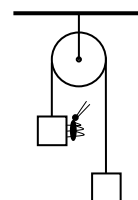


## Задания заключительного тура

### Всероссийского конкурса научных работ школьников «Юниор» 2014-2015 учебного года секция физики и астрономии, 9 класс

1. Слононок и Мартышка измеряют длину Удава, который проползал мимо них. В тот момент, когда около них был хвост Удава, Мартышка побежала к его голове и, добежав, положила на землю в ту точку, где находилась голова Удава, банан. Затем она побежала обратно и положила второй банан рядом с кончиком хвоста Удава (который продолжал ползти). Потом пришел Попугай и измерил расстояния от Слононка (который все время стоял на месте) до бананов в «попугаях». Эти расстояния оказались равны - 48 попугаев и 16 попугаев. Найти отношение скорости Мартышки к скорости Удава и длину Удава в попугаях.
2. Между кубиками массами  $m$  и  $2m$ , которые покоятся на гладком горизонтальном столе, вставляют сжатую пружину. Если кубик с массой  $2m$  удерживать, а другой освободить, он отлетит со скоростью  $v$ . С какой скоростью будет двигаться этот кубик, если кубики освободить одновременно? Деформация пружины одинакова в обоих случаях.
3. Земля совершает два вращения – вокруг своей оси и вокруг Солнца. Считая известным, что период обращения Земли вокруг своей оси немного меньше календарных суток, и используя известные календарные и астрономические данные, найти период обращения Земли вокруг своей оси с точностью до секунд.
4. Через неподвижный блок перекинута легкая нерастяжимая нить, к концам которой прикреплены два груза массой  $M$  каждый. К боковой поверхности одного из грузов прицепился таракан массой  $m$ . Вначале грузы удерживали, причем груз с тараканом находился на  $h$  выше второго груза. Грузы отпускают, и в тот момент, когда груз с тараканом поравнялся со вторым грузом, таракан прыгнул перпендикулярно боковой поверхности своего груза и уцепился за движущийся вверх второй груз. Через какое время грузы снова поравняются? На какую максимальную высоту поднимется груз с тараканом?



## Решения

1. Очевидно, мартышка пробежала до головы удава расстояние  $lv_m / (v_m - v_y)$ , которое по условию равно 48 попугаям (здесь  $l$  - длина Удава,  $v_m$  - скорость Мартышки,  $v_y$  - скорость Удава). Поэтому

$$\frac{lv_m}{v_m - v_y} = 48 \text{ П} \quad (*)$$

Когда Мартышка побежала обратно, она пробежала расстояние (от точки разворота)  $lv_m / (v_m + v_y)$ , которое по условию равно 32 П (48 П – 16 П). Поэтому

$$\frac{lv_m}{v_m + v_y} = 32 \Pi \quad (**)$$

Решая систему уравнений (\*)-(\*\*), найдем

$$\frac{v_y}{v_m} = 0,2, \quad l = 38,4 \Pi$$

2. Пусть потенциальная энергия сжатой пружины -  $\Pi$ . Тогда в первом случае закон сохранения энергии дает

$$\frac{mv^2}{2} = \Pi$$

Во втором случае потенциальная энергия пружины превращается в кинетическую энергию обоих кубиков. И, кроме того, поскольку систему кубиков не удерживают, для их скоростей в этом случае справедлив закон сохранения импульса. Поэтому

$$\frac{mv_1^2}{2} + \frac{2mv_2^2}{2} = \Pi$$

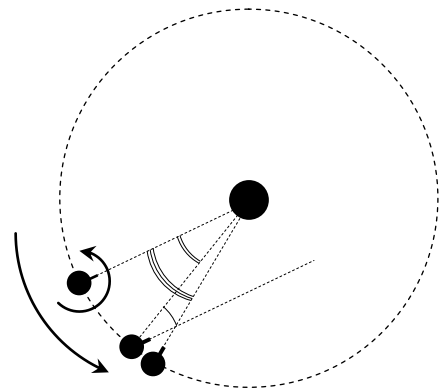
$$mv_1 = 2mv_2$$

где  $v_1$  и  $v_2$  - скорости кубиков во втором случае. Из системы уравнений находим

$$v_1 = \sqrt{\frac{2}{3}}v$$

3. Сутками (или Солнечными сутками) естественно назвать время между двумя одинаковыми Солнца по отношению к Земле (например, между двумя моментами, когда Солнце находится в зените в некоторой точке Земли). Звездными сутками естественно назвать время между двумя одинаковыми положениями звезд по отношению к Земле. Из-за вращения Земли вокруг Солнца эти два интервала времени несколько отличаются друг от друга.

