (4)

получим $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{4}$. Подставляя $\frac{m}{\rho S_1}$ в (5),

найдем $S_1 = 50 \text{ см}^2$, $S_2 = 200 \text{ см}^2$, $m = 0,8 \text{ кг}$.

Задача 2. Вязкий валик. Однородный цилиндр массы m и радиуса R касается двух параллельных длинных вертикальных пластин, движущихся с постоянными скоростями v_1 и v_2 вверх (рис. 9). Между пластина-



ми и поверхностью цилиндра существует вязкое трение, сила его пропорциональна относительной скорости соприкасающихся поверхностей ($\vec{F}_{\text{тр}} = -\gamma \vec{v}_{\text{отн}}$). Коэффициенты вязкого трения для первой и второй пластин равны γ_1 и γ_2 соответственно.

1. Найдите установившуюся угловую скорость цилиндра, а также скорость его центра.

2. При каком условии цилиндр будет двигаться вверх?

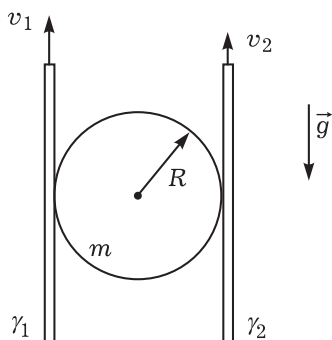


Рис. 9

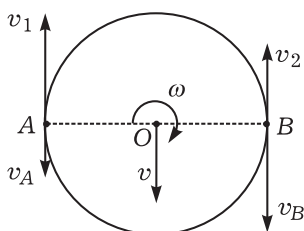


Рис. 10

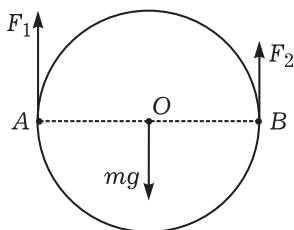


Рис. 11

(Семенов Н.)

Решение. Примем за положительное направление движения цилиндра – вниз, а за положительное направление вращения – по часовой стрелке. Тогда скорость точки A цилиндра, соприкасающейся с левой доской

$$v_A = v - \omega R.$$

Аналогично для точки B цилиндра, соприкасающейся с правой доской (рис. 10):

$$v_B = v + \omega R.$$

При установившемся движении сумма сил, приложенных к цилиндру, равна нулю, а также равен нулю суммарный момент сил трения относительно оси O цилиндра (рис. 11):

$$mg = F_1 + F_2,$$

$$F_1 R = F_2 R.$$

Подставив

$$F_1 = \gamma_1 (v_1 + v_A) = \gamma_1 (v_1 + v - \omega R),$$

$$F_2 = \gamma_2 (v_2 + v_B) = \gamma_2 (v_2 + v + \omega R),$$

получаем систему уравнений

$$\begin{cases} mg = \gamma_1 (v_1 + v - \omega R) + \gamma_2 (v_2 + v + \omega R), \\ \gamma_1 (v_1 + v - \omega R) = \gamma_2 (v_2 + v + \omega R), \end{cases}$$

решая которую, находим

$$\omega = \frac{mg}{4R} \left(\frac{1}{\gamma_2} - \frac{1}{\gamma_1} \right) + \frac{v_1 - v_2}{2R},$$

$$v = \frac{mg}{4} \left(\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} \right) - \frac{v_1 + v_2}{2}.$$

Как видно из выражения для скорости, цилиндр движется вверх, если

$$v_1 + v_2 > \frac{mg}{2} \left(\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} \right).$$

Задача 3. Два шарика на двух нитях. Лёгкий цилиндрический сосуд с жидкостью стоит на двух симметричных опорах. Над одной из них внутри сосуда привязан к дну полностью погружённый в жидкость поплавок объемом $V = 10 \text{ см}^3$ и плотностью $\rho = 500 \text{ кг/м}^3$. Над другой опо-

рой висит привязанный к верху сосуда шарик такого же объема V и плотностью 3ρ (рис. 12). Найдите модуль разности сил реакции опор.

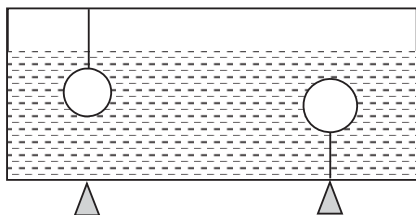


Рис. 12

(Замятнин М.)

Решение. Расставим силы, действующие на сосуд: F – сила давления на дно, действующая со стороны воды, T_1 и T_2 – силы натяжения нитей, N_1 и N_2 – силы реакций опор (рис. 13).

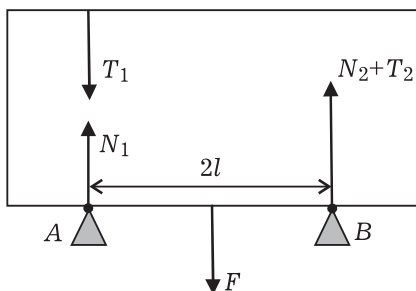


Рис. 13

Запишем правило моментов относительно точки A:

$$(N_2 + T_2)2l = Fl.$$

Запишем правило моментов относительно точки B:

$$N_1 2l = T_1 2l + Fl.$$

Найдём силу, с которой вода действует на дно сосуда:

$$F = \rho_0 g HS = \rho_0 g \left(\frac{m}{\rho_0} + 2V \right),$$

где H – уровень воды в сосуде, S – площадь дна сосуда, m – масса воды в сосуде.

Запишем условие равновесия для шариков:

$$T_1 + \rho_0 Vg = 3\rho Vg.$$

$$T_2 + \rho Vg = \rho_0 Vg.$$

Решая систему, получим:

$$N_1 = \frac{mg + 6\rho Vg}{2},$$

$$N_2 = \frac{mg + 2\rho Vg}{2}.$$

$$N_1 - N_2 = 2\rho Vg = 0,1 \text{ Н}.$$

Задача 4. Сосуд Мариотта. Сосуд Мариотта представляет собой герметически закрытый цилиндрический сосуд с площадью дна S , в верхнюю крышку которого вставлена открытая с обоих концов тонкая трубка (рис. 14). Нижний конец трубки расположен на расстоянии H от верхней крышки сосуда. Около дна сосуда в его боковую стенку вставлена горизонтальная трубка с краном. В начальный момент времени высота уровня воды относительно нижнего конца вертикальной трубки равна x_0 , а сама эта трубка полностью заполнена воздухом. Кран закрыт.

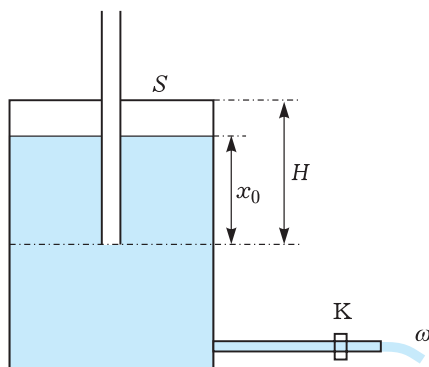


Рис. 14

В момент времени $t = 0$ кран открывают и вода начинает вытекать из сосуда, а пузырьки воздуха проникать в сосуд через вертикальную трубку. Расход вытекающей жидкости равен ω (объём в единицу време-



ни). Температура сосуда T , атмосферное давление p_0 , молярная масса M воздуха известны и остаются постоянными. Давлением насыщенных паров воды пренебречь. Считайте, что в ходе всего эксперимента уровень жидкости в сосуде не опустился ниже конца вертикальной трубки. Плотность воды равна ρ .

1. Чему равна масса m_0 воздуха в сосуде над водой в начальный момент времени?

2. Чему равна скорость μ изменения массы воздуха в сосуде в начальный момент времени?

3. С какой скоростью β изменяется μ (скорость изменения массы воздуха в сосуде) в процессе вытекания воды из него?

(Кармазин С.)

