



Регистрационный номер \_\_\_\_\_

Фамилия \_\_\_\_\_

(не заполнять)

Имя \_\_\_\_\_

Отчество \_\_\_\_\_

Подпись \_\_\_\_\_



«Утверждаю»  
Председатель оргкомитета конкурса  
\_\_\_\_\_

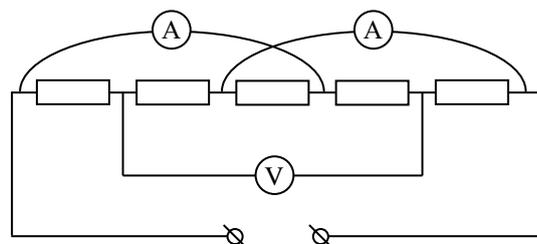
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,  
Заключительный этап, 10 класс

1. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^4 - 8y^3 - z = 0 \\ 2x - 24y^2 + 32y - z = 17 \end{cases}$$

2. Города А и В соединены дорогой. Мотоциклист и велосипедист выехали одновременно из А в направлении города В и ехали с постоянной скоростью. В момент времени, когда мотоциклист проехал половину пути до города В, велосипедист сумел преодолеть только пятую его часть. Приехав в город В, мотоциклист мгновенно повернул назад и поехал с той же скоростью. Какую часть пути в обратном направлении он успел преодолеть к моменту его встречи с велосипедистом?

3. Пять одинаковых резисторов с сопротивлением  $R$  соединены последовательно и подключили к источнику напряжения  $U$ . Затем в цепь включили два амперметра и один вольтметр так, как показано на рисунке. Найти показания амперметров и вольтметра. Приборы являются идеальными.



4. Имеется цилиндрический сосуд с соленой водой, в котором плавает льдинка из пресной воды объемом  $V$ . Через какое-то время льдинка растаяла. Понизится или повысится уровень воды в сосуде, и если да, то насколько? Площадь сечения сосуда  $S$ , плотность соленой воды  $\rho$ , плотность льда  $\rho_0$ , плотность пресной воды  $\rho_1$  ( $\rho_0 < \rho_1 < \rho$ ). Считать, что при растворении соли в воде объем воды не меняется.

5. На вход программы подается массив из  $N$  целых чисел  $m_i$ . Требуется вывести на экран все числа, встречающиеся в массиве ровно по одному разу, в порядке, обратном тому, в котором они встречаются в исходном массиве:

7 3 8 1 3 5 6 8 1 8 --> 6 5 7

В первой строке входных данных содержится целое число  $N$  в пределах от 1 до 10000 включительно:  $1 \leq N \leq 10000$ . Во второй строке содержатся  $N$  целых чисел  $m_i$ , не превосходящих по модулю 10000 и разделенных пробелами:  $-10000 \leq m_i \leq 10000$ .

В качестве ответа нужно вывести в единственной строке все числа, встречающиеся в массиве ровно по одному разу, в обратном порядке, разделенные пробелами. Если нет ни одного числа, удовлетворяющего условию, в качестве ответа вывести единственную строку EMPTY

**Примеры входных данных и результатов работы программы:**

Пример входных данных	Пример результата
10 7 3 8 1 3 5 6 8 1 8	6 5 7
7	-5

-5 -3 -3 -3 100 100 100	
5	EMPTY
1 2 2 1 1	

### Комментарии к задаче по информатике:

Решением задачи является код программы, написанный на любом традиционном языке программирования, с указанием этого языка. В случае невозможности написать код на традиционном языке программирования, в качестве частичного решения может быть принят правильный алгоритм программы, оформленный в виде блок-схемы или псевдокода.

Программа должна читать входные данные из стандартного потока ввода (так, как будто эти данные вводятся с клавиатуры) и выводить результаты в стандартный поток вывода (так, как будто эти данные печатаются на экран). Программа должна корректно работать на входных данных, описанных в условиях задачи. Корректность входных данных гарантируется, проверять её дополнительно внутри программы не требуется (если в условии задачи сказано, что на вход подается целое число от 0 до 1000, не нужно дополнительно проверять, что введена, например, текстовая строка, или число вне этого диапазона).

Программа должна в результате работы выводить только тот ответ, который требуется по условию (может сопровождаться кратким текстовым оформлением или без него). Любой другой вывод результатов в процессе работы программы будет считаться ошибкой. Для лучшего понимания условий задачи и форматов входных и выходных данных, задача сопровождается несколькими примерами корректных входных данных и правильного результата работы, приведенных в разделе «*примеры входных данных и результатов работы программы*».

Написанная программа должна работать *эффективно*, то есть вычислять правильный ответ, по возможности, за наименьшее время. Программы, написанные *существенно неэффективно*, то есть затрачивающие существенно больше времени, чем эффективные решения, будут считаться неполным решением.

Код программы должен быть написан разборчиво, аккуратно, сопровождается отступами и разумным количеством комментариев в коде программы. Допускается несколько несущественных синтаксических ошибок в коде, при условии, что они не влияют на общую возможность чтения и понимания кода. Неаккуратно написанный (нечитаемый) код программы и/или большое количество синтаксических ошибок могут привести к снижению общей оценки за задачу.

