



Регистрационный номер _____

Фамилия _____

(не заполнять)

Имя _____

Отчество _____

Подпись _____



«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Заключительный этап, 11 класс

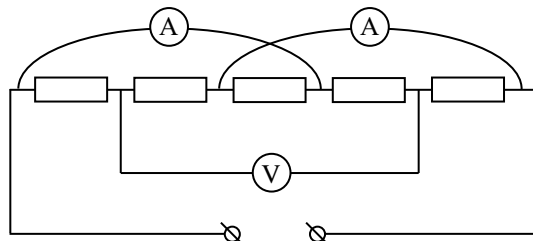
1. При каком значении a система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - y + z = 0 \\ x + 2y - z/a + 5/2 = 0 \end{cases}$$

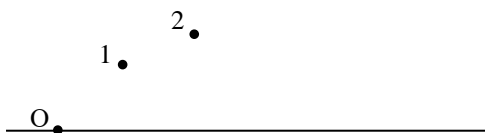
имеет единственное решение? Найти это решение.

2. Города А и В соединены прямолинейным участком дороги. Одновременно из городов А и В навстречу друг другу отправляются пешеход и велосипедист, причем преодолев путь между городами каждый из них мгновенно разворачивается и продолжает движение в противоположном направлении. Спустя пять часов они остановились и оказалось, что велосипедист преодолел за это время расстояние в восемь раз превышающее расстояние между городами, а пешеход – в три раза. Сколько раз они встретились в пути? Спустя какое время после начала движения пешеход и велосипедист встретятся в третий раз?

3. Пять одинаковых резисторов с сопротивлением R соединены последовательно и подключили к источнику напряжения U . Затем в цепь включили два амперметра и один вольтметр так, как показано на рисунке. Найти показания амперметров и вольтметра. Приборы являются идеальными.



4. Тело бросили под углом к горизонту из точки О (см. рисунок). На рисунке показаны положения тела через время τ (точка 1) и 2τ (точка 2) после броска. С помощью циркуля и линейки найти положение тела через время 3τ после броска. Описать построение, опираясь на законы движения.



5. В квадратной матрице $N \times N$ в начальный момент времени одна ячейка закрашена. Специально обученный алгоритм на каждом шаге закрашивает все ячейки, у которых есть хотя бы одна общая сторона с уже закрашенными к началу шага ячейками. Требуется определить, какое количество ячеек будет закрашено спустя T шагов работы алгоритма.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1								
2								
3								
4								
5								
6		■						
7								
8								



	1	2	3	4	5	6	7	8
1								
2								
3								
4								
5		■						
6		■	■					
7		■						
8								

В единственной строке входных данных содержатся 4 целых числа, разделенных пробелами: N, X, Y, T , такие что: $1 \leq N \leq 1000$; $1 \leq X \leq N$; $1 \leq Y \leq N$; $0 \leq T \leq 2 * N$ где N – размер стороны матрицы,

X, Y – координаты изначально закрашенной ячейки

T – число шагов алгоритма.

В качестве ответа нужно вывести единственное число – количество ячеек матрицы, которые будут закрашены спустя T шагов работы алгоритма

Примеры входных данных и результатов работы программы:

<i>Пример входных данных</i>	<i>Пример результата</i>
8 2 6 0	1
8 2 6 1	5
8 2 6 2	12

Комментарии к задаче по информатике:

Решением задачи является код программы, написанный на любом традиционном языке программирования, с указанием этого языка. В случае невозможности написать код на традиционном языке программирования, в качестве частичного решения может быть принят правильный алгоритм программы, оформленный в виде блок-схемы или псевдокода.

Программа должна читать входные данные из стандартного потока ввода (так, как будто эти данные вводятся с клавиатуры) и выводить результаты в стандартный поток вывода (так, как будто эти данные печатаются на экран). Программа должна корректно работать на входных данных, описанных в условиях задачи. Корректность входных данных гарантируется, проверять её дополнительно внутри программы не требуется (если в условии задачи сказано, что на вход подается целое число от 0 до 1000, не нужно дополнительно проверять, что введена, например, текстовая строка, или число вне этого диапазона).

Программа должна в результате работы выводить только тот ответ, который требуется по условию (может сопровождаться кратким текстовым оформлением или без него). Любой другой вывод результатов в процессе работы программы будет считаться ошибкой. Для лучшего понимания условий задачи и форматов входных и выходных данных, задача сопровождается несколькими примерами корректных входных данных и правильного результата работы, приведенных в разделе «*примеры входных данных и результатов работы программы*».

