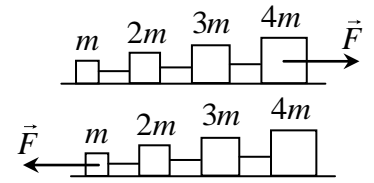


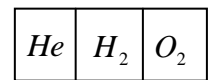
Олимпиадное задание
Заключительного тура Всероссийского конкурса научных работ школь-
ников Юниор 2013 года
по физике

Олимпиадное задание заключительного тура для школьников 11 класса

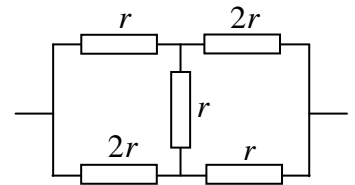
1. Четыре тела с массами m , $2m$, $3m$ и $4m$, находящиеся на гладкой горизонтальной поверхности, связаны невесомыми и нерастяжимыми нитями. На систему тел действует внешняя горизонтальная сила \vec{F} : один раз на тело массой m , второй – на тело массой $4m$. Найти отношение сил натяжения, связывающих грузы m и $2m$ в первом и втором случаях.



2. Цилиндрический сосуд длиной l разделен на три части подвижными перегородками. В каждом отсеке содержится по одному молю гелия, водорода, кислорода. В некоторый момент времени левая перегородка становится прозрачной для гелия и водорода, правая - только для гелия. На сколько переместится правый поршень?



3. Найти общее сопротивление электрической цепи, изображенной на рисунке. Значения всех сопротивлений приведены на рисунке.



Решения

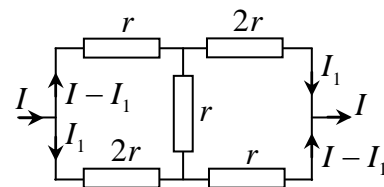
1. В первом случае искомая сила натяжения сообщает грузу m ускорение системы тел $a = F/10m$. Поэтому она равна $T_{1-2}^{(1)} = F/10$. Во втором случае эта сила сообщает то же ускорение грузам с суммарной массой $9m$. Поэтому она равна $T_{1-2}^{(2)} = 9F/10$. Отсюда находим

$$\frac{T_{1-2}^{(1)}}{T_{1-2}^{(2)}} = \frac{1}{9}$$

2. Так как в каждом отсеке содержится по одному молю газа, перегородки делят цилиндр на три равные части. После того как обе перегородки стали проницаемы для гелия, гелий распределится по всему сосуду с равной концентрацией и будет оказывать одинаковое парциальное давление независимо от положений перегородок. Поэтому при исследовании их равновесия гелий можно не учитывать. Водород распределится по среднему и левому отсеку, причем с одинаковой концентрацией, поэтому

левая перегородка не оказывает никакого влияние на поведение газов в сосуде и ее можно не рассматривать. Справа от правой перегородки находится один моль кислорода, слева – один моль водорода. Поэтому перегородка окажется посередине сосуда, и, следовательно, ее перемещение составит $\Delta x = \frac{l}{2} - \frac{l}{3} = \frac{l}{6}$.

3. Пусть в рассматриваемый участок втекает электрический ток I , который делится на первом разветвлении на токи I_1 (в нижнем колене цепи), и $I - I_1$ (в верхнем колене; см. рисунок). Благодаря симметрии участка, после



промежуточного сопротивления r токи поменяются местами - $I - I_1$ в нижнем колене, и I_1 - в верхнем. Поэтому через промежуточное сопротивление r течет электрический ток $2I_1 - I$ (от нижнего узла к верхнему). С другой стороны, напряжение между этими узлами равно разности падений напряжения на верхнем и нижнем коленах цепи, т.е. $u = (I - I_1)r - I_1 2r = (I - 3I_1)r$. И по закону Ома для промежуточного сопротивления имеем

$$(2I_1 - I)r = (I - 3I_1)r$$

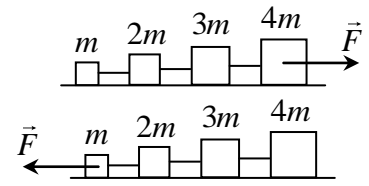
Отсюда находим $I_1 = \frac{2}{5}I$, и падения напряжения между правым и левым узлами цепи

$$U = \frac{2}{5}Ir + \frac{3}{5}I2r = \frac{8}{5}Ir$$

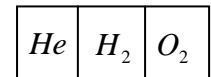
и $R_{\text{об}} = 8r/5$.