### Пример оформления решения(кода программы):

```
{pascal} //указание языка, на котором написана программа
program MyProg;
var: ...
begin
  {считываем входные данные} //комментарии в теле программы
  readln(a,b);

  ...
  {основное тело программы}

  ...
  {выводим ответ}
  writeln('Искомое число: ',x);
end.
```

## Решения

1. Вычтем из первого уравнения второе:

$$x^2 - 2x + y^4 - 8y^3 + 24y^2 - 32y = -17 \rightarrow (x-1)^2 + (y-2)^4 = 0 \rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$

Тогда  $z = x^2 + y^4 - 8y^3 = 1 + 16 - 64 = -47$

**Ответ:** единственное решение  $x = 1, y = 2, z = -47$ .

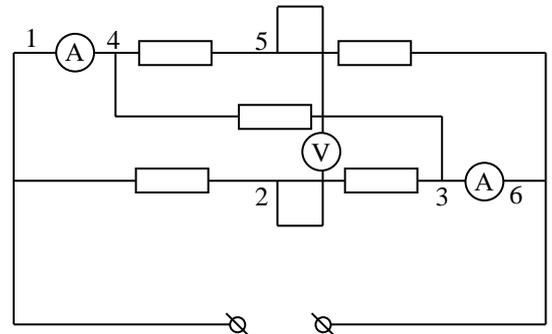
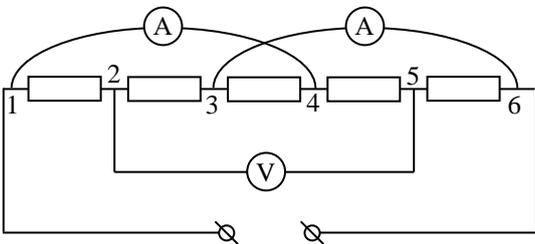
2. Пусть  $x$  – искомая часть пути,  $S$  – расстояние между городами,  $v_1$  – скорость велосипедиста,  $v_2$  – скорость мотоциклиста. Из условия имеем

$$1) \frac{S}{2v_2} = \frac{S}{5v_1} \rightarrow v_2 = \frac{5}{2}v_1;$$

$$2) \frac{(1+x)S}{v_2} = \frac{(1-x)S}{v_1} \rightarrow 1+x = \frac{v_2}{v_1}(1-x) = \frac{5}{2}(1-x) \rightarrow x = \frac{3}{7}$$

**Ответ:**  $\frac{3}{7}$

3. Поскольку приборы идеальны, амперметры можно заменить куском проволоки с нулевым сопротивлением. Поэтому данная в условии цепь может быть перерисована так



Причем амперметры измеряют сумму токов на участках параллельного соединения с одним и двумя резисторами, вольтметр – напряжение между точками 2 и 5. Поэтому показания каждого амперметра равны

$$I = \frac{U}{2R} + \frac{U}{R} = \frac{3U}{2R},$$

А из симметрии цепи следует, что показания вольтметра равны нулю.

4. Условие плавания льда имеет вид

$$m = \rho V_{n.ч.} \Rightarrow V_{n.ч.} = \frac{m}{\rho} \quad (*)$$

где  $m = \rho_0 V$  – масса льдинки,  $V_{n.ч.}$  – объем части льдинки, погруженной в соленую воду. Когда льдинка тает, образуется пресная вода объемом

$$V = \frac{m}{\rho_1} \quad (**)$$

Если объем (\*\*\*) больше объема погруженной в воду части льдинки (\*), уровень воды в сосуде при таянии льда увеличится, если меньше - уменьшится. Сравнение (\*) и (\*\*\*) дает

$$V_{н.ч.} \quad \vee \quad V \quad \Rightarrow \quad \frac{m}{\rho} \quad \vee \quad \frac{m}{\rho_1}$$

Так как  $\rho > \rho_1$ , то  $V_{н.ч.} < V$ , и уровень воды в сосуде поднимается на разность объемов (\*\*\*) и (\*), деленную на площадь сосуда. Отсюда заключаем, что уровень воды повышается на

$$\Delta h = \frac{m(\rho - \rho_1)}{S\rho\rho_1} = \frac{\rho_0 V(\rho - \rho_1)}{S\rho\rho_1}$$

## 5.

```
{pascal}
```

```
program task_10;
```

```
var
```

```
N: integer;
```

```
m: array[1..10000] of integer;
```

```
i,j: integer;
```

```
cnt: integer;
```

```
ans_cnt: integer;
```

```
begin
```

```
  readln(N); // читаем входные данные
```

```
  for i:=1 to N do
```

```
    read(m[i]);
```

```
  ans_cnt:=0; // считаем количество чисел в ответе
```

```
  for i:=N downto 1 do // цикл в обратном порядке
```

```
    begin
```

```
      cnt:=0; // считаем количество элементов в массиве
```

```
      for j:=1 to N do
```

```
        if m[j]=m[i] then
```

```
          cnt:=cnt+1;
```

```
      if cnt=1 then // если число встречается один раз, выводим в ответ
```

```
        begin
```

```
          write(m[i], ' ');
```

```
          ans_cnt:=ans_cnt+1;
```

```
        end;
```

```
    end;
```

```
  if ans_cnt=0 then // если ни одного числа в ответе, выводим EMPTY
```

```
    writeln('EMPTY');
```

```
end.
```