На рисунке показана орбита Земли (почти круговая), в центре орбиты – Солнце. На Земле черточкой отмечена некоторая фиксированная точка (например, Останкинская телебашня в Москве). Солнечные сутки – интервал времени между двумя положениями Земли, когда черточка (Останкинская башня) направлена на Солнце. Звездные сутки – интервал времени между двумя положениями Земли, когда Останкинская башня направлена на одну и ту же очень далекую звезду (или, поскольку звезда очень далека, между двумя положениями Земли, когда Останкинская башня параллельна сама себе, другими словами, звездные сутки – это точный период обращения Земли вокруг своей оси). Если бы Земля только вращалась вокруг своей оси (но не вокруг Солнца), то солнечные и звездные сутки совпадали бы. Если бы направление вращения Земли вокруг своей оси и вокруг Солнца были бы противоположными (не так как на рисунке), то



звездные сутки были бы больше солнечных. В условии сказано, что солнечные сутки меньше, поэтому направления вращения Земли вокруг своей оси и вокруг Солнца совпадают (как это показано на рисунке). На рисунке двумя дугами отмечен угол поворота Земли вокруг Солнца, отвечающий звездным суткам, а тремя дугами – солнечным. Из рисунка очевидно, что разница между солнечными и звездными сутками отвечает повороту Земли вокруг своей оси, равному ее углу ее суточного поворота вокруг Солнца (этот угол отмечен на рисунке одной дугой). А поскольку полный оборот вокруг Солнца Земля совершает за 365 дней и 6 часов (4 раза по 6 часов дают високосный год, в котором 366 дней), то за солнечные сутки (24 часа) Земля поворачивается на угол

$$\Delta\alpha = \frac{24}{365 \cdot 24 + 6} 360^\circ = 0,986^\circ$$

вокруг Солнца. Поэтому для солнечных суток ( $t$ ) и звездных суток ( $T$ ) справедливо соотношение

$$t = T + T \frac{\Delta\alpha}{360^\circ} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{t}{1 + \frac{\Delta\alpha}{360^\circ}} \quad \Rightarrow \quad t - T = \frac{\Delta\alpha}{360^\circ} t = 236,0 \text{ секунд}$$

А поскольку 236 секунд – это без 4 секунд 4 минуты, то полный оборот вокруг своей оси Земля делает за 23 часа 56 минут и 4 секунды.

**4. Система грузов будет двигаться с ускорением**

$$a = \frac{mg}{2M + m} \quad (*)$$

Грузы поравняются друг с другом, когда каждый пройдет расстояние  $h/2$ , и будут иметь скорости

$$v = \sqrt{ah} = \sqrt{\frac{mgh}{2M + m}}$$

Это произойдет через время

$$\tau = \sqrt{\frac{(2M + m)h}{mg}}$$

После начала движения. Найдем скорости грузов  $v_1$  после перепрыгивания таракана на другой груз. По закону сохранения импульса имеем

$$2Mv - mv = (2M + m)v_1 \quad \Rightarrow \quad v_1 = \frac{(2M - m)v}{2M + m} = \frac{(2M - m)\sqrt{mgh}}{(2M + m)^{3/2}}$$

Ускорение системы грузов будет также определяться формулой (\*). Поэтому время  $\tau_1$  до того момента, когда грузы снова поравняются, можно найти так

$$\tau = \frac{2v_1}{a} = 2(2M - m) \sqrt{\frac{h}{mg(2M + m)}} = \frac{2(2M - m)}{(2M + m)} \sqrt{\frac{(2M + m)h}{mg}} = \frac{2(2M - m)}{(2M + m)} \tau$$

Груз с тараканом поднимется на высоту

$$h_1 = \frac{h(2M - m)^2}{2(2M + m)^2}$$

(по отношению к уровню, когда положения грузов совпадают), а максимальное расстояние между грузами будет равно  $2h_1$ .