Олимпиадное задание заключительного тура для школьников 10 класса

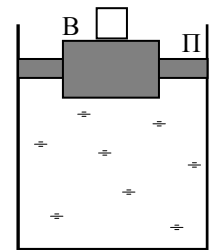
1. Четыре тела с массами m , $2m$, $3m$ и $4m$, находящиеся на гладкой горизонтальной поверхности, связаны невесомыми и нерастяжимыми нитями. На систему тел действует внешняя горизонтальная сила \vec{F} : один раз на тело массой m , второй – на тело массой $4m$. Найти отношение сил натяжения, связывающих грузы m и $2m$ в первом и втором случаях.



2. Цилиндрический сосуд длиной l разделен на три части подвижными перегородками. В каждом отсеке содержится по одному молю гелия, водорода, кислорода. В некоторый момент времени левая перегородка становится прозрачной для гелия и водорода, правая - только для гелия. На сколько переместится правый поршень?



3. В сосуде на поверхности воды находятся в равновесии подвижные поршень П и втулка В, вставленная в отверстие в поршне. Трение между скользящими поверхностями отсутствует, зазоры жидкость не пропускают. На поверхность втулки положили груз массой m . На сколько сместится втулка относительно первоначального положения?



Плотность жидкости ρ . Площадь сечения втулки S , площадь сечения сосуда $5S$.

Решения

1. В первом случае искомая сила натяжения сообщает грузу m ускорение системы тел $a = F/10m$. Поэтому она равна $T_{1-2}^{(1)} = F/10$. Во втором случае эта сила сообщает то же ускорение грузам с суммарной массой $9m$. Поэтому она равна $T_{1-2}^{(2)} = 9F/10$.

Отсюда находим

$$\frac{T_{1-2}^{(1)}}{T_{1-2}^{(2)}} = \frac{1}{9}$$

2. Так как в каждом отсеке содержится по одному молю газа, перегородки делят цилиндр на три равные части. После того как обе перегородки стали проницаемы для гелия, гелий распределится по всему сосуду с равной концентрацией и будет оказывать одинаковое парциальное давление независимо от положений перегородок. По-

этому при исследовании их равновесия гелий можно не учитывать. Водород распределится по среднему и левому отсеку, причем с одинаковой концентрацией, поэтому левая перегородка не оказывает никакого влияния на поведение газов в сосуде и ее можно не рассматривать. Справа от правой перегородки находится один моль кислорода, слева – один моль водорода. Поэтому перегородка окажется посередине сосуда, и, следовательно, ее перемещение составит $\Delta x = \frac{l}{2} - \frac{l}{3} = \frac{l}{6}$.

3. Условие равновесия втулки в начальном положении (без груза) дает

$$(m + M)g = (p + \rho gh)S \quad (1)$$

где M - масса втулки, p - давление жидкости на поверхности (которое отлично от нуля, так как на поверхности жидкости лежит поршень), h - расстояние между нижними поверхностями втулки и поршня.

Когда на втулку положили груз, втулка смещается вниз. Пусть величина смещения втулки относительно земли равна Δx . Тогда втулка вытеснит дополнительное количество воды объемом ΔxS . Это приведет к поднятию поршня на величину Δx_1 , которую можно найти из уравнения

$$\Delta xS = \Delta x_1(5S - S) = 4\Delta x_1S \quad (2)$$

Отсюда находим новое расстояние h_1 между нижними поверхностями поршня и втулки

$$h_1 = h + \Delta x + \Delta x_1 = h + \frac{5\Delta x}{4} \quad (3)$$

Поэтому условие равновесия втулки с грузом имеет вид

$$(m + M)g = (p + \rho gh_1)S = \left(p + \rho gh + \frac{5\rho g\Delta x}{4} \right)S. \quad (4)$$

Подставляя в формулу (4) массу втулки из (1), получим

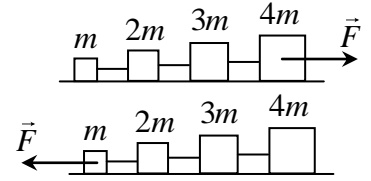
$$mg = \frac{5\rho g\Delta xS}{4}.$$

Отсюда находим

$$\Delta x = \frac{4m}{5\rho S}$$

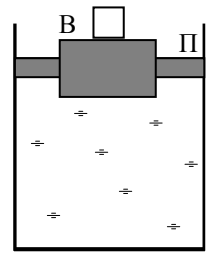
Олимпиадное задание заключительного тура для школьников 9 класса