Решение. Пусть ω – секундный расход воды, вытекающей из сосуда Мариотта (рис. 15) Скорость опускания уровня воды в сосуде $v = \omega/S$. Таким образом, объём воздуха над водой в сосуде изменяется со временем по закону:

$$V = S(H - x_0) + \omega t, \quad (1)$$

а уровень воды x :

$$x = x_0 - vt = x_0 - \frac{\omega}{S}t.$$

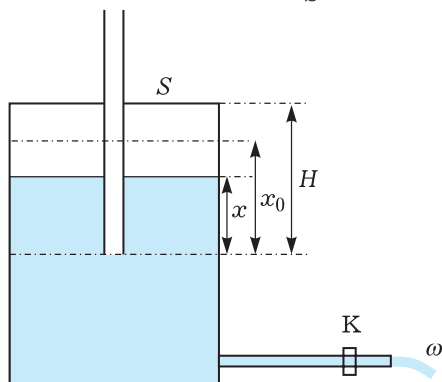


Рис. 15

Давление воздуха над поверхностью воды изменяется со временем по закону:

$$p = p_0 - \rho g x = p_0 - \rho g x_0 + \rho g \frac{\omega}{S} t. \quad (2)$$

Найдём массу воздуха над водой:

$$\begin{aligned} m &= \frac{M}{RT} p V = \frac{M}{RT} \left(p_0 - \rho g x_0 + \rho g \frac{\omega}{S} t \right) \times \\ &\quad \times [S(H - x_0) + \omega t] = \\ &= \frac{M}{RT} S(H - x_0)(p_0 - \rho g x_0) + \\ &+ \frac{M}{RT} \omega ((p_0 - \rho g x_0) + \rho g(H - x_0))t + \\ &\quad + \frac{M}{RT} \frac{\rho g (\omega t)^2}{S}. \end{aligned} \quad (3)$$

Масса воздуха в сосуде над водой в начальный момент времени

$$m(0) = \frac{M}{RT} S(H - x_0)(p_0 - \rho g x_0).$$

Скорость изменения массы воздуха в сосуде в начальный момент времени

$$\mu(0) = \frac{dm}{dt} = \frac{M}{RT} \omega (p_0 + \rho g H - 2\rho g x_0).$$

Скорость β изменения μ (скорости изменения массы воздуха в сосуде)

$$\beta = \frac{d\mu}{dt} = 2 \frac{M}{RT} \frac{\rho g \omega^2}{S}.$$

Примечание: Уравнение (3) по форме аналогично кинематическому уравнению для равноускоренного

движения: $\vec{S} = \vec{S}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$. Тогда

$$\vec{S}_0 \rightarrow m(0), \quad \vec{v}_0 \rightarrow \mu(0), \quad \vec{a} \rightarrow \beta.$$

Задача 5. Зацепился! На электродвигатель постоянного тока установили датчик температуры. На верхнем этаже стройки поставили лебёдку, приводимую в движение этим двигателем. В начале рабочего дня лебёдка стала поднимать груз массой $M = 67,5$ кг. Не доехав всего один этаж до лебёдки, груз зацепился. На каком этаже это произошло? Зависимость температуры двигателя от времени $T(t)$ изображена на рис. 16. Известно, что на двигатель всегда

подаётся одно и то же напряжение; трением в подшипниках двигателя и лебёдки пренебречь. Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$, высоту одного этажа 3 м, теплоёмкость электродвигателя $C = 4,5 \text{ кДж/}^\circ\text{С}$.

(Юдин И.)

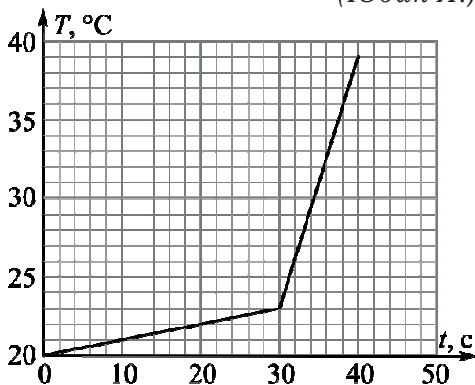


Рис. 16

Решение. Пусть двигатель подключен к сети с напряжением U_0 ; N_1 и N_2 — мощность тепловых потерь на первом и втором участках работы двигателя (с нагрузкой и с «заклиниванием»); I_0 — сила тока при работе двигателя, поднимающего груз; N_m — механическая мощность по поднятию груза, R — сопротивление обмотки двигателя, v — скорость груза, поднимаемого на 1 участке.

Энергетический баланс на участке 1:

$$U_0 I_0 = N_1 + N_m, \quad (1)$$

$$\text{где} \quad N_1 = R I_0^2. \quad (2)$$

На участке 2 мощность, потребляемая двигателем:

$$N_2 = \frac{U_0^2}{R}. \quad (3)$$

Заметим, что

$$N_1 N_2 = (I_0 U_0)^2. \quad (4)$$

Тогда с учётом (2), (3), (4) выражение (1) примет вид:

$$\sqrt{N_1 N_2} = N_1 + N_m, \text{ откуда следует:}$$

$$N_m = \sqrt{N_1 N_2} - N_1.$$

Из графика, данного в условии, находим

$$\begin{aligned} N_1 &= C \left(\frac{\Delta T}{\Delta t} \right)_1 = \\ &= 4500 \left(\frac{\text{Дж}}{^\circ\text{С}} \right) 0,1 \left(\frac{^\circ\text{С}}{\text{с}} \right) = 450 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_2 &= C \left(\frac{\Delta T}{\Delta t} \right)_2 = \\ &= 4500 \left(\frac{\text{Дж}}{^\circ\text{С}} \right) 1,6 \left(\frac{^\circ\text{С}}{\text{с}} \right) = 7200 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Механическая мощность

$$\begin{aligned} N_m &= \sqrt{N_1 N_2} - N_1 = \\ &= 1800 \text{ Вт} - 450 \text{ Вт} = 1350 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

С другой стороны,

$$N_m = M g v.$$

Из двух последних уравнений получим

$$v = \frac{N_m}{M g} = 2 \text{ м/с}.$$

Высота, на которой зацепился груз, $H = vt = 60 \text{ м}$, или на границе 20 и 21 этажей.

11 класс

Задача 1. Сообщающиеся сосуды.

В двух одинаковых сообщающихся вертикальных цилиндрических сосудах находится жидкость плотности ρ . Первоначальный уровень жидкости в сосудах $l = 10 \text{ см}$ от дна (рис. 17). Со-

суды соединены через отверстия в их дне маленькой трубкой пренебрежимо малого объёма. В левом сосуде на высоте $2l$ от дна находится лёгкий поршень, который может свободно перемещаться без трения о стенки.



Под поршнем находится воздух при атмосферном давлении $p_0 = 2\rho gl$. С момента времени $t = 0$ в левый сосуд в пространство над поршнем начинает поступать жидкость плотности ρ , причём скорость прироста её уровня над поршнем составляет $v = 0,2$ мм/с.

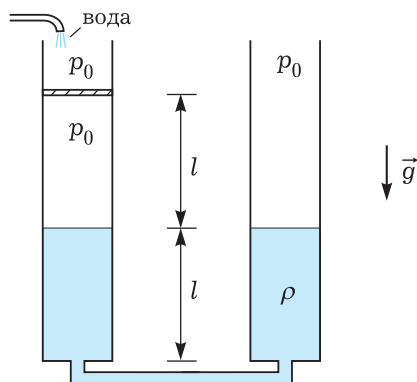


Рис. 17

1) С какой скоростью движется поверхность жидкости в правом сосуда в начале процесса?

2) С какой скоростью и в каком направлении (вверх или вниз) движется поверхность жидкости над поршнем в начале процесса?

3) На какой высоте от дна сосуда будет находиться поверхность жидкости над поршнем

а) через 600 с?

б) через 1100 с?

Температуру в сосудах можно считать постоянной. Жидкость из сосудов не выливается.

(Аполонский А.)

Решение. 1) Пусть через малое время Δt после начала поступления жидкости на поршень высота столба жидкости в правом цилиндре возросла на Δh . Из условия гидростатического равновесия в сосудах

$$p_0 + \rho g(l + \Delta h) = p_0 + \rho g v \Delta t + \rho g(l - \Delta h).$$

Из этого уравнения находим скорость

поднятия жидкости в правой части сосуда в начале процесса:

$$v_{\text{п}} = \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{v}{2}.$$

2) Пусть S – площадь поршня. Из закона Бойля – Мариотта

$$p_0 l S = (p_0 + \rho g v t) H S$$

найдем высоту H столба воздуха в левом сосуда:

$$H = \frac{l}{1 + \frac{\rho g v t}{p_0}} = \frac{l}{1 + \frac{v t}{2l}}.$$

Здесь t – время поступления жидкости в левый сосуд. Тогда поверхность жидкости над поршнем находится на высоте z от дна сосуда.

$$\begin{aligned} z(t) &= (l - h) + H + v t = l - \frac{v t}{2} + \frac{l}{1 + \frac{\rho g v t}{p_0}} + v t = \\ &= l + \frac{v t}{2} + \frac{l}{1 + \frac{v t}{2l}}. \end{aligned} \quad (1)$$

При малых t высота

$$z(t) \approx \left(l + \frac{v t}{2} \right) + \left(l - \frac{v t}{2} \right) = 2l,$$

то есть в начале процесса скорость изменения высоты поверхности жидкости близка к нулю.

