Инженерная олимпиада школьников

Задания очного отборочного тура

Приведены задания очного отборочного тура Инженерной олимпиады школьников, которая проводится Национальным исследовательским ядерным университетом «МИФИ», Санкт-Петербургским государственным электротехническим университетом «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина), Самарским государственным аэрокосмическим университетом им. С.П. Королёва (национальным исследовательским университетом), Московским государственным университетом путей сообщения (МИИТ), Нижегородским государственным техническим университетом им. Р.Е. Алексеева. Отборочный тур Инженерной олимпиады школьников состоялся 15 декабря 2013 года на площадках вузов-организаторов и региональных площадках (Арзамас, Белгород, Димитровград, Лисий Нос). Инженерная олимпиада школьников входит в Перечень олимпиад школьников 2013 – 2014 учебного года.

Условия

1. Если терморегулятор утюга поставить в положение «капрон», его нагреватель периодически включается на 10 с и периодически выключается на 40 с. Поверхность утюга при этом нагревается до 100 °С (и температура слабо изменяется при включении – выключении нагревателя из-за инерционности теплопередачи). Если терморегулятор поставить в положение «хлопок», то нагреватель будет включаться на 20 с и выключаться на 30 с.

Определить установившуюся температуру поверхности утюга в этом положении. Считать, что теплоотдача пропорциональна разности температур поверхности утюга и окружающего воздуха. Температура в комнате 20 °С.

2. Для измерения отношения теплоёмкостей газа при постоянном давлении c_p и постоянном объёме c_V провели такой эксперимент. Газу, имеющему начальные объём и давление V_0 и p_0, сообщили некоторое количество теплоты, поддерживая постоянным его давление. При этом его объём вырос до значения $2V_0$. Затем газ вернули в начальное состояние и сообщили ему то же количество теплоты, но в процессе при постоянном объёме, при этом его давление выросло до значения p_1. Найти по этим данным отношение теплоёмкостей c_p / c_V.

3. На прокатном стане заготовка, двигаясь по направляющим, подаёт-

ся к валкам, которые втягивают её (рис. 1). При каком минимальном коэффициенте трения валки будут втягивать заготовку, если радиус валков R, расстояние между ними d_0, толщина заготовки d ($d > d_0$)? Заготовку не подталкивают. Благодаря каким силам происходит «прокатывание» заготовки между валками прокатного стана?

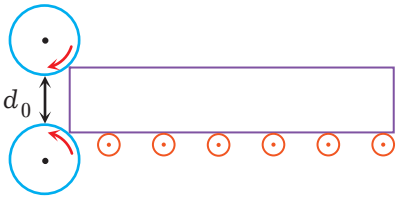

Рис. 1

4. Для преобразования одного типа движения в другое (например, вращательного в колебательное, движение по прямой или S-образное) во многих инженерных системах используют разнообразные шарнирные соединения и механизмы. Рассмотрите шарнирный механизм, изображённый на рис. 2. Две направляющие одинаковой длины AB и AC скреплены между собой в точке A. К концам направляющих прикреплён ромб $BMCN$; соединения всех звеньев механизма – шарнирные. Механизм совершает вращение вокруг точки A, при этом точка M движется по окружности (поэтому ромб $BMCN$ при вращениях механизма «сжимается»). По какой линии будет двигаться точка N? Ответ обосновать.

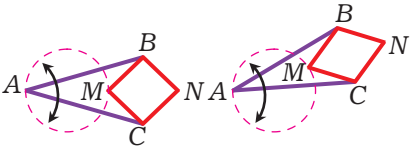

Рис. 2

5. Как направлена сила трения, действующая на ведущие колёса автомобиля, при (а) разгоне, (б) торможении, (в) повороте. Равна ли эта сила своему максимальному значению μN (μ – коэффициент трения, N – сила реакции полотна дороги), и если да, то в каких ситуациях? А в каких ситуациях нет? Хорошо это или плохо, если сила трения достигает своего максимального значения? Почему? Какой автомобиль может развивать на дороге большую мощность – передне- или заднеприводный – при одинаковой мощности мотора и почему? Считать, что масса автомобиля распределена равномерно и его центр тяжести находится посередине.

6. Чтобы уничтожить искусственный спутник Земли, движущийся с выключенным двигателем по круговой орбите на высоте 100 км, величину его скорости быстро уменьшают на 1 %. В пренебрежении силой сопротивления воздуха оцените, какое расстояние пролетит спутник от точки, в которой его скорость уменьшилась, до точки падения на поверхность Земли.

