



Регистрационный номер _____

Фамилия _____

(не заполнять)

Имя _____

Отчество _____

Подпись _____



«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

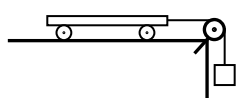
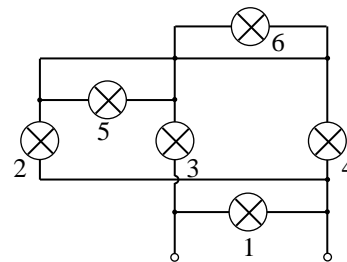
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Заключительный этап, 9 класс

1. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z + 2x = 0 \\ 4x + 2\sqrt{3}y - z = 4 \end{cases}$$

2. По реке плывет яблоко, выступающее из воды на 1/4 своего объема. На ту часть яблока, которая находится в воде, набросились рыбы. Одновременно с ними на часть яблока, остающуюся на воздухе, набросились птицы. Птицы поедают яблоки со скоростью в два раза большей, чем рыбы. Яблоко было съедено до конца. Какую часть яблока съели птицы?

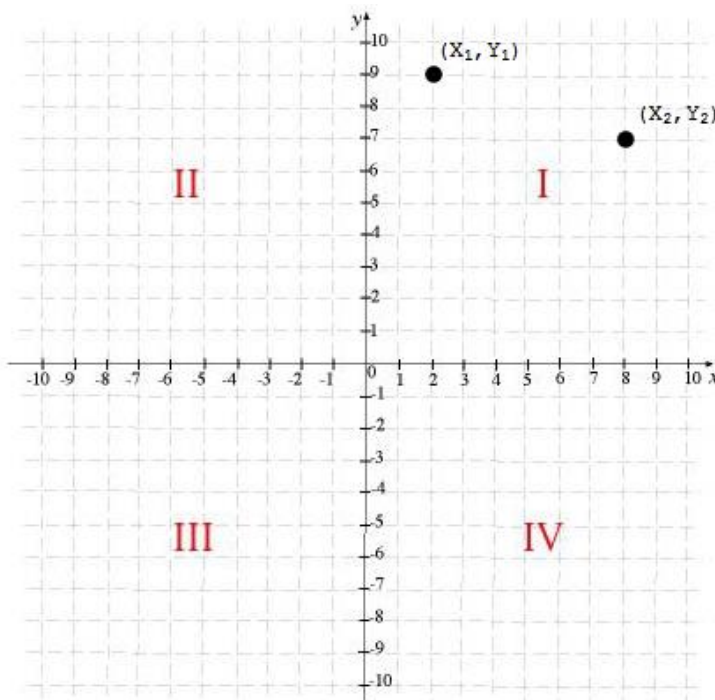
3. Цепь, схема которой показана на рисунке, содержит 6 одинаковых лампочек. Когда цепь подключили к источнику напряжения на лампочке 1 выделяется мощность $P_1 = P$. Какая мощность выделяется на всех остальных лампочках - P_2, P_3, P_4, P_5 и P_6 ?



4. На гладком столе находится массивная игрушечная тележка. К тележке прикрепляют невесомую нерастяжимую нить, второй конец которой прикрепляют к массивному телу. Нить перебрасывают через блок, укрепленный на краю стола (см. рисунок), и тележка

движется с ускорением a_1 . С каким ускорением будет двигаться тележка, если к нити прикрепить груз с вдвое большей массой?

5. Две точки на координатной плоскости заданы своими координатами (X_1, Y_1) и (X_2, Y_2) . Требуется проверить, лежат ли две точки в одном и том же квадранте (т.е. в одной и той же четверти) координатной плоскости. Пример на рисунке соответствует примеру 1 входных данных:



В единственной строке входных данных записаны 4 целых числа, разделенных пробелами: координаты первой точки (X_1, Y_1) и координаты второй точки (X_2, Y_2) . Гарантируется, что ни одна из точек не лежит на координатной оси (т.е. ни одна из координат не равна нулю). Также, каждая из координат не превосходит по модулю 10000.

В качестве ответа нужно вывести единственное значение: TRUE, если две точки лежат в одном квадранте координатной плоскости, и FALSE, если не лежат.

Примеры входных данных и результатов работы программы:

Пример входных данных	Пример результата
2 9 8 7	TRUE
1 -1 -1 1	FALSE
-2 -2 -3 5	FALSE

Комментарии к задаче по информатике:

Решением задачи является код программы, написанный на любом традиционном языке программирования, с указанием этого языка. В случае невозможности написать код на традиционном языке программирования, в качестве частичного решения может быть принят правильный алгоритм программы, оформленный в виде блок-схемы или псевдокода.

Программа должна читать входные данные из стандартного потока ввода (так, как будто эти данные вводятся с клавиатуры) и выводить результаты в стандартный поток вывода (так, как будто эти данные печатаются на экран). Программа должна корректно работать на входных данных, описанных в условиях задачи. Корректность входных данных гарантируется, проверять её дополнительно внутри программы не требуется (если в условии задачи сказано, что на вход подается целое число от 0 до 1000, не нужно дополнительно проверять, что введена, например, текстовая строка, или число вне этого диапазона).

Программа должна в результате работы выводить только тот ответ, который требуется по условию (может сопровождаться кратким текстовым оформлением или без него). Любой другой вывод результатов в процессе работы программы будет считаться ошибкой. Для лучшего понимания условий задачи и форматов входных и выходных данных, задача сопровождается несколькими примерами корректных входных данных и правильного результата работы, приведенных в разделе «*примеры входных данных и результатов работы программы*».

Написанная программа должна работать *эффективно*, то есть вычислять правильный ответ, по возможности, за наименьшее время. Программы, написанные *существенно неэффективно*, то есть затрачивающие существенно больше времени, чем эффективные решения, будут считаться неполным решением.

Код программы должен быть написан разборчиво, аккуратно, сопровождается отступами и разумным количеством комментариев в коде программы. Допускается несколько несущественных синтаксических ошибок в коде, при условии, что они не влияют на общую возможность чтения и понимания кода. Неаккуратно написанный (нечитаемый) код программы и/или большое количество синтаксических ошибок могут привести к снижению общей оценки за задачу.

Пример оформления решения(кода программы):

```
{pascal} //указание языка, на котором написана программа
programMyProg;
var: ...
begin
  {считываем входные данные} //комментарии в теле программы
  readln(a,b);
  ...
  {основное тело программы}
  ...
  {выводим ответ}
  writeln('Искомое число: ',x);
end.
```

Председатель методической комиссии,
Февраль 2018 г.

Решения

1. Выразим z из первого уравнения и подставим во второе:

$$x^2 - 2x + y^2 - 2\sqrt{3}y = -4 \rightarrow (x-1)^2 + (y-\sqrt{3})^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=\sqrt{3} \end{cases} \rightarrow z = x^2 + y^2 + 2x = 6$$

Ответ: $x = 1, y = \sqrt{3}, z = 6$

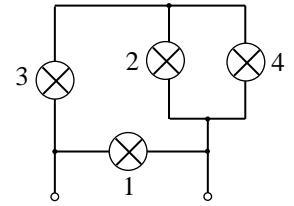
2. Поскольку в процессе поедания яблока его плотность не меняется, четвертая часть яблока всегда остается над поверхностью воды, а это значит, что вплоть до его полного поедания рыбы и птицы продолжают его есть (по условию) с постоянной скоростью. Поэтому условие, что яблоко в начальный момент выступает над поверхностью на $\frac{1}{4}$ объема никак не влияет на ответ. Но тогда по соотношению скоростей поедания яблока, две из трех частей съедят птицы, а остальную треть – рыбы.

Ответ: $\frac{2}{3}$

3. Лампочка 1 соединена параллельно с источником, поэтому выделяемая на ней мощность равна номинальной мощности всех включенных в цепь ламп.

Лампочки 5 и 6 «закорочены» не имеющими сопротивления проводами, поэтому напряжения на них равны нулю, и гореть они не будут: $P_5 = P_6 = 0$.

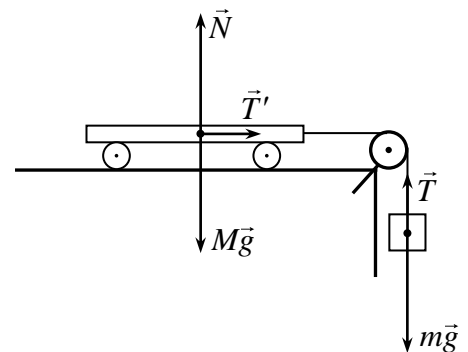
Выбрасывая лампочки 5 и 6 и соединяя подходящие к ним провода в один узел, получим следующую схему соединения остальных лампочек: лампочки 2 и 4 соединены параллельно и последовательно с лампочкой 3. Поэтому



сопротивление участка 3-2-4 равно $3r/2$ (r - сопротивление каждой лампочки). Следовательно, ток через лампочку 3 составляет $2/3$ от тока через лампочку 1, а токи через лампочки 2 и 4 – $1/3$ от тока через лампочку 1. Поэтому мощность, выделяемая на лампочке 3, составляет $4/9$ от P_1 , а мощности, выделяемые на 2 и 4 – $1/9$ от P_1 . В результате имеем

$$P_2 = \frac{1}{9}P, P_3 = \frac{4}{9}P, P_4 = \frac{1}{9}P, P_5 = P_6 = 0.$$

4. На тело действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити \vec{T} , на тележку – сила тяжести $M\vec{g}$, реакции опоры \vec{N} , натяжения нити \vec{T}' (величина которой равна величине силы \vec{T} благодаря невесомости нити; см. рисунок). Поэтому второй закон Ньютона для тела и тележки в проекциях на оси, направленные вдоль движения тел, дает



$$\begin{aligned} ma &= mg - T \\ Ma &= T \end{aligned} \quad (*)$$

Здесь учтено, что нить нерастяжима, и потому ускорения тела и тележки равны. Из системы уравнений (*) находим ускорение тележки

$$a = \frac{mg}{m + M}, \quad (**)$$

а отсюда отношение масс тела и тележки

$$\frac{M}{m} = \frac{g - a}{a}. \quad (***)$$

Когда мы привязываем к нити груз $2m$, для ускорения тележки имеем соотношение, аналогичное (**)

$$a_1 = \frac{2mg}{2m + M} = \frac{2g}{2 + \frac{M}{m}},$$

откуда с учетом формулы (***) найдем

$$a_1 = \frac{2ag}{a + g}$$

5.

```
{pascal}
program task_9;
var x1,x2,y1,y2: integer;
begin
read(x1,y1,x2,y2);//читаем входные данные
if ((x1*x2)>=0) and ((y1*y2)>=0) then
//условие на то, что точки лежат в одном квадранте
writeln('TRUE')
else
writeln('FALSE');
end.
```