

# Инженерная олимпиада школьников

Представлены задачи первой инженерной олимпиады школьников, проведённой силами пяти ведущих российских вузов.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** абитуриенту, инженерная олимпиада НИЯУ МИФИ, ЛЭТИ, НИУ СГАУ, МИИТ, НГТУ, динамика, электростатика, электродинамика, МКТ, термодинамика



Е.Б. ВЕСНА, С.Е. МУРАВЬЁВ

semuraviev@mail.ru,

В.И. СКРЫТНЫЙ,

НИЯУ МИФИ, г. Москва,

И.Ю. ЛЯХОВ,

НГТУ им. Р.Е. Алексеева,

г. Нижний Новгород

В 2012 г. пять крупнейших технических университетов – Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина), Самарский государственный аэрокосмический университет им. С.П. Королёва (НИУ СГАУ), Московский государственный университет путей сообщения (МИИТ), Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева (НГТУ) – решили провести олимпиаду, которая позволила бы заинтересовать школьников инженерными направлениями и мотивировать лучших из них к инженерному творчеству и инженерному образованию. Эту олимпиаду было решено назвать «Инженерной олимпиадой школьников». Отметим, что состав вузов-организаторов неслучаен, все они представляют регионы с развитой наукой и промышленностью – «инженерную ось России».

Олимпиада проводилась в два тура – отборочный и заключительный – одновременно на базе всех вузов-организаторов и на региональных площадках в Санкт-Петербурге, Москве, Нижнем Новгороде, Самаре и Димитровграде (Ульяновская обл.). В отборочном туре олимпиады приняли участие около 1000 школьников, к заключительному туру допущено около 300.

Главное отличие Инженерной олимпиады от «стандартных» олимпиад для школьников заключалось в принципах составления заданий и в самих олимпиадных заданиях. Изначально было ясно, что инженерная олимпиада должна быть межпредметной, но всё-таки главным предметом должна быть физика, основа большинства современных технологий. Конечно, во всех задачах должны рассматриваться те или иные

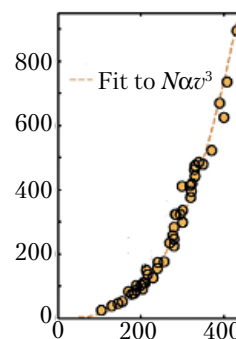
инженерные системы. Конечно, в задании должны быть представлены задачи-оценки – ведь современный инженер должен уметь «на пальцах» оценить ту или иную проблему и выполнить расчёт. Конечно, задание не должно выходить за рамки школьной программы и должно быть «решаемым». И, конечно, задание не должно быть примитивным, может быть, напротив, даже выглядеть сложным и непонятным. И, конечно, оно должно быть «красивым» и интересным. «Красивым» и интересным и для физиков, и для инженеров, и для школьников. Удалось ли нам это сделать, судить вам. Мы провели опрос участников олимпиады на выходе из аудиторий: «Сложно и непонятно», «Мы такого не проходили», «А нам было интересно». И хотя последнее звучало не так часто, как нам хотелось бы, но всё же было! И ещё одно занятное наблюдение. На инженерной олимпиаде была более рабочая обстановка, чем на «обычных» олимпиадах – школьники решали задачи, а не пытались подглядывать к соседям или искать способ связи с «внешним миром». Им действительно было интересно.

В будущем году мы обязательно продолжим эту олимпиаду и приглашаем всех желающих принять в ней участие. Следите за сайтами вузов-организаторов.

Авторы выражают благодарность замечательному педагогу и популяризатору науки К.Ю. Богданову за полезные обсуждения ряда инженерных вопросов, вошедших, не вошедших и планирующих к включению в задания Инженерной олимпиады.

## Отборочный тур

1. На рисунке приведён график зависимости мощности автомобиля (ось ординат, кВт) от максимальной скорости, которую он способен развивать (ось абсцисс, км/ч). Этот график построен по данным автопроизводителей относительно машин одного класса, имеющих близкие размеры: каждая точка соответствует какому-либо



автомобилю – заявленные производителем мощность двигателя откладывалась по оси ординат, максимальная скорость, развиваемая этим автомобилем – по оси абсцисс. Наилучшим образом набор точек описывается кубической зависимостью ( $N \sim v^3$ ). Объясните, почему максимальная скорость машины зависит от корня третьей степени из мощности двигателя?