3 а) Из формулы (1) следует, что при $t = 600$ с искомая высота $z = 22,25$ см.

3 б) Формальная подстановка даёт, что через $t = 1100$ с в левом цилиндре под поршнем уровень жидкости опустится на $h = \frac{v t}{2} = 11$ см. Но это

больше l . Следовательно, к этому времени вся вода из-под поршня перетечёт в правую часть, а воздух под поршнем «пробулькнет» и поршень опустится на дно.

Тогда высота поверхности жидкости над поршнем окажется

$$z = v t = 22 \text{ см.}$$

Задача 2. Стеклоподъёмники.

Электродвигатели стеклоподъемников подключены к аккумулятору па-

параллельно. Каждый из двигателей имеет выключатель, что позволяет поднимать стёкла независимо друг от друга. При включении электродвигателя стеклоподъёмника одной двери автомобиля стекло поднимается из нижнего в верхнее положение за время t_1 . Если включить одновременно два стеклоподъёмника, то стекла поднимутся за время t_2 ($t_2 > t_1$).

1) За какое время t_3 поднимутся три стекла автомобиля при одновременной работе трёх стеклоподъёмников?

2) За какое время t_4 поднимутся все четыре стекла автомобиля при одновременной работе всех четырёх стеклоподъёмников?

Примечание. Считайте, что сила, необходимая для подъёма стекла, не зависит от скорости подъёма, а сила тяги F мотора стеклоподъёмника пропорциональна силе тока, идущего через него.

(Кармазин С.)

Решение (Гуденко А., Кармазин С.). Закон сохранения энергии при работе одного стеклоподъёмника:

$$IU = I^2(r + R) + sF/t_1.$$

Здесь U – ЭДС аккумулятора, r – его внутреннее сопротивление, R – сопротивление обмотки электродвигателя, I – сила тока, необходимая для равномерного подъёма стекла и создающая необходимую силу тяги $F = \beta I$, β – коэффициент пропорциональности, s – перемещение стекла при подъёме.

При работе двух стеклоподъёмников сила тока, текущего через аккумулятор, в два раза больше, и закон сохранения энергии выглядит так:

$$2IU = (2I)^2(r + R/2) + 2sF/t_2.$$

Для трёх стеклоподъёмников:

$$3IU = (3I)^2(r + R/3) + 3sF/t_2.$$

Для четырёх стеклоподъёмников:

$$4IU = (4I)^2(r + R/4) + 4sF/t_2.$$

Из первых трёх уравнений получаем: $\frac{1}{t_3} - \frac{1}{t_2} = \frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1}$, откуда

$$t_3 = \frac{t_1 t_2}{2t_1 - t_2}.$$

Аналогично:

$$t_4 = \frac{t_1 t_2}{3t_1 - 2t_2}.$$

Из уравнений видно, что при идеальном аккумуляторе ($r = 0$) все четыре уравнения выглядят одинаково, соответственно, все времена подъёма также одинаковы.

Задача 3. Зарядка-разрядка.

В электрической цепи (рис. 18) все элементы можно считать идеальными. Конденсатор ёмкостью C не заряжен. ЭДС батареи задана. Ключ K замыкают, а затем размыкают в тот момент, когда скорость изменения энергии, запасённой в конденсаторе, составляет 75% от максимальной.

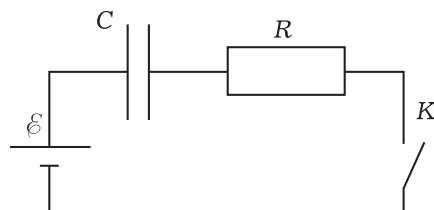


Рис. 18

Найдите количество теплоты, выделившейся в цепи при замкнутом ключе.

(Шеронов А.)

Решение. Скорость изменения энергии конденсатора:

$$P = \frac{d}{dt} \left(\frac{q^2}{2C} \right) = \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} = \frac{q}{C} I. \quad (1)$$

Здесь I – сила тока в цепи, q – заряд на конденсаторе.



Запишем закон Ома для цепи:

$$\mathcal{E} = IR + \frac{q}{C}. \quad (2)$$

Работа батареи идёт на зарядку конденсатора и на тепловые потери на резисторе:

$$\mathcal{E}I = P + I^2 R. \quad (3)$$

Максимум мощности достигается

при силе тока $I = \frac{\mathcal{E}}{2R}$.

Из уравнения (2) найдём заряд на емкости:

$$q = C \left(\mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}}{2R} R \right) = \frac{C\mathcal{E}}{2}.$$

Из (1) найдём максимальную скорость изменения энергии:

$$P_{\max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4R}. \quad (4)$$

По условию в момент размыкания

$$\text{ключа } P = \frac{3}{16} \frac{\mathcal{E}^2}{R}. \quad (5)$$

Подставляя это выражение в уравнение (3), получим:

$$I^2 - \frac{\mathcal{E}}{R} I + \frac{3}{16} \left(\frac{\mathcal{E}}{R} \right)^2 = 0.$$

Решая это квадратное уравнение, найдём:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{2R} \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{\mathcal{E}}{R} \right)^2 - \frac{3}{16} \left(\frac{\mathcal{E}}{R} \right)^2} = \frac{\mathcal{E}}{2R} \pm \frac{\mathcal{E}}{4R}.$$

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{4R}; \quad I_2 = \frac{3\mathcal{E}}{4R}.$$

Из уравнения (2) найдём соответствующие заряды:

$$q_1 = \frac{3C\mathcal{E}}{4}; \quad q_2 = \frac{C\mathcal{E}}{4}.$$

Джоулево тепло, выделившееся на резисторе, равно:

$$W = \left(q\mathcal{E} - \frac{q^2}{2C} \right).$$

Соответственно,

$$W_1 = \frac{24}{32} C\mathcal{E}^2 - \frac{9}{32} C\mathcal{E}^2 = \frac{15}{32} C\mathcal{E}^2;$$

$$W_1 = \frac{8}{32} C\mathcal{E}^2 - \frac{1}{32} C\mathcal{E}^2 = \frac{7}{32} C\mathcal{E}^2.$$

Таким образом, задача имеет два решения:

$$W_1 = \frac{15}{32} C\mathcal{E}^2; \quad W_2 = \frac{7}{32} C\mathcal{E}^2.$$

Задача 4. Долго ли умеючи? В глыбинах Вселенной вдали от всех тяготеющих масс находится тонкий однородный стержень длины $L = 10$ м и массой $M = 1,0$ кг. По нему без трения может скользить бусинка массой $m = 0,1$ кг. В начальный момент бусинка слегка смещена относительно центра стержня и система неподвижна. Через какое время τ она впервые достигнет середины стержня?

Гравитационная постоянная $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$.

(Плис В.)

Решение. В процессе колебаний центр масс системы тел будет оставаться неподвижным. Начало лабораторной системы отсчета OX поместим в центр масс. Подвижную систему отсчета OX_1 свяжем со спицей. В ЛСО ускорение бусинки при малом её смещении x_1 относительно спицы определяется силой притяжения концевой отрезка спицы длиной $2x_1$ и расположенного на расстоянии $\approx L/2$ от бусинки:

$$a_{m,C} = \frac{F_x}{m} = -\frac{Gm(M/L)2x_1}{m(L/2)^2} = -\frac{8GM}{L^3} x_1.$$

Ускорение стержня при этом смещении бусинки

$$a_{M,C} = -\frac{F_x}{M} = \frac{Gm(M/L)2x_1}{M(L/2)^2} = \frac{8Gm}{L^3} x_1.$$

Тогда ускорение a_m бусинки относительно стержня будет равно

$$a_m = a_{m,C} - a_{M,C} = -\frac{8G(M+m)}{L^3} x_1.$$

Получено уравнение гармонических колебаний бусинки относительно спицы. Период этих колебаний

$$T = 2\pi / \omega = \pi L \sqrt{\frac{L}{2G(M+m)}}.$$

Искомое время равно четверти периода гармонических колебаний

$$\tau = T/4 \approx 2,0 \cdot 10^6 \text{ с} \approx 24 \text{ суток}.$$

Решение (Гуденко А.). Известно, что период колебаний двух грузов m и M , связанных пружинкой с жёсткостью k , определяется точно так же, как для одного грузика на пружинке, но только вместо массы груза нужно взять приведённую массу $\mu = \frac{mM}{m+M}$ (это выражение можно получить из уравнений движения).

