Инженерная олимпиада школьников-2014/2015

Представлены задания отборочного тура III инженерной олимпиады школьников, проведённой силами пяти ведущих российских вузов. Проведён подробный разбор решений.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: абитуриент, инженерная олимпиада, динамика, электростатика, электродинамика, термодинамика, МКТ, НГТУ, СПбГЭТУ «ЛЭТИ», НИЯУ МИФИ, МГУПС (МИИТ), СГАУ

М.Е. БУШУЕВА
(НГТУ, Нижний Новгород),
Б.Г. КОМАРОВ
(СПбГЭТУ «ЛЭТИ», Санкт-Петербург),
С.Е. МУРАВЬЁВ
semuraviev@mail.ru
(НИЯУ МИФИ, г. Москва)
В.И. СКРЫТНЫЙ
viskrytnyj@mephi.ru
(НИЯУ МИФИ, г. Москва),
А.П. ПРУНЦЕВ
(МГУПС (МИИТ), г. Москва),
И.В. ЧОСТКОВСКАЯ
(СГАУ, г Самара)

Для мотивации наиболее одарённых школьников к инженерному творчеству и инженерному образованию пять ведущих инженерных вузов страны – Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Московский государственный университет путей сообщения (МИИТ), Нижегородский государственный технический университет имени Р.Е. Алексеева, Самарский государственный аэрокосмический университет (НИУ) и Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» проводят уже в третий раз инженерную олимпиаду школьников. Олимпиада позволяет заинтересовать школьников инженерными направлениями подготовки и «подтолкнуть» их к выбору инженерных образовательных траекторий. Проводится она в два тура (отборочный и заключительный) одновременно на базе вузов-организаторов и на региональных площадках. В 2014/2015 уч. г. отборочный тур проходил также в Белгороде, Смоленске, Рязани, Димитровграде, Сарове, Северске, Арзамасе, Байконуре. В нём приняли участие около 1500 школьников, к заключительному туру было допущено около 350.

Задания Инженерной олимпиады школьников посвящены физике в технике, физике вокруг нас, физике в жизни нашей цивилизации. В заданиях использовали элементы прикладной механики, статики с простейшими расчётами статических инженерных конструкций, техническую термодинамику, электротехнику, электронику, геометрическую оптику. Ряд задач носят характер оценок, ряд задач посвящён работе конкретных инженерных систем («как это работает?»). Конечно, задание не выходит за рамки школьной программы и, в принципе, может быть решено школьниками. Но оно совсем непримитивно, необычно и, как мы надеемся, интересно и красиво. Нам кажется, что такой формат задания позволяет показать, что физика – основа современных технологий, позволяет хоть немного, но всё же сократить огромный разрыв между «школьной» физикой и физикой, «работающей» в современной технике, который имеется в головах современных школьников.

Задания отборочного тура

9–10 классы

1. В инженерных расчётах давления газов или жидкостей используется множество разных единиц физических величин. В русскоязычной литературе сейчас в основном используется паскаль (1 Па = 1 Н/1 м^2), хотя иногда используются также миллиметры ртутного или водяного столба (давление, оказываемое столбом соответствующей жидкости).

В Британской инженерной системе единиц единицей давления является фунт-сила на квадратный дюйм, которая определяется как давление тела массой 1 фунт (1 *lb*), находящегося в стандартном гравитационном поле, на 1 квадратный дюйм (1 *in*^{2}) – эту единицу обозначают *lbf/in*^{2} или *psi* (*pound-force per square inch*).

Найдите соотношение между единицами (с точностью до 4 значащих цифр): 1 мм рт. ст. = ... *lbf/in*^{2}, если g = 9,8067 м/с^2, плотность ртути $\rho_{рт}$ = 13 595 кг/м^3, 1 дюйм (*in*) = 2,54 см, 1 фунт (*lb*) = 0,45359 кг.

Решение. Сначала найдём связь между паскалем и *pound-force per square inch* (*lbf/in*^{2} = *psi*):

$$1\ psi = \frac{1\ lbf}{1\ in^2} = \frac{0{,}45359\ \text{кг} \cdot 9{,}8067\ \text{м/с}^2}{2{,}54^2 \cdot 10^{-4}\ \text{см}^2} = 6895\ \text{Па}.$$

С другой стороны:

$$1\ \text{мм рт. ст.} = \rho g h =$$
$$= 13\,595\ \text{кг/м}^3 \cdot 9{,}8067\ \text{м/с}^2 \cdot 1 \cdot 10^{-3}\ \text{м} = 133{,}32\ \text{Па}.$$