Решения

1. Пусть мощность нагревателя утюга P. Тогда, поскольку теплоотдача пропорциональна разности температур, для положения регулятора «капрон» справедливо следующее соотношение энергетического баланса:

$$P \cdot 10\ (\text{с}) = k(100\ (^\circ\text{C}) - 20\ (^\circ\text{C}))50\ (\text{с}) = \\ = k4000(\text{град} \cdot \text{с}),$$

где k – коэффициент пропорциональности между мощностью теплопотерь и разностью температур утюга и окружающей среды. Отсюда находим

$$\frac{P}{k} = 400\ \ (\text{град}). \qquad (1)$$

Для положения «хлопок» уравнение теплового баланса имеет вид:

$$P \cdot 20\ (\text{с}) = k(t\,(°\text{C}) - 20\,(°\text{C}))50\ (\text{с}),$$

где t – искомая температура утюга. Подставляя сюда соотношение мощности нагревателя и теплопотерь (1), получим $t = 180\ °\text{C}$.

2. Из закона Клапейрона – Менделеева имеем для процессов при постоянном давлении

$$Q = c_p \Delta T = c_p \frac{p_0 \Delta V}{\nu R} = c_p \frac{p_0 V_0}{\nu R} \qquad (1)$$

и при постоянном объёме

$$Q = c_V \Delta T = \frac{c_V \Delta p V_0}{\nu R} = \frac{c_V (p_1 - p_0) V_0}{\nu R}. \qquad (2)$$

Деля формулы (1) и (2) друг на друга, получим:

$$\frac{c_p}{c_V} = \frac{(p_1 - p_0)}{p_0}.$$

3. В момент касания валков на заготовку действуют: силы нормальной реакции и силы трения со стороны валков (силой тяжести, действующей на заготовку, пренебрегаем по сравнению с этими силами). Заготовка будет протягиваться между валками, если проекция действующей на неё силы трения на ось x будет больше проекции на эту ось силы реакции (см. рис. 3):

$$F_{\text{тр}} \cos\alpha \geq N \sin\alpha,$$

или

$$\mu \geq \operatorname{tg}\alpha,$$

где α – угол между направлениями на точку касания валка и заготовки и на центр второго валка. Очевидно,

$$\frac{d - d_0}{2} = R(1 - \cos\alpha).$$

Выражая косинус через тангенс

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}},$$

найдём значение коэффициента трения, при котором заготовка втягивается в пространство между валками:

$$\mu \geq \sqrt{\frac{1}{\left(1 - \frac{d - d_0}{2R}\right)^2} - 1}.$$

При втягивании заготовки она начинает деформироваться валками, это приводит к росту силы реакции, но одновременно растёт и сила трения, поэтому заготовка будет продолжать втягиваться.

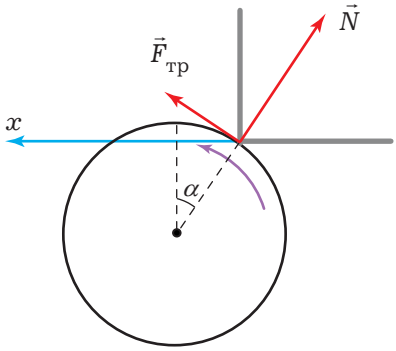

Рис. 3

4. Рассмотренный в задаче шарнирный механизм был предложен учеником выдающегося российского математика П.Л. Чебышёва Л. Липкиным и французом Ш. Посселье и называется сейчас механизм Липкина – Посселье (или прямило Липкина). Этот механизм позволяет преобразовать вращательное движение в движение по прямой, причём точное и без использования каких-либо направляющих (как в кривошипно-шатунном механизме). Механизм Липкина – Посселье сыграл важную роль в исследовании свойств шарнирных передач, однако в технике особых применений не нашёл, поскольку ко времени его открытия были созданы хорошие смазочные материалы, позволяющие делать такое преобразование движения с использованием направляющих (как в кривошипно-шатунном механизме).

Докажем, что точка N движется по прямой. Пусть радиус окружности, по которой движется точка M, равен R (рис. 4), $AB = AC = L$, $MB = MC = l$. Найдём расстояние AN. Если $MO = x$, то

$$AB^2 - AO^2 = MB^2 - MO^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow L^2 - (2R + x)^2 = l^2 - x^2.$$

Отсюда находим

$$x = \frac{L^2 - l^2}{4R} - R.$$

Поэтому

$$AN = 2R + 2x = \frac{L^2 - l^2}{4R}. \qquad (1)$$

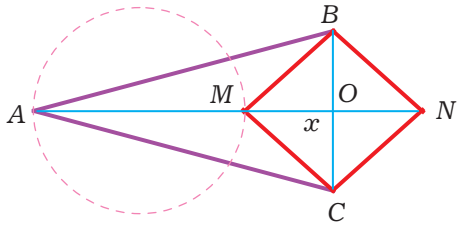

Рис. 4

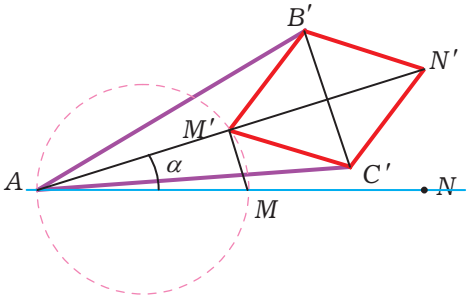

Рис. 5

Когда конструкция из шарнирно соединённых стержней повернётся относительно точки A на угол α (см. рис. 5), но так, что точка M движется по пунктирной окружности и займёт положение M' (см. рисунок), то длину отрезка AN' можно найти с помощью аналогичных формул:

$$AN' = \frac{L^2 - l^2}{2AM'}.$$

Но поскольку угол $AM'M$ – прямой (опирается на диаметр), то $AM' = 2R\cos\alpha$ и, следовательно:

$$AN' = \frac{L^2 - l^2}{4R\cos\alpha}.$$

Поэтому точка N' шарнирного механизма будет проецироваться в такую точку на прямой AN, которая лежит на расстоянии

$$AN'\cos\alpha = \frac{L^2 - l^2}{4R} \qquad (2)$$

от точки A, т. е. в точку N, как это следует из сравнения (1) и (2). Таким образом, точка N' шарнирного механизма будет двигаться по прямой, перпендикулярной отрезку AN и проходящей через точку N. Другими словами, при вращении всей конструкции её точка N движется по прямой.

5. Когда ведущие колёса не «пробуксовывают», нижняя точка колеса не скользит по дороге и потому сила трения может не достигать своего максимального значения μN и может быть направлена поразному. Если автомобиль едет с постоянной скоростью v, колёса вращаются с угловой скоростью v/R (R – радиус колеса), и есть только небольшое трение качения. Если водитель увеличивает угловую скорость вращения колёс, колесо в точке касания дороги «хочет» проскользнуть относительно дороги назад, и возникает сила трения, направленная вперёд и разгоняющая автомобиль (или, другими словами, автомобиль разгоняется, отталкиваясь от шероховатостей дороги). Если водитель тормозит вращение колёс, они «хотят» проскользнуть в нижней точке вперёд относительно дороги, возникает сила трения, направленная назад. При повороте, благодаря повороту передних колёс, возникает сила трения, направленная в сторону поворота. Если водитель нажимает на педаль газа или тормоза не очень сильно, проскальзывания не возникает – сила трения не равна максимальному значению.

Чтобы сила трения достигла максимального значения, в точках касания колёс и дороги должно возникнуть проскальзывание. Это бы-

вает при пробуксовке колёс или «заносе», когда автомобиль из-за резкого торможения или поворота начинает скользить по дороге. Эта ситуация крайне опасная, поскольку не даёт возможности управлять автомобилем. Для управления нужно иметь возможность менять силу трения – именно она позволяет делать манёвры на дороге. Более того, при скольжении автомобиля по дороге любая неровность или боковой её наклон могут привести к перевороту автомобиля – ведь сила трения направлена назад и равна максимальному значению; и в нашем распоряжении нет силы, способной удержать автомобиль. Поэтому, чтобы управлять автомобилем, нужно иметь «резерв» силы трения, которая должна быть, следовательно, меньше своего максимального значения. Отметим, что любой водитель интуитивно чувствует опасность ситуации с максимальной силой трения и старается не допускать её возникновения.

Очевидно, что мощность, которую может развивать автомобиль на дороге, зависит не только от его двигателя, но и от того, как автомобиль «использует» силу трения. Действительно, в отсутствие силы трения автомобиль стоял бы на месте (с вращающимися колёсами) независимо от мощности двигателя (вращающего эти колеса). Докажем, что заднеприводные автомобили мощнее переднеприводных при одинаковой мощности мотора и оценим отношение мощностей, которые может развивать двигатель, разгоняя машину (при условии, что мощность самого двигателя может быть очень большой).

Разгоняет автомобиль сила трения, действующая на ведущие колёса, а она не может превышать значения μN (N – сила реакции). Поэтому чем больше сила реакции, тем больших значений может достигнуть разгоняющая сила трения (а нажатие на педаль газа в ситуации, когда сила трения достигла максимума, приведёт только к проскальзыванию и к заносу, но не к увеличению мощности, которую развивает двигатель). Найдём силы реакции для задних и передних колёс машины. Силы, действующие на машину при разгоне, показаны на рис. 6 (на правом – для заднеприводной, на левом – для переднеприводной). На машину действуют: сила тяжести, силы реакции и сила трения.

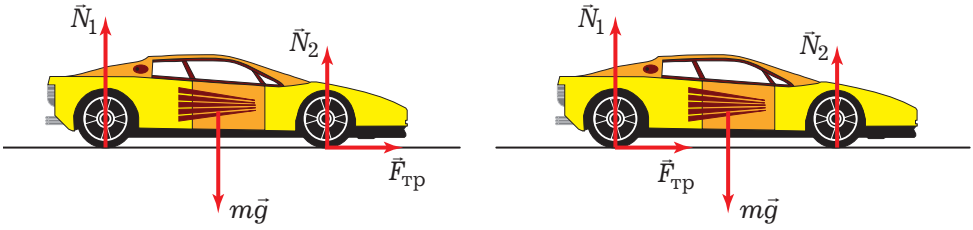

Рис. 6

Поскольку машина движется поступательно, сумма моментов всех сил относительно её центра тяжести равна нулю[1]. Поэтому, если центр тяжести машины находится точно посередине машины, расстояние

[1] Это утверждение несколько выходит за рамки школьного курса физики, в котором рассматривается динамика точечных тел. Но рассматриваемый вывод от участников и не требовался, достаточно было привести качественные соображения, основанные, в том числе, и на данных собственных наблюдений – при разгоне автомобили «приседают» на задние колеса, при торможении – на передние.

между задними и передними колёсами l, а высота центра тяжести над дорогой h, условие равенства нулю суммы моментов относительно центра тяжести даёт (при условии, что машина движется, развивая максимальную мощность на максимуме силы трения):

а) переднеприводная машина

$$N_1\frac{l}{2} = N_2\frac{l}{2} + F_{\text{тр}}h = N_2\frac{l}{2} + \mu N_2 h, \quad (1)$$

б) заднеприводная машина

$$N_1\frac{l}{2} = N_2\frac{l}{2} + F_{\text{тр}}h = N_2\frac{l}{2} + \mu N_1 h, \quad (2)$$

где μ – коэффициент трения. Учитывая, что и в том, и в другом случае $N_1 + N_2 = mg$, из (1) найдём силу реакции для передних колёс в случае переднеприводного автомобиля

$$N_{2\text{пп}} = \frac{mgl/2}{l+\mu h} \quad (3)$$

и из (2) силу реакции задних колёс в случае заднего привода

$$N_{1\text{зп}} = \frac{mgl/2}{l-\mu h} \quad (4)$$

(здесь (пп) и (зп) – передний и задний привод). Отсюда находим отношение сил трения, разгоняющих передне- и заднеприводную машину, и, следовательно, отношение мощностей, которые может развивать на дороге их двигатель:

$$\frac{P_{\text{пп}}}{P_{\text{зп}}} = \frac{l-\mu h}{l+\mu h}. \quad (5)$$

Для значений $l = 3$ м, $h = 0{,}5$ м и $\mu = 0{,}5$ имеем из (5):

$$\frac{P_{\text{пп}}}{P_{\text{зп}}} = 0{,}85.$$

6. Если бы скорость спутника равнялась первой космической скорости, то второй закон Ньютона дал бы

$$\frac{mv^2}{R} = G\frac{mM}{R^2}$$

и спутник двигался бы по окружности. Когда скорость спутника становится меньше первой космической, спутник начинает совершать два движения: по радиусу к центру Земли с ускорением

$$a = \frac{GM}{R^2} - \frac{(0{,}99v)^2}{R} \approx$$

$$\approx 2\cdot 10^{-2}\frac{GM}{R^2} \approx 2\cdot 10^{-2}g,$$

которое практически постоянно из-за небольшого изменения радиуса орбиты, и по касательной к радиусу (орбитальное) с той же – первой космической – скоростью (здесь g – ускорение свободного падения). Поэтому время падения спутника можно оценить как (конечно, при условии отсутствия силы сопротивления воздуха, которая очень сильно изменит движение по сравнению с рассмотренным здесь)

$$t = \sqrt{\frac{2h}{2\cdot 10^{-2}g}} = 10^3 \text{ с}.$$

Для оценки пройдённого спутником расстояния нужно его орбитальную скорость (первую космическую) умножить на время падения. Получим

$$s = vt \approx 8(\text{км/с})\cdot 10^3(\text{с}) \approx 8000 \text{ км}.$$

Поскольку окружность Земли составляет около 40 000 км, то спутник пролетит приблизительно пятую часть окружности.

Материал подготовили: М.Е. Бушуева (НГТУ, Нижний Новгород), Б.Г. Комаров (СПбГЭТУ «ЛЭТИ», Санкт-Петербург), С.Е. Муравьёв, В.И. Скрытный (НИЯУ МИФИ, Москва), А.П. Прунцев (МГУПС (МИИТ), Москва), И.В. Чостковская (СГАУ, Самара).