Период колебаний груза на пружине равен $T = 2\pi \sqrt{\frac{\mu}{k}}.$

В нашем случае «коэффициент жёсткости» $k = \frac{8GmM}{L^3}.$

Тогда период колебаний

$$T = \pi L \sqrt{\frac{L}{2G(M+m)}}.$$

Задача 5. Толстая линза. Вся поверхность плоского экрана, представляющего собой матовое стекло, освещается параллельным пучком лучей, направленным перпендикулярно экрану. Толстую линзу в виде половинки стеклянного шара расположили **перед** экраном так, что плоская поверхность линзы параллельна плоскости экрана (рис. 19). Показатель преломления стекла линзы $n = 2,0$. Диаметр линзы меньше размеров экрана.

1) Определите расстояние L_1 от плоской поверхности линзы до экрана, если на экране наблюдается картина (рис. 20). Здесь пунктирные ли-

нии касаются внешней границы области с переменной освещённостью.

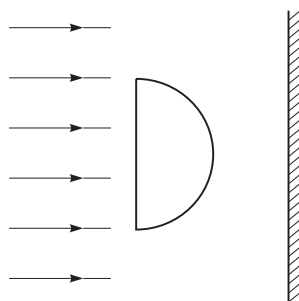


Рис. 19

2) Определите расстояние L_2 от плоской поверхности линзы до экрана, если на экране наблюдается картина (рис. 21).

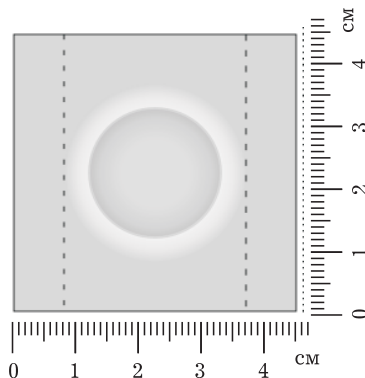


Рис. 20

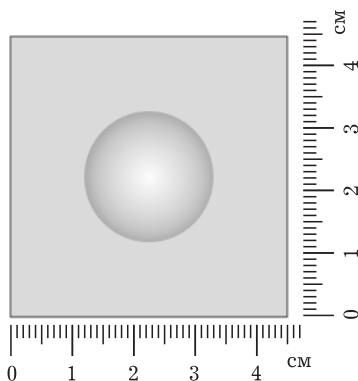


Рис. 21

(Варламов С., Карманов М.)



Решение. Рассмотрим ход лучей в линзе. Плоскую границу линзы все лучи проходят без преломления. А вот из сферической поверхности выходят не все лучи. Часть из них испытывает полное отражение. Найдём предельный угол падения, при котором лучи перестают выходить за сферическую поверхность:

$$n \sin \alpha_{\text{пр}} = 1,0. \text{ Отсюда } \alpha_{\text{пр}} = 30^\circ.$$

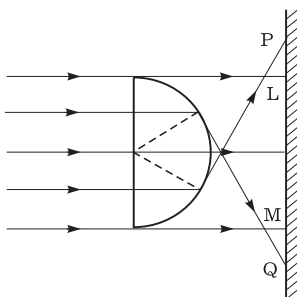


Рис. 22

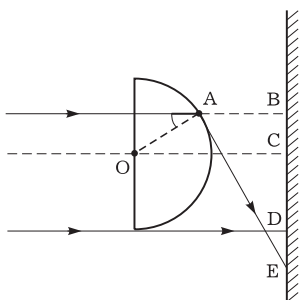


Рис. 23

Построим ход некоторых лучей. Из данной картинки (рис. 22) понятно,

почему в первом случае мы наблюдаем на экране кольцо более яркое, чем вся поверхность экрана. Это кольцо создаётся как лучами, прошедшими мимо линзы, так и некоторыми лучами, прошедшими сквозь неё. При этом внешняя граница яркого кольца определяется как раз лучом, падающим на сферическую поверхность под предельным углом в 30° .

Диаметр же темного центрального пятна равен диаметру линзы. Определим с помощью масштабной линейки внешний диаметр кольца $D = 2,90$ см и диаметр внутреннего тёмного круга $d = 2,10$ см.

Рассмотрим предельный луч.

Отмеченный угол равен 30° ,

$$CD = \frac{d}{2} = R = 1,05 \text{ см (рис. 23)}.$$

$$CE = \frac{D}{2} = 1,45 \text{ см.}$$

Пусть L – искомое расстояние, тогда $AB = L - R \cos \alpha_{\text{пр}}$.

$$BE = \frac{D}{2} + R \sin \alpha_{\text{пр}}.$$

$$\frac{AB}{BE} = \tan \alpha_{\text{пр}}.$$

В результате преобразований по-

$$\text{лучим } L_1 = \frac{\frac{D}{2} \sin \alpha_{\text{пр}} + R}{\cos \alpha_{\text{пр}}} = 2,05 \text{ см.}$$

Во втором случае точки D и E должны совпасть. Тогда $D = d = 1,05$ см.

$$L_2 = R \frac{\sin \alpha_{\text{пр}} + 1}{\cos \alpha_{\text{пр}}} = 1,82 \text{ см.}$$

Материал к публикации подготовил В.П. Слободянин.

Мудрые мысли Мудрые мысли Мудрые мысли

Природа – не аристократка. Она требует, чтобы люди трудились, она любит мозолистые руки... и делает свои откровения челу, изборождённому морщинами.

Э. Ренан

В науке... ни порывы, ни фантазии, ни стремления всем сердцем не заменяют труда.

А.И. Герцен

Инженерная олимпиада школьников. Заключительный тур 2016-17 учебного года

Пять лет назад ряд ведущих технических университетов России – Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, Московский государственный университет путей сообщения (МИИТ), Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ», Нижегородский государственный технический университет имени Р.Е. Алексеева и Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва – организовали необычную олимпиаду, посвящённую физике в технике, физике вокруг нас, физике в жизни человека. Эту олимпиаду было решено назвать Инженерной олимпиадой школьников. За пять лет олимпиада прошла длинный путь от нескольких десятков участников до шести тысяч, от трёх точек проведения до 26 региональных площадок (в том числе трёх – за пределами РФ), от неясного и плохо определённого формата до продуманного задания по инженерной физике, включающего элементы прикладной механики и сопротивления материалов, электротехники и электроники, технической термодинамики и технической оптики. За несколько лет в заданиях олимпиады встречались задачи, посвящённые работе многих инженерных устройств – прокатного

стана, дифференциала автомобиля, шарнира Липкина – Посселе, подвесного моста, жидкостного насоса, углового отражателя – и той физике, на основе которой они работают. Нам кажется, что задания Инженерной олимпиады школьников немножко сокращают интервал между «школьной» физикой и физикой, помогающей жить человеку, и показывают, какой интересной может быть профессия инженера.

Важной особенностью Инженерной олимпиады школьников является её широкое проведение в городах расположения объектов ядерной отрасли – Сарове, Снежинске, Лесном, Трёхгорном, во всех городах расположения атомных электростанций (кроме Билибино).

Инженерная олимпиада школьников входит в Перечень олимпиад школьников 2016 – 17 учебного года, поэтому её победители и призёры получают особые права при поступлении в любые вузы РФ, а иностранные граждане могут претендовать на обучение в российских вузах за счёт средств государственного бюджета РФ (в рамках квот Россотрудничества РФ).

Ниже приводится задание заключительного тура Инженерной олимпиады школьников 2016 – 17 учебного года.



Задания, 9 – 10 классы

1. По результатам измерений расхода топлива и совершенной двигателем работы его коэффициент полезного действия (КПД) оказался равным $\eta_1 = 30\%$. Впоследствии выяснилось, что $\delta = 5\%$ топлива вытекло через течь в топливном шланге. Какое значение КПД двигателя будет измерено после устранения течи? Ответ обосновать.

2. Робот запрограммирован так, что он подбирает предметы, расположенные точно под ним. Робот может совершать два движения – двигаться по прямой и поворачивать на любой угол в любом направлении на месте. На полу лежат 9 точечных предметов – три ряда по три предмета; расстояние между предметами в каждом ряду – 1 м, расстояние между рядами – 1 м (см. рис. 1). Может ли робот собрать все девять предметов, совершив ровно три поворота, и если да, то какое минимальное расстояние он пройдёт? Робот может стартовать из любой точки (в том числе и той, где находится один из предметов).

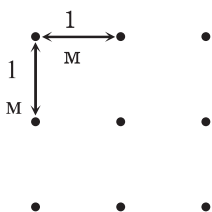


Рис. 1

3. Имеется цилиндрическая труба с внутренним радиусом r , внутри которой находится газ под давлением p . Найти силу (величину и направление), действующую со стороны этого газа на кусок трубы с плоскими сечениями, которые образуют углы α и 2α с перпендикулярной трубе плоскостью и осью трубы соответственно

(см. рис. 2, кусок трубы, для которого нужно искать силу, выделен).

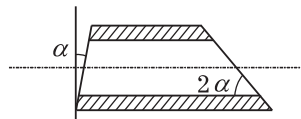


Рис. 2

4. Три одинаковые лампы накаливания включают в электрическую цепь так, как показано на рис. 3. ЭДС источников равны $\mathcal{E}$ и $3\mathcal{E}$. Найти мощности P_1 , P_2 и P_3 , которые выделяются в лампах. $R = 1$ Ом, $\mathcal{E} = 3$ В. Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.

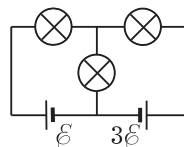


Рис. 3

5. Вольтамперная характеристика нелинейного элемента X (зависимость тока I через элемент от электрического напряжения U на нём) задаётся уравнением $I = \alpha\sqrt{U}$, где α – известное число. Два одинаковых элемента X и резистор с некоторым сопротивлением R соединили так, как показано на рисунке 4 (на схеме цепи нелинейные элементы обозначены как X_1 и X_2). Затем к этой цепи подключают источник напряжения U без внутреннего сопротивления. Каким должно быть сопротивление R , чтобы напряжение на элементе X_1 было бы равно $2U/3$?

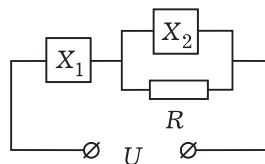


Рис. 4

6. В сосуд с горячей водой опустили работающий нагреватель мощностью $P=50$ Вт. В результате температура воды повысилась на $\Delta T=1^\circ\text{C}$ за время $t_1=100$ с. Если бы воду не нагревали, то её темпе-

ратура понизилась бы на ту же величину ΔT за время $t_2=200$ с. Какова масса воды? Удельная теплоёмкость воды $c=4,2\cdot 10^3$ Дж/(кг·К), теплоёмкостью сосуда пренебречь.

Задания, 11 класс

1. Задача 1 из задания для 9–10 классов.

2. Задача 3 из задания для 9–10 классов.

3. Задача 6 из задания для 9–10 классов.

4. Трёхзвенный механизм представляет собой три связанных шарнирно стержня O_1A , AB и BO_2 , прикрепленных к неподвижным осям O_1 и O_2 (см. рис. 5). Размеры механизма (в условных единицах) и его расположение в некоторый момент времени показаны на рисунке ($AB=5$, угол между звеньями AO_1 и BO_2 прямой). Стержень O_1A вращается вокруг оси O_1 так, что величина скорости точки A постоянна и равна v (направление вращения стержня AO_1 показано

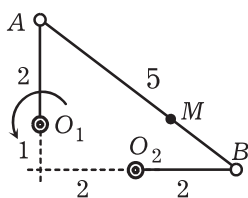


Рис. 5

стрелкой). Найти в этот момент скорость точки M , делющей стержень AB в отношении 3:1 ($AM:MB=3:1$).

5. К электрической цепи (рис. 6), содержащей 5 резисторов с сопротивлениями R , $2R$, $3R$, $4R$ и $1000R$ ($R=10$ Ом), приложили напряжение $U=220$ В. Не пользуясь законами Кирхгофа, а используя большую разность центрального и остальных сопротивлений, оцените ток, который будет течь через резистор с сопротивлением $1000R$. Оцените также точность своей оценки, т.е. оцените величину ошибки, которую вы сделали при такой оценке тока.

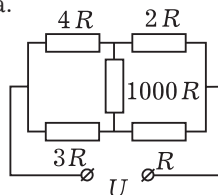


Рис. 6

6. Оценить число капелек тумана в кубическом метре воздуха, если дальность видимости в таком тумане составляет $L=50$ метров. Считать, что капли тумана представляют собой маленькие одинаковые шарики воды радиусом $r=1$ мкм.

Решения, 9–10 классы

1. Пусть в двигателе было израсходовано топливо, выделившее количество теплоты Q , и получена работа A . Тогда согласно определению КПД имеем

$$\eta_1 = \frac{A}{Q}.$$

С другой стороны, часть энергии Q была потеряна, и до двигателя доходила только энергия $(1-\delta)Q$, из которой он и получал работу A . А это значит, что настоящий КПД двигателя есть



$$\eta = \frac{A}{(1-\delta)Q} = \frac{\eta_1}{1-\delta} = 31,6\%,$$

который и будет измеряться после устранения течи.

2. Требуемая траектория движения робота показана на рис. 7. Начало отмечено буквой «н», конец – буквой «к» (конечно, можно было бы проходить весь путь в обратном направлении, тогда начало и конец пути просто поменялись бы местами). Вычисляя длину пути, получим

$$l = 5(1 + \sqrt{2}) = 12,1 \text{ м.}$$

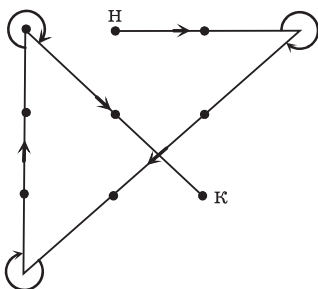


Рис. 7

3. Основная идея решения задачи заключается в том, что если бы мы закрыли основания участка трубы плоскими поверхностями, сохранив внутри тот же газ, то сила, действующая со стороны газа на участок трубы (вместе с плоскими основаниями), была бы равна нулю. А поскольку силы, действующей со стороны газа на основания, вычислить несложно, то можно вычислить и силу, действующую со стороны газа на рассматриваемый участок трубы.

Площади оснований трубы равны

$$\frac{\pi r^2}{\cos \alpha} \text{ и } \frac{\pi r^2}{\sin 2\alpha},$$

поэтому на них действуют силы

$$F_1 = \frac{p\pi r^2}{\cos \alpha} \text{ и } F_2 = \frac{p\pi r^2}{\sin 2\alpha},$$

направленные перпендикулярно основаниям куска трубы (см. рис. 8).

Следовательно, сила, действующая на кусок трубы без оснований, равна $F = F_1 \sin \alpha + F_2 \cos 2\alpha = p\pi r^2 (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} 2\alpha)$ и направлена в сторону максимальной образующей куска трубы (см. рисунок).

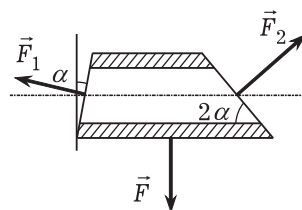


Рис. 8

4. Пусть распределение токов в элементах цепи будет таким, как это показано на рис. 9 (если какой-либо из этих токов окажется отрицательным, его направление будет противоположным). Для токов I_1 , I_2 , I_3 справедливо уравнение первого закона Кирхгофа

$$I_1 = I_2 + I_3. \quad (1)$$

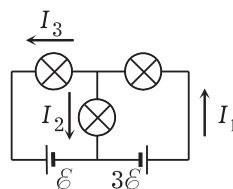


Рис. 9

Кроме того, падения напряжения на лампах, входящих в состав замкнутых контуров, равны ЭДС источников. Для левого контура

$$I_1 R + I_2 R = 3\epsilon. \quad (2)$$

Для правого контура

$$I_2 R - I_3 R = \epsilon. \quad (3)$$

Решая систему уравнений (1) – (3), получим токи в элементах цепи

$$I_1 = \frac{5\epsilon}{3R}, \quad I_2 = \frac{4\epsilon}{3R}, \quad I_3 = \frac{\epsilon}{3R}$$

и выделяющуюся в них мощность

$$P_1 = I_1^2 R = \frac{25\epsilon^2}{9R} = 25 \text{ Вт},$$

$$P_2 = I_2^2 R = \frac{16\mathcal{E}^2}{9R} = 16 \text{ Вт}, \quad P_3 = I_3^2 R = \frac{\mathcal{E}^2}{9R} = 1 \text{ Вт}$$

(индексы соответствуют обозначениям токов на рисунке).