1. Четыре тела с массами m , $2m$, $3m$ и $4m$, находящиеся на гладкой горизонтальной поверхности, связаны невесомыми и нерастяжимыми нитями. На систему тел действует внешняя горизонтальная сила \vec{F} : один раз на тело массой m , второй – на тело массой $4m$. Найти отношение сил натяжения, связывающих грузы m и $2m$ в первом и втором случаях.



2. Граната, брошенная с начальной скоростью v_0 под углом α к горизонту, в верхней точке траектории разорвалась на множество одинаковых осколков. Какова максимальная скорость осколков сразу после взрыва, если осколки падали на землю в течение времени Δt ?

3. В сосуде на поверхности воды находятся в равновесии подвижные поршень П и втулка В, вставленная в отверстие в поршне. Трение между скользящими поверхностями отсутствует, зазоры жидкость не пропускают. На поверхность втулки положили груз массой m . На сколько сместится втулка относительно первоначального положения?



Плотность жидкости ρ . Площадь сечения втулки S , площадь сечения сосуда $5S$.

Решения

1. В первом случае искомая сила натяжения сообщает грузу m ускорение системы тел $a = F/10m$. Поэтому она равна $T_{1-2}^{(1)} = F/10$. Во втором случае эта сила сообщает то же ускорение грузам с суммарной массой $9m$. Поэтому она равна $T_{1-2}^{(2)} = 9F/10$. Отсюда находим

$$\frac{T_{1-2}^{(1)}}{T_{1-2}^{(2)}} = \frac{1}{9}$$

2. Переходим в систему отсчета, которая движется со скоростью гранаты в верхней точке $v_0 \cos \alpha$. В ней граната покоится, поэтому очевидно, что первым упадет на землю осколок, который в этой системе отсчета движется вертикально вниз, последним, - вертикально вверх. Пусть все осколки в системе отсчета, связанной с гранатой в верхней точке, приобретают во время взрыва скорость v . Тогда уравне-

ния движения для осколка, движущегося вертикально вверх, и для осколка, движущегося вертикально вниз, имеют вид

$$y_1(t) = vt + \frac{gt^2}{2}$$

$$y_2(t) = -vt + \frac{gt^2}{2}$$

Отсюда находим время падения первого и время падения последнего осколка

$$t_1 = \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2gh}}{g}$$

$$t_2 = \frac{v + \sqrt{v^2 + 2gh}}{g}$$

Следовательно, время, в течение которого осколки падали на землю, равно

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2v}{g}.$$

Отсюда находим скорость, которую осколки приобретают при взрыве (в системе отсчета, связанной с гранатой), а затем и максимальную скорость осколков

$$v_{\max} = v_0 \cos \alpha + \frac{g\Delta t}{2}$$

3. Условие равновесия втулки в начальном положении (без груза) дает

$$(m + M)g = (p + \rho gh)S \quad (1)$$

где M - масса втулки, p - давление жидкости на поверхности (которое отлично от нуля, так как на поверхности жидкости лежит поршень), h - расстояние между нижними поверхностями втулки и поршня.

Когда на втулку положили груз, втулка смещается вниз. Пусть величина смещения втулки относительно земли равна Δx . Тогда втулка вытеснит дополнительное количество воды объемом ΔxS . Это приведет к поднятию поршня на величину Δx_1 , которую можно найти из уравнения

$$\Delta xS = \Delta x_1(5S - S) = 4\Delta x_1S \quad (2)$$

Отсюда находим новое расстояние h_1 между нижними поверхностями поршня и втулки

$$h_1 = h + \Delta x + \Delta x_1 = h + \frac{5\Delta x}{4} \quad (3)$$

Поэтому условие равновесия втулки с грузом имеет вид

$$(m + M)g = (p + \rho gh_1)S = \left(p + \rho gh + \frac{5\rho g \Delta x}{4} \right) S. \quad (4)$$

Подставляя в формулу (4) массу втулки из (1), получим

$$mg = \frac{5\rho g \Delta x S}{4}.$$

Отсюда находим

$$\Delta x = \frac{4m}{5\rho S}$$