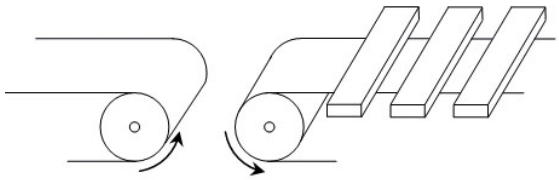
Отсюда находим, что

$$1\,\text{мм рт. ст.} = 133{,}32\,\text{Па} \cdot \frac{1}{6895}(psi/\text{Па}) = 1{,}9336 \cdot 10^{-2}\ psi.$$

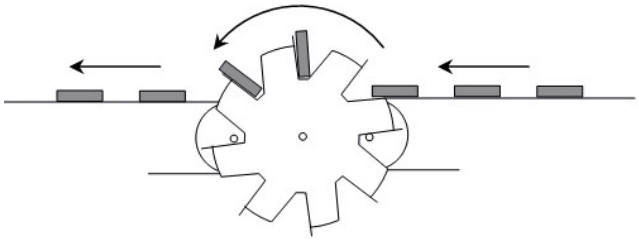
2. Имеется шесть кнопок-выключателей, которые могут замыкать-размыкать электрическую цепь. Выключатели включены в электрическую цепь вместе с лампочкой. Пока ни одна кнопка не нажата, лампочка не горит. При одновременном нажатии первой, второй и пятой кнопок лампочка загорается. Никакая другая комбинация нажатых кнопок лампочку не включает. Объясните, как работает такая цепь, и нарисуйте схему простейшей цепи, обладающей такими свойствами.

Решение. В условии нигде не сказано, что делает нажатие кнопки – замыкает или размыкает цепь. Поэтому считаем, что нажатие первой, второй и пятой кнопки замыкает цепь, нажатие остальных – размыкает. И соединяем кнопки последовательно с лампочкой. Тогда, чтобы замкнуть цепь (и зажечь лампочку), нужно нажать первую, вторую и пятую кнопки и не трогать никакие другие.

3. Детали, движущиеся по правому конвейеру, надо передать на левый конвейер, переворачивая их при этом «вверх ногами». Предложите простейшее решение, применив всего одно дополнительное устройство. Сделайте соответствующий чертёж.



Решение. Между двумя транспортёрами нужно расположить два одинаковых насаженных на одну ось диска с прорезями. Диаметр диска должен быть больше расстояния между транспортёрами, а длина оси – больше ширины ленты транспортёра, так что диски могут свободно вращаться. Детали с одного транспортёра будут входить в прорези дисков и, переворачиваясь, перемещаться на второй транспортёр (см. рисунок).



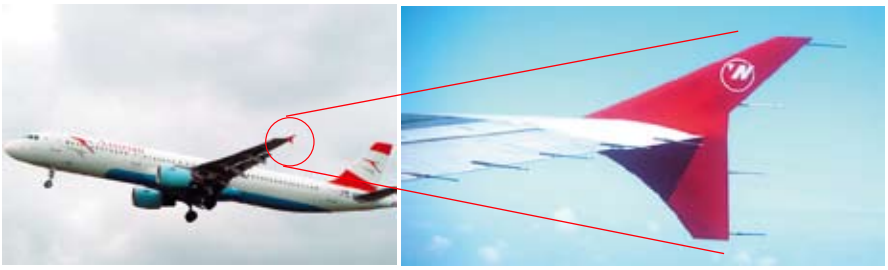
4. При замыкании пальцами полюсов батарейки напряжением 1,5 В действие тока практически не ощущается. Замыкание телом человека полюсов бытовой электрической сети напряжением 220 В очень опасно. Рабочее напряжение на лампочке накаливания карманного фонарика 3 В, её номинальная мощность 1 Вт. Из большого количества таких последовательно соединённых лампочек собрали ёлочную гирлянду, которую включили в бытовую электрическую сеть. Затем одну лампочку вывернули из патрона и в этот патрон сунули палец. Каким будет действие тока – сильным или слабым? (Экспериментально на себе проверять, на всякий случай, не нужно.) Сопротивление тела человека составляет 1 кОм*.

Решение. Поражающим фактором является сила тока, протекающего через организм. Опасным считается ток больше 0,1 А. Если замкнуть выводы электрической розетки пальцем, через него потечёт ток $I = \frac{220\,\text{В}}{1000\,\text{Ом}} \approx 0{,}2\,\text{А}$ (считаем сопротивление кожи пальца равным принятому минимальному сопротивлению тела), что уже опасно. Оценим, какой ток потечёт через палец, если замкнуть им контакты одной лампочки для карманного фонаря в ёлочной гирлянде, включённой в бытовую электрическую сеть.