Написанная программа должна работать *эффективно*, то есть вычислять правильный ответ, по возможности, за наименьшее время. Программы, написанные *существенно неэффективно*, то есть затрачивающие существенно больше времени, чем эффективные решения, будут считаться неполным решением.

Код программы должен быть написан разборчиво, аккуратно, сопровождается отступами и разумным количеством комментариев в коде программы. Допускается несколько несущественных синтаксических ошибок в коде, при условии, что они не влияют на общую возможность чтения и понимания кода. Неаккуратно написанный (нечитаемый) код программы и/или большое количество синтаксических ошибок могут привести к снижению общей оценки за задачу.

Пример оформления решения(кода программы):

```
{pascal} //указание языка, на котором написана программа
program MyProg;
var: ...
begin
  {считываем входные данные} //комментарии в теле программы
  readln(a,b);
  ...
  {основное тело программы}
  ...
  {выводим ответ}
  writeln('Искомое число: ',x);
end.
```

Решения

1. Выразим z из второго уравнения и подставим в первое:

$$z = a \left(x + 2y + \frac{5}{2} \right) \rightarrow x^2 + y^2 + 2x - y + a \left(x + 2y + \frac{5}{2} \right) = 0 \rightarrow$$

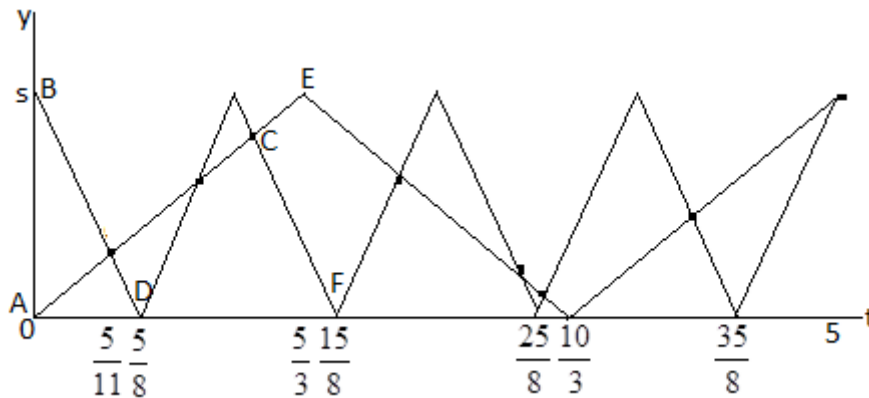
$$\rightarrow \left(x + \frac{a+2}{2} \right)^2 + \left(y + \frac{2a-1}{2} \right)^2 = \frac{(a+2)^2}{4} + \frac{(2a-1)^2}{4} - \frac{5a}{2}$$

Единственное решение может быть, если $\frac{(a+2)^2}{4} + \frac{(2a-1)^2}{4} - \frac{5a}{2} = 0 \rightarrow (a-1)^2 = 0 \rightarrow a = 1$.

Параметру $a = 1$ соответствует решение $x = -\frac{a+2}{2} = -\frac{3}{2}$, $y = -\frac{2a-1}{2} = -\frac{1}{2}$, $z = x + 2y + \frac{5}{2} = 0$

Ответ: 1) $a = 1$; 2) $x = -\frac{3}{2}$, $y = -\frac{1}{2}$; $z = 0$

2. Пусть S – расстояние между городами, $v_1 = \frac{8S}{5}$ – скорость велосипедиста, $v_2 = \frac{3S}{5}$ – скорость пешехода. На рисунке изображена зависимость расстояний от города А до велосипедиста и до пешехода от времени.



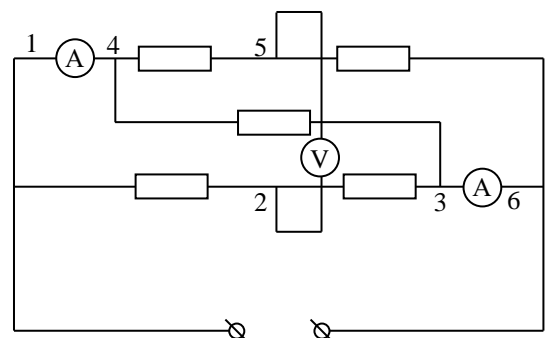
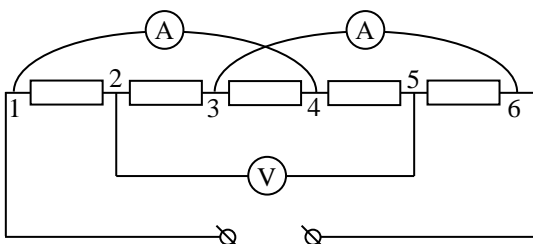
На рис отмечены восемь точек пересечения графиков (встречи велосипедиста и пешехода) Третья встреча соответствует точке С. Уравнение прямой АЕ $y = \frac{3S}{5}t$. Уравнение прямой FC

$$y = -\frac{8S}{5} \left(t - \frac{15}{8} \right).$$

Точка С имеет абсциссу t , определяемую уравнением $-\frac{8S}{5} \left(t - \frac{15}{8} \right) = \frac{3S}{5}t \rightarrow t_c = \frac{15}{11}$.

Ответ: 1) 8 раз; 2) $\frac{15}{11}$ часа

3. Поскольку приборы идеальны, амперметры можно заменить куском проволоки с нулевым сопротивлением. Поэтому данная в условии цепь может быть перерисована так



Причем амперметры измеряют сумму токов на участках параллельного соединения с одним и двумя резисторами, вольтметр – напряжение между точками 2 и 5. Поэтому показания каждого амперметра равны

$$I = \frac{U}{2R} + \frac{U}{R} = \frac{3U}{2R},$$

А из симметрии цепи следует, что показания вольтметра равны нулю.

4. Из законов равноускоренного движения имеем

$$\vec{R}(t) = \vec{R}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g} t^2}{2} \quad (*)$$

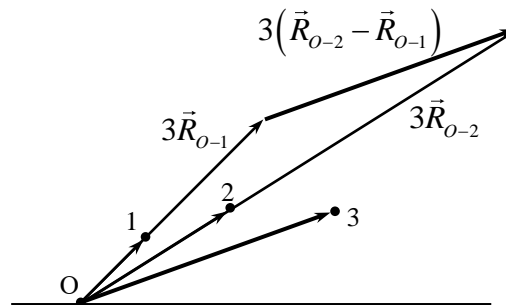
где $\vec{R}(t)$ - радиус-вектор тела относительно некоторой системы координат, \vec{R}_0 - начальный радиус-вектор относительно той же системы координат. Помещая начало системы координат в точку О, получим из (*)

$$\begin{aligned} \vec{R}(\tau) &= \vec{R}_{O-1} = \vec{v}_0 \tau + \frac{\vec{g} \tau^2}{2} \\ \vec{R}(2\tau) &= \vec{R}_{O-2} = 2\vec{v}_0 \tau + 2\vec{g} \tau^2 \end{aligned} \quad (**)$$

Из системы (**) находим

$$\frac{4\vec{R}_{O-1} - \vec{R}_{O-2}}{2} = \vec{v}_0 \tau \quad \vec{R}_{O-2} - 2\vec{R}_{O-1} = \vec{g} \tau^2$$

Используя теперь найденные векторы, получим



$$\vec{R}(3\tau) = 3\vec{v}_0 \tau + \frac{9}{2} \vec{g} \tau^2 = \frac{3(4\vec{R}_{O-1} - \vec{R}_{O-2})}{2} + \frac{9(\vec{R}_{O-2} - 2\vec{R}_{O-1})}{2} = 3(\vec{R}_{O-2} - \vec{R}_{O-1})$$

Построение вектора $\vec{R}(3\tau)$, который определяет положение тела в момент времени 3τ после броска по отношению к точке О, и положение тела в этот момент показано на рисунке. Вектор $3(\vec{R}_{O-2} - \vec{R}_{O-1})$ выделен жирным. Положение тела через время 3τ после броска отмечено цифрой 3. Конечно построение вектора, соединяющего две точки, и его удлинение в три раза могут быть сделаны циркулем и линейкой.

5.

```
{pascal}
program task_11;

var
  N, X, Y, T: integer;
  i, j: integer;
  cnt: integer;

begin
  readln(N, X, Y, T); // читаем входные данные

  cnt:=0; // подсчитываем количество ячеек с расстоянием не более T от (X, Y)
  for i:=1 to N do
    for j:=1 to N do
      if (abs(i-X)+abs(j-Y))<=T then
        cnt:=cnt+1;

  writeln(cnt); // выводим ответ
end.
```