5. Пусть электрическое напряжение на элементе X_1 равно $2U/3$. Тогда ток через этот элемент I_1 можно найти из его вольтамперной характеристики:

$$I_1 = \sqrt{\frac{2U}{3\alpha}},$$

а напряжение на элементе X_2 и резисторе равно $U/3$. Следовательно, токи I_2 и I_R через элемент X_2 и резистор будут определяться соотношениями, следующими из вольтамперной характеристики и закона Ома для участка цепи:

$$I_2 = \sqrt{\frac{U}{3\alpha}}, \quad I_R = \frac{U}{3R}.$$

А поскольку $I_1 = I_2 + I_R$, получаем:

$$\sqrt{\frac{2U}{3\alpha}} = \sqrt{\frac{U}{3\alpha}} + \frac{U}{3R}.$$

Решения, 11 класс

1. Задача 1 из задания для 9–10 классов.

2. Задача 3 из задания для 9–10 классов.

3. Задача 6 из задания для 9–10 классов.

4. С одной стороны, точка B принадлежит стержню O_2B , поэтому её скорость $\vec{v}_1$ направлена перпендикулярно этому стержню (рис. 10). С другой стороны, точка B принадлежит и стержню AB . Поэтому проекции скоростей точек A и B на стержень AB должны быть равны (это следует из условия неизменности размеров стержня AB):

$$v \cos \alpha = v_1 \sin \alpha.$$

Отсюда с учётом того, что $\operatorname{tg} \alpha = 3/4$, получаем

Отсюда находим сопротивление резистора

$$R = \frac{\sqrt{3\alpha U}}{3(\sqrt{2}-1)}.$$

6. Поскольку при выключенном нагревателе вода остывает, необходимо учитывать теплообмен между сосудом и окружением (теплопотери). Мощность теплопотерь w можно найти из следующего уравнения:

$$wt_2 = cm\Delta T \Rightarrow w = \frac{cm\Delta T}{t_2},$$

где c – удельная теплоемкость воды, m – её масса. С учётом теплопотерь процесс нагревания воды выглядит так:

$$Pt_1 = cm\Delta T + wt_1.$$

Используя найденную выше мощность теплопотерь, находим

$$Pt_1 = cm\Delta T \left(1 + \frac{t_1}{t_2}\right) \Rightarrow \\ \Rightarrow m = \frac{Pt_1 t_2}{c\Delta T(t_1 + t_2)} = 0,79 \text{ кг}.$$

$$v_1 = \frac{4v}{3}.$$

Поскольку точка O лежит на пересечении перпендикуляров к скоростям двух точек стержня AB , в этой точке расположен мгновенный центр вращения этого стержня, а его угловая скорость равна

$$\omega_{AB} = \frac{v}{OA} = \frac{v_1}{OB}. \quad (1)$$

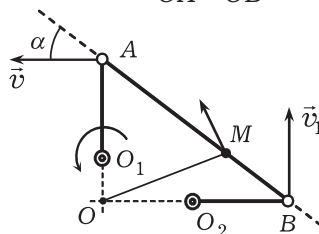


Рис. 10



Поэтому для скорости точки M имеем

$$v_M = \omega_{AB} OM.$$

Длину отрезка OM найдем из треугольника OMB по теореме косинусов

$$\begin{aligned} OM &= \sqrt{OB^2 + MB^2 - 2OBMB \cos \alpha} = \\ &= \frac{7\sqrt{5}}{5} \text{ (y.e.)}. \end{aligned}$$

В результате из формулы (1) получаем

$$v_M = \frac{7\sqrt{5}v}{15}.$$

5. Основная идея решения этой задачи заключается в том, что центральное сопротивление много больше остальных сопротивлений, поэтому ток через него должен быть много меньше токов, текущих через остальные участки. Поэтому в первом приближении будем считать, что ток через сопротивление $1000R$ равен нулю. Тогда сопротивление $1000R$ можно выбросить, и наша цепь становится такой, как показано на рис. 11. Далее, по закону Ома для участка цепи находим разность $\varphi_A - \varphi_B$ потенциалов между точками A и B (к которым было подключено удаленное сопротивление $1000R$):

$$\begin{aligned} \varphi_A - \varphi_B &= (\varphi_A - \varphi_D) - (\varphi_B - \varphi_D) = \\ &= \frac{U}{4R} \cdot 3R - \frac{U}{6R} \cdot 4R = \frac{1}{12} U, \end{aligned}$$

где φ_D — потенциал точки D (см. рисунок), а затем и ток через сопротивление $1000R$:

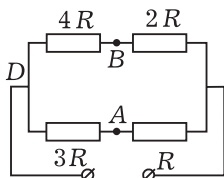


Рис. 11

$$I_0 = \frac{\varphi_A - \varphi_B}{1000R} = \frac{U}{1,2 \cdot 10^4 R} =$$

$$= 0,83 \cdot 10^{-4} \frac{U}{R} = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ А.} \quad (1)$$

Оценить ошибку, которую мы сделали при такой оценке тока через сопротивление $1000R$ можно так. При нашей оценке ток в верхнем участке цепи равен

$$I = \frac{U}{6R}, \quad (2)$$

а если бы мы вычисляли его точно (используя, например, законы Кирхгофа), то мы получили бы значение, отличающееся от (2) на величину тока через сопротивление $1000R$ (1). Поэтому относительная ошибка в величине тока в верхнем участке цепи (а, следовательно, и для разности потенциалов $\varphi_B - \varphi_D$) составляет

$$\frac{\Delta I}{I} \sim \frac{I_0}{I} \sim \frac{\Delta(\varphi_B - \varphi_D)}{\varphi_B - \varphi_D} \approx 5 \cdot 10^{-4}.$$

Аналогичную ошибку мы сделали бы при вычислении тока через нижний участок цепи и разности потенциалов $\varphi_A - \varphi_B$. Поэтому относительная ошибка нашей оценки по порядку величины равна

$$\frac{\Delta I_0}{I_0} = 10^{-3},$$

т.е. составляет одну десятую процента.

6. Поскольку размер капель тумана (1 мкм) сравним с длиной волны света (для красного света 0,7 – 0,75 мкм), то при рассеянии света на каплях существенными являются волновые эффекты. Поэтому даже после одного рассеяния информация, которую несёт свет, теряется. Используем этот факт для оценки концентрации капель тумана.

Дальность видимости 50 метров означает, что на длине 50 м любой луч обязательно рассеется хотя бы один раз. А это значит, что суммарная площадь сечения всех капель,

содержащихся внутри цилиндра радиуса L , равна площади его боковой поверхности. Пусть в одном кубическом метре воздуха содержится n капель. Тогда в цилиндре радиуса L и высотой h содержится

$$N = n\pi L^2 h$$

капель, которые имеют суммарное сечение

$$S = N\pi r^2 = n\pi^2 L^2 h r^2.$$

Поэтому условие видимости даёт

$$n\pi^2 L^2 h r^2 = 2\pi L h.$$

Отсюда

$$n = \frac{2}{\pi L r^2} = 1 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-3}.$$

То есть в кубическом метре воздуха должно содержаться 10 миллиардов капелек тумана.

Отметим, что можно было провести такие же рассуждения в другой «геометрии» – линейной, сферической. Результат будет отличаться от полученного выше числовым коэффициентом. Все такие решения засчитывались как правильные.

М.Е. Бушуева¹⁾, М.И. Делов²⁾, Е.А. Изжеуров³⁾, Б.Г. Комаров⁴⁾, И.Ю. Ляхов¹⁾,
А.А. Минина⁴⁾, С.Е. Муравьев²⁾, А.П. Прунцев⁵⁾, В.И. Скрытный²⁾, И.В. Чостковская³⁾
¹⁾НГТУ им. Р.Е.Алексеева (Нижний Новгород), ²⁾НИЯУ МИФИ (Москва),
³⁾Самарский университет (Самара), ⁴⁾СПбГЭТУ «ЛЭТИ» (Санкт-Петербург),
⁵⁾МГУПС (МИИТ) (Москва)

Мудрые мысли Мудрые мысли Мудрые мысли

Главная задача физической науки состоит не в том, чтобы снабжать нас наглядными картинками, а в том, чтобы формулировать законы, управляющие явлениями.

П. Дирак

Логика и математика подтверждают, что чем больше идей выдвигает человек, тем больше шансов, что среди них будут хорошие идеи. Причём лучшие идеи приходят в голову не сразу.

А. Осборн

Сильные натуры идут новыми путями вместо того, чтобы следовать спокойными проторенными дорожками.

П.Л. Капица

Не надо думать, что существуют рецепты, следуя которым можно гарантированно делать хорошие работы. На самом деле нужно, чтобы в голову «пришла» идея. А затем «котелок» будет варить сам.

В.А. Фок

Физика не может обойтись без математики, которая представляет ей единственный язык, на котором она может говорить.

А. Пуанкаре

Физик ставит эксперимент, наблюдает его регулярность, формулирует это в математических законах, предсказывает новые явления на основе этих законов, объединяет различные эмпирические законы в связные теории, удовлетворяющие нашу потребность в гармонии и логической красоте, и наконец вновь проверяет эти теории посредством научного предвидения.

М. Борн

Приручаем компьютер

Греческие буквы в текстовом документе

Если вы набираете тексты, связанные с математикой и физикой, то в них, наверное, довольно часто встречаются греческие буквы. Такие символы можно вставить следующим образом:

1) выбрать в меню вкладку **Вставка**, в ней – **Символ** – **Другие символы**;

2) в появившемся диалоговом окне **Символ** в разделе **Набор**: выбрать в списке строку **греческие и коптские символы**;

3) выбрать нужный символ;

4) щелкнуть мышью на кнопке **<Вставить>**;

5) закрыть диалоговое окно **Символ**.

Но гораздо удобнее вставлять их путем нажатия сочетаний клавиш (такие сочетания часто называют «аккордами»). Прежде всего, переключитесь на английскую раскладку. После этого нажмите аккорд **<Ctrl> + <Shift> + <Q>**. В результате вы установите шрифт Symbol, в котором греческие буквы имеют те же коды, что и английские (латинские). Теперь, если вы нажмете **<A>**, появится греческая буква α (альфа), **** – β (бета), **<G>** – γ (гамма), **<P>** – π (пи). По первым буквам нетрудно догадаться и о назначении других клавиш: **<R>** – буква ρ (ро), **<T>** – τ (тау), **<N>** – ν (ню), **<M>** – μ (мю) и т.д. Можно вводить и заглавные буквы: **<Shift> + <S>** – Σ (сигма), **Shift + <W>** – Ω (омега) и т.п.

Подготовил Д.М. Златопольский

Юмор Юмор Юмор Юмор Юмор Юмор

Вопрос – ответ

Однажды знаменитый немецкий математик и астроном Иоганн Кеплер якобы спросил жену:

– Как ты думаешь, дорогая, если бы в мировом пространстве летало множество капель масла и уксуса, крупинок соли и перца, кусочков зелени и всего прочего, то при случайном столкновении мог бы получиться салат, какой ты приготовила?

– Никогда! – тут же резко ответила жена.

– Но почему же? По моим расчётам...

– Образоваться-то, пожалуй, он может, – перебила она – но... таким вкусным – никогда!

Нам пишут

Ивлев Виктор Иванович

ГОУ ВПО «Мордовский государственный
университет им. Н.П. Огарева»,
профессор кафедры физики твёрдого тела,
МОУ «Лицей № 43» (учитель физики)
г. Саранск, Республика Мордовия.



Сила и масса: последовательность введения понятий в школьном курсе физики

Предлагается изменить порядок введения базовых понятий школьного курса физики: массы и силы. Предложения основаны на учёте требований логики науки и особенностей восприятия ребёнком новых понятий.

Последовательность введения понятий в любом учебном курсе чрезвычайно важна для понимания и усвоения материала этого курса. Это в полной мере относится и к школьному (и вузовскому) курсу физики.

Все физические величины можно разделить на две неравновеликие группы: 1) очень большая группа величин, определяемых (количественно) через другие величины, определённые раньше, как правило, через операции умножения или деления; 2) величины, которые нельзя определить через другие величины. Величины второй группы определяются через описание процедуры их измерения (операциональное определение). Сюда относятся величины «расстояние» (между двумя точками) и

«угол», которые можно в равной мере назвать и физическими, и геометрическими.

Базовые понятия динамики – сила и масса. В школьных учебниках физики, как правило, вводится сначала понятие «масса», а затем через неё уже понятие «сила». Приведём фрагменты из двух наиболее распространённых учебников.

«Сила является мерой взаимодействия тел» [1, с. 56].

«Физическая величина, с помощью которой количественно определяют взаимодействие тел, называется силой. Сила – это количественная мера взаимодействия тел» [2, с. 93].

Из учебника для 10-х классов с углублённым изучением физики под редакцией А. А. Пинского и О. Ф. Ка-



бардина: «Физическая величина $\vec{F}$, равная произведению массы m тела на ускорение $\vec{a}$ его движения, называется силой: $\vec{F} = m\vec{a}$ » [3, с. 23].

Теперь из учебников для основной школы (7-й класс): «...для всех тел характерно свойство по-разному менять свою скорость при взаимодействии. Это свойство тела называют **инертностью**.

Масса тела – это физическая величина, которая является мерой инертности тела» [1, с. 45].

«Физической величиной, определяющей степень изменения скоростей тел при их взаимодействии, служит масса» [2, с. 91].

В учебнике физики для 10-х классов под редакцией А. А. Пинского и О. Ф. Кабардина уже просто констатируется (вероятно, в предположении, что было дано определение в учебнике для основной школы), что масса является мерой инертности тела [3, с. 22].

Как видно из приведённых фрагментов учебников, не определяются через другие величины и масса, и сила. Ни в одном из учебников не дается никакого количественного определения этих физических величин, в том числе и через процедуру измерения. Лишь в учебнике [3] величина массы определяется сравнением с эталоном килограмма. Следовательно, понятия «масса» и «сила» как физические величины остаются неопределёнными, что при научном подходе недопустимо.

В обоих цитируемых учебниках понятие массы выводится на основании анализа опытов с двумя взаимодействующими телами (например, лабораторными тележками), расталкиваемыми пружиной. При этом фактически предполагается, что два тела при их взаимодействии дейст-

вуют друг на друга одинаково, хотя напрямую об этом и не говорится. Но это предположение не что иное, как третий закон Ньютона, который корректно может быть сформулирован лишь после введения понятия «сила».



Обратимся теперь к физическому энциклопедическому словарю [4]. Приводим фрагмент из статьи «Масса», написанной Я. А. Смородинским. «Понятие «масса» было введено в механику И. Ньютоном в определении импульса (кол-ва движения) тела – импульс $\vec{p}$ пропорционален скорости свободного движения тела $\vec{v}$: $\vec{p} = m\vec{v}$, где коэффициент пропорциональности m – постоянная для данного тела величина, его масса. Эквивалентное определение массы получается из уравнения движения классической механики Ньютона: $\vec{f} = m\vec{a}$. Здесь масса – коэффициент пропорциональности между действующей на тело силой $\vec{f}$ и вызываемым этой силой ускорением $\vec{a}$ ».

В качестве удачного для введения учеников в тему «Сила» можно рассмотреть приведённый ниже текст из учебника для 7-го класса под редакцией А. А. Пинского и В. Г. Разумовского.



«Понятие силы первоначально возникло из ощущения мышечного усилия. Чтобы поднять какой-то груз, бросить копьё или камень, натянуть тетиву лука, необходимо некоторое напряжение мышц, притом в разных случаях разное. Степень этого напряжения и оценивалась понятием «сила», которая и сегодня часто используется в обиходной речи. Говорят: «сильный человек», «сделать отчаянное усилие», «у меня сил не хватает», «этот человек сильнее других» и т. д. Здесь это слово применяется в его первоначальном смысле. Но часто усилие человека можно заменить усилием животного или какого-либо природного явления (например, ветра). Так возникли выражения: «слон – сильное животное», «сильный ветер», «очень сильное течение».

Заметим, что во всех этих случаях речь идёт о воздействии одного тела на другое: ветер действует на парус, вода – на пловца и т.д. Вместе с тем понятие «сила» используют и в переносном смысле. Например, «сила воли», «сильная любовь», «сильнее смерти». Поэтому в физике возникла необходимость уточнить понятие «сила» и выработать правила пользования им» [2].

Существенный момент в этом тексте: понятие «сила» возникло естественным образом – «из ощущения мышечного усилия». Именно это ощущение и можно использовать для процедуры введения физической величины «сила» и единицы её измерения. Отметим, что свойство инертности человек воспринимает также через усилие, которое нужно приложить к телу, чтобы изменить его состояние покоя или движения. Таким образом, понятие силы как меры действия (взаимодействия) для человека является первичным, формирующимся ещё до изучения физики в

школе. С понятиями «инертность» и «масса» молодой человек знакомится уже в школьной физике.

Таким образом, ни логика науки, ни особенности психики ребёнка (восприятие новых понятий) не обуславливают практику введения понятий в последовательности: сначала «масса», а затем «сила». Отсюда следует, что целесообразно вводить эти понятия в обратной последовательности. Нами предлагается сделать это по аналогии с определением величины «расстояние» через описание процедуры измерения (т. е. процессуально) следующим способом.

Любое измерение проводится при помощи какого-то инструмента: расстояние при помощи линейки, угол – транспортира. Желательно, чтобы этот прибор был как можно более простым по устройству и применению. В парках аттракционов, посещаемых детьми, встречаются так называемые «силомеры», действие которых обычно основано на упругой деформации пружины. Опираясь на это, в качестве искомого нами инструмента возьмём простую цилиндрическую пружину с прикреплённой к одному из её концов пластинке. Отметим на пластинке положение незакреплённого конца пружины. Растянем пружину и снова отметим на пластинке положение незакреплённого конца пружины. Соединим на пластинке прямой линией точки, соответствующие начальному и конечному положениям пружины. Примем расстояние между точками (длину отрезка) соответствующим единице силы. Разделим этот отрезок на несколько равных частей, которые будут долями выбранной единицы. Полученный таким образом прибор шкалой (имеющийся в каждом школьном кабинете физики динамометр) и может быть использован не



только для измерения этой величины, но и как инструмент для введения понятия «сила» как физической величины и единицы её измерения.

Предлагаемый подход, надо полагать, имеет смысл использовать при первом ознакомлении с понятием «сила» в седьмом или восьмом классе (в зависимости от программы). Позднее, конечно, следует познакомить учеников с градуировкой прибора, например, по реперным точкам. Как известно, именно так поступают при измерении температуры с помощью жидкостного термометра, и первое знакомство с физической величиной «температура» происходит на основе практики применения термометра.

Преимущество такого подхода в его наглядности и опоре на непосредственное восприятие органами чувств человека.

Главное возражение против описанного метода – деформация пружины должна быть упругой, точнее, подчиняться закону Гука, который, однако, можно дать, лишь используя понятие силы. Получается как бы замкнутый круг. Но этот круг нетрудно разорвать, если определение по предложенной нами схеме давать

в начале изучения физики (раздел «Взаимодействие тел»), а затем уточнять его при изучении физики в профильной школе (10-й класс).

Кроме того, аналогичным дефектом, т.е. возможной нелинейностью зависимости показаний прибора от измеряемой величины, в большей или меньшей степени страдают многие реальные приборы, например тот же жидкостный термометр, что не мешает нам использовать их не только в обиходе, но и в технике и даже в научных исследованиях.

Ввести аналогичным способом физическую величину «масса» не представляется возможным, так как нет приборов, измеряющих массу непосредственно. Но если введена величина «сила», то величина «масса» автоматически определяется, как было сказано выше, из второго закона Ньютона:

$$m = f/a.$$

В заключение отметим, что речь здесь идёт только о порядке введения понятий «масса» и «сила» в школьном курсе физики при изучении основ классической механики, не затрагивая проблем терминологии релятивистской механики.

Литература

1. *Перышкин А.В.* Физика. 7 кл.: учеб. для общеобразоват. учреждений / А. В. Перышкин. – 2-е изд., доп. – М.: Дрофа, 2013. – 224 с.
2. Физика. 7 класс : учеб. для для общеобразоват. учреждений / [А.А. Пинский, В.Г. Разумовский, Ю.И. Дик и др.]; под ред. А. А. Пинского, В.Г. Разумовского; Рос. акад. наук, Рос. акад. образования, изд-во «Просвещение». – 10-е изд. – М.: Просвещение, 2009. – 208 с.
3. Физика: Учеб. для 10 кл. с углубл. изучением физики: профил. уровень / [О.Ф. Кабардин, В.А. Орлов, Э.Е. Эвенчик и др.]; под ред. А.А. Пинского, О. Ф. Кабардина. – 10-е изд. – М.: Просвещение, 2007. – 431 с.
4. Физический энциклопедический словарь. М.: Сов. энцикл., 1984.

Дорогие наши читатели!

Если вы держите в руках журнал «Потенциал», значит, вы интересуетесь естественными и точными науками – физикой, математикой, информатикой. Мы рады видеть среди наших читателей старшеклассников и учителей, а также тех, кому небезразлично качество образования в России.

С момента образования журнала «Потенциал» в 2005 году существенно расширился коллектив наших авторов, увеличилось число читателей, появилось много постоянных подписчиков. И наверное, вы заметили, что с января 2011 года название журнала стало более длинным: «Потенциал.Математика. Физика. Информатика». А всё потому, что теперь появился новый журнал – «Потенциал. Химия.Биология. Медицина». Мы растём и развиваемся, растёт и число предметов, которыми мы стремимся увлечь наших читателей. Журнал тесно сотрудничает с такими вузами, как МГУ, МФТИ, МИФИ, МИСиС и многими другими.



Мы также стремимся наладить обратную связь с нашими основными читателями – школьниками и учителями. Отрадно, что нам есть для кого писать статьи, и мы всегда готовы учесть ваши пожелания по наполнению журнала интересными и актуальными материалами. Пишите нам свои отзывы.

Приглашаем к сотрудничеству учителей средних школ, работников вузов и научных учреждений. Станьте авторами нашего журнала, участвуйте в создании его уникального облика.

Вся переписка с редакцией осуществляется по адресу: 109544, г. Москва, ул. Рабочая, 84, редакция журнала «Потенциал». Тел.: 8(495)787-24-96, e-mail: potential@potential.org.ru.

Всю дополнительную информацию о журнале, а также рекомендации для авторов вы найдёте на нашем сайте

www.potential.org.ru

В следующем номере:

- ✦ Карл Фридрих Гаусс. *Б.Л. Дружинин*
- ✦ Новое пополнение таблицы Менделеева. *А.В. Чеботарёва*
- ✦ Изучение растровой графики на примере ХРМ. *Г.В. Курячий*
- ✦ Интернет-олимпиада СУНЦ МГУ имени М.В. Ломоносова по физике

ПРОГРАММА СПОНСОРСКОЙ ПОМОЩИ ЖУРНАЛУ «ПОТЕНЦИАЛ»

Физико-математический журнал для старшеклассников и учителей «Потенциал» выпускается на средства выпускников технических вузов и поэтому нуждается в спонсорской поддержке. В журнале действует Программа спонсорской помощи. Программа допускает поступление финансовой, материальной, информационной и иной помощи журналу. Координирует работу Программы Спонсорский совет, являющийся структурным подразделением журнала. Спонсорами могут быть физические или юридические лица. Спонсорская помощь осуществляется одноразово или на постоянной основе. В последнем случае спонсор входит в Спонсорский совет журнала. Имена спонсоров текущего номера журнала печатаются (при согласии спонсора) в этом же номере. По вопросам оказания спонсорской помощи обращаться в редакцию.

Тел. (495) 768-25-48

E-mail: editor@potential.org.ru

Наши спонсоры

АЗБУКА

Полиграфическая компания

Тел.: (495) 970-04-17

E-mail: azbukaprint@azbukaprint.ru



Благотворительный фонд
имени святителя
Григория Богослова

Тел. (495) 952-41-67

www.fondgb.ru



Национальный дистрибьютор
товаров для красоты и здоровья
Тел. (495) 737-35-00, 737-35-01
www.protek.ru



Тел. (495) 970-08-65

www.miptclub.ru

ISSN 1814-6422