Сопротивление лампочки в рабочем состоянии $U^2/P \approx 10$ Ом. Чтобы напряжение на каждой лампочке составляло 3 В, в цепь нужно включить $N = 220/3 \approx 70$ лампочек, сопротивление которых в сумме 700 Ом. При замыкании пальцем патрона с вывернутой лампочкой ток через палец составит $I = \frac{220\,\text{В}}{1000\,\text{Ом} + 700\,\text{Ом}} = 0{,}13\,\text{А}$, что лишь чуть-чуть меньше, чем при замыкании пальцем контактов бытовой электрической сети, и, следовательно, воздействие тока будет достаточно сильным. А на самом деле оно будет ещё сильнее, поскольку ток через лампочки будет меньше рабочего, они слабо нагреются, их сопротивление будет значительно меньше их сопротивления в рабочем состоянии (которое мы оценили по номинальной мощности).

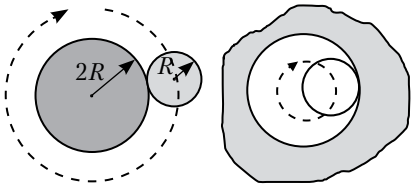
5. На концах крыльев многих моделей самолётов есть небольшие дополнительные крылышки – *винглеты* (см. фото). Объясните, каковы функции винглетов?

*Величина 1 кОм имеет слабое отношение к реальному сопротивлению человеческого тела, которое, во-первых, нелинейно зависит от приложенного напряжения, во-вторых, меняется во времени, в-третьих, зависит от состояния кожных покровов. Сухая кожа обладает удельным сопротивлением порядка 10 кОм · м, поэтому опасные токи могут быть достигнуты только при значительном напряжении. Совершенно безопасным считается ток силой до 1 мА. Однако при наличии сырости сопротивление тела человека резко снижается, и безопасным может считаться напряжение только ниже 12 В. https://ru.wikipedia.org/wiki/Электрическое_сопротивление – *Ред.*

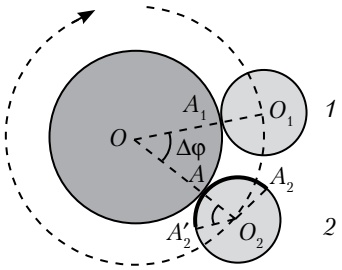


Решение. Сила, поднимающая самолёт в воздух (подъёмная сила), возникает, если скорости движения воздуха над и под крылом разные. Над крылом возникает область пониженного давления, а под крылом – повышенного, и именно разность давлений удерживает самолёт в воздухе. Но как только появляется разность давлений, возникает поток воздуха из области под крылом в область над крылом через конец крыла. В результате разность давлений уменьшается, что приводит к потере части подъёмной силы (по утверждениям самолётостроителей, до трети). Для уменьшения этого эффекта и служат винглеты, которые разграничивают области под крылом и над крылом.

6. Диск радиуса R обкатывает неподвижный диск радиуса $2R$ (то есть движется по поверхности большого диска без проскальзывания; левый рисунок). Сколько оборотов вокруг своей оси совершит малый диск, когда его центр повернётся на угол $\Delta\varphi$ вокруг большого? Второй раз диск радиуса R движется без проскальзывания по внутренней поверхности полого цилиндра радиуса $2R$ (правый рисунок), также поворачиваясь на угол $\Delta\varphi$. Сколько оборотов вокруг своей оси совершит малый диск в этом случае?



Решение. Рассмотрим движение малого диска по внешней поверхности большого. Пусть малый диск прокатился из положения *1* в положение *2*, так что $\angle O_1OO_2 = \Delta\varphi$ (см. рисунок). Поскольку проскальзывания нет, точка A_1 на ободе малого диска (в которой оба диска соприкасаются в положении *1*) вращается по часовой стрелке и в положении *2* занимает место точки A_2, причём $\smile AA_2 = \smile AA_1 = 2R\Delta\varphi$.



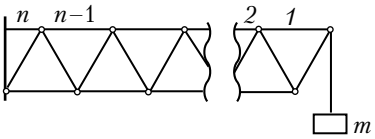
Если бы ось малого диска не вращалась и он бы проскальзывал по большому, то точка A_1 заняла бы место точки A_2', причём $A_2'O_2 \parallel A_1O_1$, $\angle A_2'O_2A = \Delta\varphi$, $\smile A_2'A = R\Delta\varphi$.

Таким образом, $\smile A_2'A_2 = R\Delta\varphi + 2R\Delta\varphi = 3R\Delta\varphi$. Следовательно, малый диск повернётся на угол $3R\Delta\varphi/R = 3\Delta\varphi$ вокруг своей оси. А значит, число оборотов n малого диска вокруг своей оси равно $n = \dfrac{3\Delta\varphi}{2\pi}$.

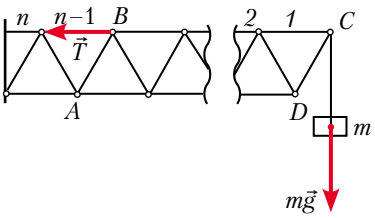
Аналогично рассматривается движение малого диска по внутренней поверхности большого. Однако, как легко видеть, углы его поворота вокруг оси большого диска и своей оси будут вычитаться (а не складываться, как в первом случае), поэтому при повороте малого диска вокруг большого на угол $\Delta\varphi$ он совершит $n_1 = \dfrac{\Delta\varphi}{2\pi}$ оборотов вокруг своей оси.

11 класс

1. К кронштейну, состоящему из одинаковых невесомых стержней, соединённых шарнирами, прикреплён груз массой m так, как это показано на рисунке. Найти силу натяжения $(n-1)$-го стержня.



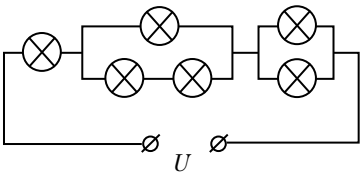
Решение. Рассмотрим равновесие части кронштейна $ABCD$, считая её твёрдым телом (см. рисунок).



Внешними силами для этой части являются сила натяжения нити, равная весу груза (сама конструкция, по условию, массы не имеет), и силы в двух шарнирах (A и B). Поскольку крепления всех стержней – шарнирные, сила, действующая со стороны $(n-1)$-го стержня на шарнир B, направлена вдоль стержня (см. рисунок). Поэтому условие равновесия для части кронштейна $ABCD$ относительно шарни-

ра A даёт: $T\frac{\sqrt{3}l}{2}=mg\left(n-\frac{3}{2}\right)l$, где l – длина одного стержня. Отсюда получаем $T=\frac{mg(2n-3)}{\sqrt{3}}$.

2. Из-за зависимости сопротивления лампы накаливания от температуры её вольтамперная характеристика нелинейна и может быть приближённо представлена в виде $I=\alpha\sqrt{U}$, где α = 0,15 А/В$^{1/2}$, предельное напряжение для лампы U_0 = 4 В (при большем напряжении лампа перегорает). К источнику напряжением U подключают шесть таких ламп так, как показано на рисунке. При каком минимальном напряжении U одна из ламп перегорит? Какая лампа перегорит первой?



Решение. Первой перегорит лампа, через которую течёт наибольший ток, то есть самая левая. Предельный ток через неё, согласно условию, равен $I_0=0{,}15\sqrt{4}=0{,}3$ А. При этом напряжение на ней U_1 = 4 В.

На участке параллельного соединения одной и двух ламп ток I_0 = 0,3 А, протекающий через левую лампу, делится, причём отношение токов в участках не равно 2 : 1 из-за нелинейной вольтамперной характеристики ламп. Пусть в верхнем участке течёт ток $I_в$, в нижнем $I_н$. Запишем уравнения для этого участка:

$$\begin{cases} I_в+I_н=I_0, \\ \left(\frac{I_в}{\alpha}\right)^2=2\left(\frac{I_н}{\alpha}\right)^2. \end{cases}$$

Отсюда находим:

$$\begin{cases} I_в=\frac{\sqrt{2}I_0}{\sqrt{2}+1}; \\ U_2=\left(\frac{I_в}{\alpha}\right)^2=\frac{2I_0^2}{(\sqrt{2}+1)^2\alpha^2}=\frac{2U_0}{(\sqrt{2}+1)^2}\approx 1{,}38\ \text{В}. \end{cases}$$

На участке параллельного соединения двух одинаковых ламп ток делится пополам: I_3 = 0,15 А, а напряжение на этом участке равно

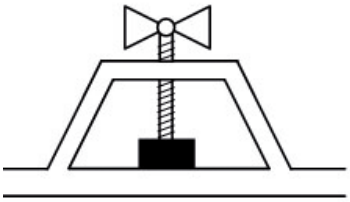
$$U_3=\left(\frac{I_3}{\alpha}\right)^2=\left(\frac{I_0}{2\alpha}\right)^2=\frac{U_0}{4}=1\ \text{В}.$$

Таким образом, предельное напряжение источника, при котором все лампы работают, составляет

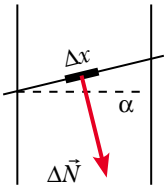
$$U=U_1+U_2+U_3=U_0+\frac{2U_0}{(\sqrt{2}+1)^2}+\frac{U_0}{4}=6{,}38\ \text{В}.$$

3. (См. задачу 3 для 9–10 кл.)

4. В винтовом прессе заготовка прижимается к опоре давящим штоком, который приводится в движение относительно рамы с помощью винта. Шаг резьбы винта (расстояние между ближайшими бороздками) равен h. К рукоятке винта приложена сила, которая создаёт момент относительно оси винта M. С какой силой шток прижимает заготовку к опоре? Трение между всеми поверхностями отсутствует.



Решение. Пусть угол подъёма резьбы α. На шток действуют: искомая сила реакции со стороны заготовки $\vec{N}$, направленная вертикально вверх, момент внешних сил $\vec{M}$ и сила реакции со стороны резьбы. Пусть на малом интервале длины резьбы Δx на шток действует сила реакции $\Delta\vec{N}$, перпендикулярная (нет трения!) резьбе (см. рисунок). Сумма вертикальных проекций силы $\Delta\vec{N}$, действующих на всех участках резьбы общей длиной l компенсирует силу $\vec{N}$ со стороны заготовки. Сумма горизонтальных проекций силы $\Delta\vec{N}$ создаёт момент, компенсирующий момент внешних сил $\vec{M}$. Поэтому $N=\frac{\Delta N\cos\alpha}{\Delta x}l$, $M=\frac{\Delta N\sin\alpha}{\Delta x}lR$, где R – радиус штока. Деля первое соотношение на второе, получим



$$M=NR\,\text{tg}\alpha. \qquad (1)$$

С другой стороны, для каждого участка резьбы длиной Δx справедливы равенства:

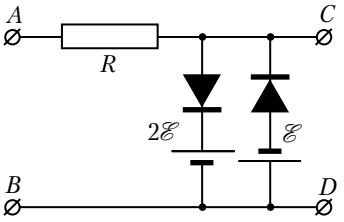
$$\Delta x=\frac{\Delta l}{\cos\alpha},\quad \Delta x=\frac{\Delta h}{\sin\alpha},$$

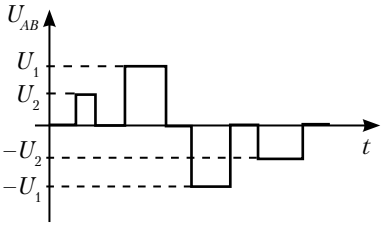
где Δl и Δh – проекции рассматриваемого участка резьбы на горизонтальное и вертикальное направления соответственно. Суммирование таких проекций по одному витку резьбы приводит к равенству $2\pi R\,\text{tg}\alpha = h$, где h – шаг резьбы (расстояние между соседними бороздками). Отсюда, с учётом формулы (1) получаем: $N=\frac{2\pi M}{h}$. Из этой формулы следует, что, используя резьбу с маленьким шагом, можно получить существенный выигрыш в силе (который, однако, не может быть бесконечно большим (при $h\to 0$), так как такую нагрузку не выдержит

резьба). Из-за значительного выигрыша в силе рассмотренная конструкция используется в механических домкратах.

Для знакомых с методом возможных перемещений отметим, что этим методом задача решается буквально в одно действие.

5. Диодом называется устройство, которое пропускает электрический ток только в одном направлении. Рассмотрите работу схемы, которая называется *двойным диодным ключом с ограничением напряжения* (см. рисунок).

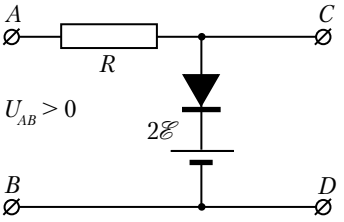




Пусть к точкам A и B электрической цепи («вход» цепи) прикладывают электрическое напряжение, для которого график зависимости от времени приведён на рисунке.

Постройте графики зависимости напряжения на участке CD («выход» цепи) от времени в случае различных соотношений между величинами U_1, U_2, $\mathscr{E}$ и $2\mathscr{E}$. Предложите возможные варианты использования такой схемы. Значения ЭДС и сопротивления резисторов даны на рисунке, диод считать идеальным (его сопротивление в «прямом» направлении равно нулю, в «обратном» – бесконечности). Сопротивления источников равны нулю.

Решение. