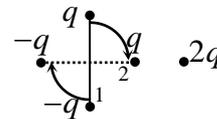


Задания заключительного тура

Всероссийского конкурса научных работ школьников «Юниор» 2014-2015 учебного года

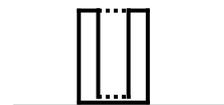
секция физики и астрономии, 11 класс

1. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы переместить заряды q и $-q$, связанные диэлектрическим стержнем длиной l , из положения (1) в положение (2), (см. рисунок). Третий заряд величиной $2q$ закреплен, расстояние от него до середины стержня равно l и не меняется в процессе перемещения стержня (в положении (2) все три заряда лежат на одной прямой, положения стержня (1) и (2) перпендикулярны друг другу).



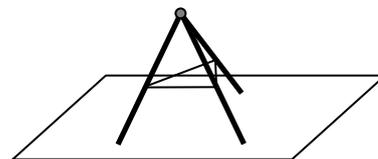
2. Слононок и Мартышка измеряют длину Удава, который проползал мимо них. В тот момент, когда около них был хвост Удава, Мартышка побежала к его голове и, добежав, положила на землю в ту точку, где находилась голова Удава, банан. Затем она побежала обратно и положила второй банан рядом с кончиком хвоста Удава (который продолжал ползти). Потом пришел Попугай и измерил расстояния от Слононка (который все время стоял на месте) до бананов в «попугаях». Эти расстояния оказались равны - 48 попугаев и 16 попугаев. Найти отношение скорости Мартышки к скорости Удава и длину Удава в попугаях.

3. Внутри запаянного с одной стороны цилиндра радиуса R вставляют цилиндр радиуса $R/2$, который чуть-чуть недостает до дна первого цилиндра, и герметично запаивают поверхность между цилиндрами (см. рисунок).



Полученный сосуд размещают на горизонтальном столе и через узкий цилиндр заливают в него воду. Какой объем воды в него можно налить? Атмосферное давление p_0 , высота сосуда - h . Толщиной стенок цилиндров пренебречь.

4. Три одинаковых стержня массой m соединены концами сферическим шарниром (разрешающим каждому стержню вращаться вокруг себя в произвольной плоскости). Противоположными концами стержни опираются на гладкую плоскость. Середины стержней связаны нитями, длины которых в два раза меньше длин стержней. Определить натяжение нитей.



Решения

1. Работу можно найти из следующей цепочки очевидных равенств

$$A = \Pi_2 - \Pi_1; \quad \Pi_1 = -\frac{k2q^2}{\sqrt{l^2 + (l/2)^2}} + \frac{k2q^2}{\sqrt{l^2 + (l/2)^2}} = 0; \quad \Pi_2 = -\frac{k2q^2}{(l+l/2)} + \frac{k2q^2}{(l-l/2)} = \frac{8kq^2}{3l}$$

Отсюда находим

$$A = \frac{8kq^2}{3l}$$

2. Очевидно, мартышка пробежала до головы удава расстояние $lv_m / (v_m - v_y)$, которое по условию равно 48 попугаям (здесь l - длина Удава, v_m - скорость Мартышки, v_y - скорость Удава).

Поэтому

$$\frac{lv_m}{v_m - v_y} = 48 \Pi \quad (*)$$

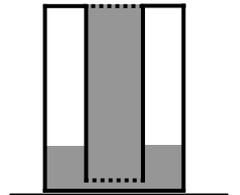
Когда Мартышка побежала обратно, она пробежала расстояние (от точки разворота) $lv_m / (v_m + v_y)$, которое по условию равно 32 П (48 П – 16 П). Поэтому

$$\frac{lv_m}{v_m + v_y} = 32 \Pi \quad (**)$$

Решая систему уравнений (*)-(**), найдем

$$\frac{v_y}{v_m} = 0,2, \quad l = 38,4 \Pi$$

3. При наливании воды в центральный цилиндр, она заполнит его до краев, и поднимется в пространстве между цилиндрами на такую высоту, до которой ее пустит воздух в пространстве между цилиндрами (см. рисунок). Пусть между цилиндрами вода поднялась на высоту Δh . Тогда давление воздуха в пространстве между цилиндрами равно $p_0 + \rho g(h - \Delta h)$, где p_0 - атмосферное давление, ρ - плотность воды. Применяя к этому воздуху закон Бойля-Мариотта, получим



$$p_0 h = (p_0 + \rho g(h - \Delta h))(h - \Delta h) \quad (*)$$

Решая квадратное уравнение (*), найдем

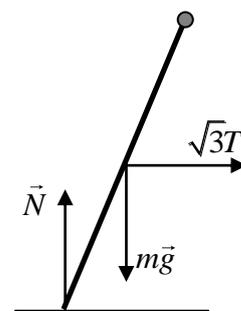
$$\Delta h = h - \frac{\sqrt{p_0^2 + 4\rho g h p_0}}{2\rho g}$$

Отсюда находим максимальный объем воды, который можно налить в сосуд

$$V = \frac{3\pi R^2}{4} \left(h - \frac{\sqrt{p_0^2 + 4\rho g h p_0}}{2\rho g} \right) + \frac{\pi R^2 h}{4}$$

4. Очевидно, угол между стержнями будет равен 60° (так как нити прикреплены к серединам стержней и их длина равна половине длины стержня, то треугольник, составленный из нити и двух частей стержней от точек крепления нитей до шарнира – равносторонний). Кроме того, равносторонним является треугольник из трех нитей.

Рассмотрим условие равновесия каждого стержня. На него действуют (см. рисунок): сила тяжести, две силы натяжения нитей - их сумма равна по величине $\sqrt{3}T$, (где T - сила натяжения каждой нити) и направлена к центру треугольника, составленного из нитей, - сила реакции поверхности \vec{N} , сила реакции шарнира (на рисунке последняя сила не показана). Используем условие равенства нулю суммы моментов этих сил относительно шарнира. Но сначала найдем плечи всех сил. Так как треугольник на поверхности, вершинами которого являются точки опоры стержней о поверхность, - равносторонний со стороной l (длина каждого стержня), то плечо силы реакции относительно шарнира равно $\sqrt{3}l/3$, плечо силы тяжести - $\sqrt{3}l/6$, плечо равнодействующей сил натяжения - $l/\sqrt{6}$. Поэтому условие моментов дает



$$N \frac{\sqrt{3}l}{3} = mg \frac{\sqrt{3}l}{6} + \sqrt{3}T \frac{l}{\sqrt{6}}$$

А поскольку $N = mg$ (поскольку в вертикальном направлении на систему действуют три силы реакции и сила тяжести $3mg$), из условия равновесия находим

$$T = \frac{mg}{\sqrt{6}}$$