**Решение.** Максимальная скорость машины определяется силой сопротивления движению: сила, с которой двигатель толкает машину, равна силе сопротивления. Для больших скоростей сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости с коэффициентом, который определяется геометрией машины. Действительно, когда машина имеет скорость  $v$ , она за малое время  $\Delta t$  разгоняет порцию воздуха объёмом  $S \cdot v \cdot \Delta t$  до своей скорости ( $S$  – площадь поперечного сечения машины), то есть сообщает ей импульс  $\Delta p \sim v^2 \cdot \Delta t$ . Для этого машина должна действовать на воздух (а воздух – на машину) с силой

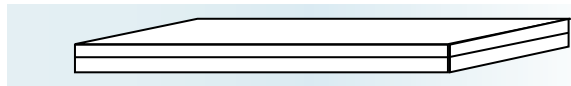
$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \sim v^2.$$

Поскольку речь идёт о машинах одного класса, имеющих близкие размеры, можно ожидать, что для всех таких машин коэффициенты пропорциональности между силой и квадратом скорости близки. Поэтому при движении с постоянной скоростью  $v$  сила, которая толкает машину вперед, равна  $\alpha v^2$ . За малое время  $\Delta t$  эта сила совершает работу  $\Delta A = F \Delta r = F v \Delta t = \alpha v^3 \Delta t$ . Поэтому мощность этой силы (то есть мощность, развиваемая в этот момент двигателем) есть

$$N = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \alpha v^3.$$

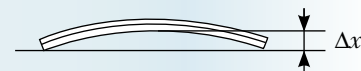
**Ответ.**  $N = \alpha v^3$ .

2. Во многих инженерных системах в качестве термомеханических датчиков (датчиков, испытывающих значительные деформации при изменении температуры) используются биметаллические пластины. Биметаллическая пластина состоит из двух пластинок, изготовленных из металлов с отличающимися коэффициентами линейного термического расширения и скреплённых между собой по всей поверхности контакта.

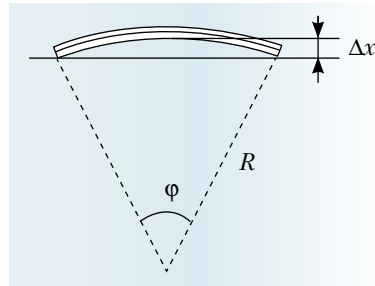


Объясните, почему такая пластина будет изгибаться при нагревании или охлаждении, и оцените радиус изгиба и величину прогиба пластины  $\Delta x$  (см. рисунок) при повышении её температуры на величину  $\Delta T$ . Исходная длина пластины  $l$ , толщина каждой пластинки  $\Delta h$ , коэффициенты линей-

ного термического расширения металлов, входящих в состав пластины  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Считать, что толщина пластины много меньше радиуса изгиба. Оцените величину прогиба  $\Delta x$  биметаллической пластины из стали ( $\alpha_1 = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ град}^{-1}$ ) и латуни ( $\alpha_2 = 1,9 \cdot 10^{-5} \text{ град}^{-1}$ ),  $l = 10 \text{ см}$ ,  $\Delta h = 0,5 \text{ мм}$ ,  $\Delta T = 100 \text{ }^\circ\text{С}$ . Сравните величину прогиба и величину удлинения пластинок.



**Решение.** Из-за разных коэффициентов теплового расширения пластины двух металлов по-разному удлиняются при нагревании (или сжимаются при охлаждении). А поскольку они спаяны по всей площади контакта, пластине выгоднее согнуться при нагревании или охлаждении, чем растягивать один и сжимать другой металл. Причём при нагревании внутри изгиба будет пластинка из того металла, который меньше расширяется. При охлаждении – наоборот.



Радиус изгиба можно оценить из следующих соображений. Пусть биметаллическая пластина нагрелась на  $\Delta T$ . Тогда пластинки, из которых она состоит, удлинятся на:  $\Delta l_1 = \alpha_1 \Delta T \cdot l$  и  $\Delta l_2 = \alpha_2 \Delta T \cdot l$ , где  $l$  – первоначальная длина пластинок.

Следовательно, для угла, на который опирается пластина после изгиба, можно записать (с учётом малой толщины пластины) соотношение:

$$\varphi = \frac{l + \Delta l_1}{R} = \frac{l + \Delta l_2}{R + \Delta h}.$$

Отсюда, пренебрегая произведением двух малых величин, находим:  $R = \frac{l \Delta h}{\Delta l_2 - \Delta l_1} = \frac{\Delta h}{(\alpha_2 - \alpha_1) \Delta T}$ .

Величину прогиба пластины (величина  $\Delta x$  на рисунке) можно найти как

$$\Delta x = R - R \cos(\varphi/2). \quad (*)$$

Если угол  $\varphi \ll 1$  рад (для реальных пластин это условие выполнено), то  $\cos \frac{\varphi}{2} \approx 1 - \frac{\varphi^2}{8}$  (это равенство можно получить из основного тригонометрического тождества и первого замечательного предела  $\sin \varphi \approx \varphi$ ), то формулу (\*) можно привести

к виду:

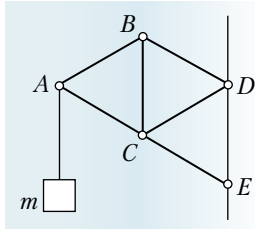
$$\Delta x = \frac{l^2}{8R} = \frac{l^2(\alpha_2 - \alpha_1)\Delta T}{8\Delta h}.$$

Подставляя в эту формулу данные в условии числа, найдём  $\Delta x \approx 2$  мм.

Величина удлинения пластины составит  $\alpha l \Delta T \sim 2 \cdot 10^{-1}$  мм, то есть на порядок меньше.

Ответ.  $\Delta x \approx 2$  мм;  $\Delta l \sim 10^{-1}$  мм.

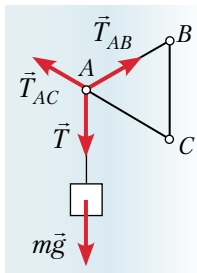
**3.** Тело массой  $m$  подвешено на нити, прикреплённой к точке  $A$  укрепленного на стене кронштейна  $ABCDE$ , состоящего из шести невесомых стержней одинаковой длины, соединённых шарнирно (см. рисунок; длина от-



резка  $DE$  на стене также равна длине стержня). Растянут или сжат стержень  $BC$ ? Найдите силу упругости в стержне  $BC$ .

**Решение.** Если удалить стержень  $BC$ , то, очевидно, точки  $B$  и  $C$  начнут сближаться, поскольку треугольник  $CDE$  останется на месте, а ромб  $CABD$  будет «складываться». Поэтому стержень  $BC$  сжат. Аналогично заключаем, что стержень  $AB$  растянут, стержень  $AC$  – сжат.

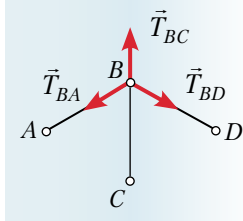
Найдём силу упругости в стержне  $BC$ . Во-первых, заметим, что воздействие шарнира на стержень



или стержня на шарнир может осуществляться только вдоль стержня (ведь стержень по условию невесом и может свободно вращаться относительно шарнира).

Рассмотрим шарнир  $A$ . Поскольку стержень  $AC$  сжат, а стержень  $AB$  растянут, на шарнир  $A$  действуют сила натяжения нити  $\vec{T}$ , равная силе тяжести груза  $m\vec{g}$ , и силы упругости стержней  $\vec{T}_{AB}$  и  $\vec{T}_{AC}$  (направленные вдоль этих стержней). Чтобы шарнир был в равновесии, сумма этих сил должна быть равна нулю. А поскольку углы между этими силами равны  $120^\circ$ , то их сумма равна нулю только в том случае, когда равны их величины. Поэтому  $T_{BC} = mg$ .

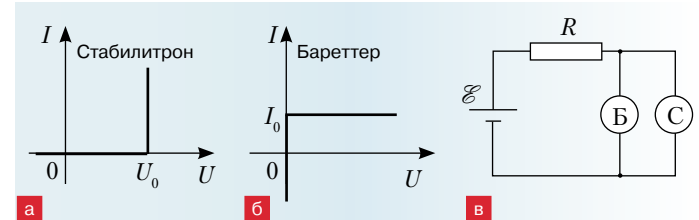
Рассмотрим теперь шарнир  $B$ . На него действуют три силы, сумма которых равна нулю, которые



также направлены под углами  $120^\circ$  друг к другу. Сила по модулю равна силе тяжести:  $T_{BA} = mg$ . Поэтому и две остальные силы,  $\vec{T}_{BC}$  и  $\vec{T}_{BD}$ , по модулю равны друг другу и силе  $\vec{T}_{BA}$ . Значит  $T_{BC} = mg$ .

Ответ. Стержень  $BC$  сжат;  $T_{BC} = mg$ .

**4.** Вольтамперные характеристики бареттера и стабилитрона (приборов, служащих для стабилизации силы тока или напряжения соответственно) приведены на рис. *а, б*. Постройте графики зависимости напряжения на стабилитроне и бареттере, тока через них, а также тока через резистор от ЭДС источника в электрической цепи изображённой на рис. *в* ( $B$  – бареттер,  $C$  – стабилитрон).



**Решение.** Заметим сначала, что подключение бареттера и стабилитрона, рассмотренное в задаче, довольно бессмысленно. Ведь функция бареттера – «удерживать» на одном уровне ток при изменении напряжения в широких пределах. Функция стабилитрона – «удерживать» напряжение на том участке, к которому он подключён. Поэтому бареттер и стабилитрон «мешают» друг другу, и так их никогда не включают. Но если нельзя, но очень хочется, давайте попробуем.

Рассмотрим сначала случай малых значений ЭДС источника. Как следует из вольтамперных характеристик, ток через стабилитрон может меняться в широких пределах при напряжении  $U_0$ , при меньшем напряжении – равен нулю. Ток через бареттер при ненулевом напряжении всегда равен  $I_0$ , при нулевом – может меняться от нуля до  $I_0$ . А поскольку ток через резистор определяется законом Ома, то при  $\mathcal{E} \leq I_0 R$  ток через резистор должен быть меньше  $I_0$ , а такой ток через участок со стабилитроном и бареттером может протекать только при нулевом напряжении. Поэтому в указанной области напряжения на бареттере и стабилитроне равно нулю, ток через стабилитрон равен нулю, ток через бареттер равен току через резистор:

$$\mathcal{E} \leq I_0 R \rightarrow U_C = U_B = 0; \quad I_C = 0;$$

$$I_B = I_R = \frac{\mathcal{E}}{R}. \quad (1)$$

В области  $I_0 R \leq \mathcal{E} \leq I_0 R + U_0$  ток через резистор ограничен как снизу, так и сверху:  $I_0 \leq I \leq I_0 + U_0/R$ , а напряжение на стабилитроне и бареттере не может превосходить  $U_0$ . Но при таком напряжении ток через стабилитрон – нулевой, а через бареттер не может быть больше  $I_0$ . Поэтому бареттер и стабилитрон будут «удерживать» ток в цепи равным  $I_0$ , а напряжение на них будет линейно расти с ростом ЭДС источника. Итак:

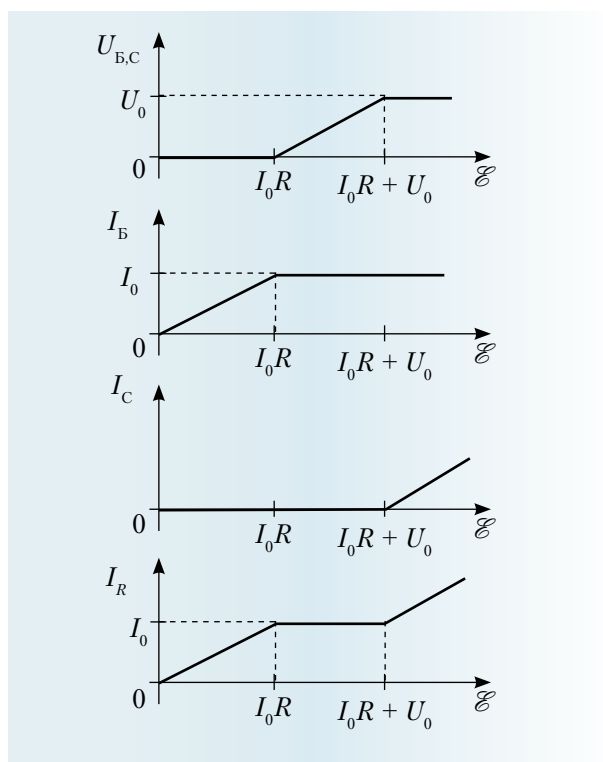
$$I_0 R \leq \mathcal{E} \leq I_0 R + U_0 \rightarrow I_B = I_R = I_0, \quad I_C = 0,$$

$$U_C = U_B = \mathcal{E} - I_0 R. \quad (2)$$

В области  $I_0 R + U_0 \leq \mathcal{E}$  ток через бареттер равен  $I_0$ , напряжение на стабилизтроне и бареттере равно  $U_0$ , ток через резистор равен  $I_R = \frac{\mathcal{E} - U_0}{R}$ , ток через стабилизитрон равен разности тока через резистор и тока через бареттер:

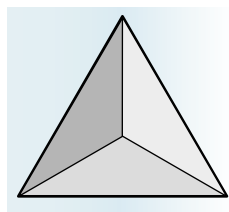
$$I_0 R + U_0 \leq \mathcal{E} \rightarrow I_B = I_0, \quad I_C = \frac{\mathcal{E} - U_0}{R} - I_0, \\ U_C = U_B = U_0. \quad (3)$$

Графики зависимости напряжения на стабилизтроне и бареттере от ЭДС источника (1), тока через них от ЭДС (2), а также тока через резистор от ЭДС (3) приведены на рисунке.



Внимание! Несмотря на то, что бареттер и стабилизитрон «мешают» друг другу работать, мы сконструировали устройство, которое может «удерживать» ток или напряжение постоянными в определённых пределах, и, следовательно, в каких-то ситуациях это устройство может оказаться востребованным.

5. Угловой отражатель представляет собой устройство в виде тетраэдра (см. рисунок) с тремя взаимно перпендикулярными отражающими

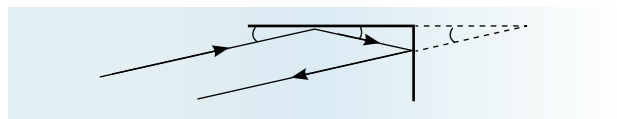


внутренними поверхностями. Группы таких отражателей размещают на устройствах, которые должны эффективно отражать падающий на них свет (рис. д). Такие отражатели используют, например, в устрой-

ствах локации, на спасательных средствах, в знаках дорожного движения. Рассмотрите отражение произвольного луча света таким отражателем и объясните принцип его работы. Блок угловых отражателей был установлен на советском автоматическом аппарате Луноход-1, работавшем на Луне (см. фото). Как вы думаете, зачем?



*Решение.* Докажем, что как бы ни падал луч на отражатель, после отражения он распространяется в обратном направлении. Рассмотрим сначала случай, когда падающий луч параллелен одной из плоскостей отражателя. Тогда этот луч отражается только от двух его граней, и отражённый луч лежит в плоскости, перпендикулярной этим граням (в этом случае задача, фактически, является плоской). Построив ход луча (угол падения равен углу отражения), убеждаемся, что отражённый луч будет распространяться в направлении, обратном падающему (см. рисунок; параллельность падающего и отражённого лучей следует, например, из равенства углов, отмеченных на рисунке дугами).



Для доказательства сделанного выше утверждения в общем случае заметим, что для проекции падающего и отражённого луча на любую плоскость также справедливо утверждение – угол падения равен углу отражения. Поэтому падающий и отражённый лучи можно спроецировать на плоскости, параллельные граням отражателя, для проекций справедливо сделанное выше построение, откуда и следует сделанное утверждение.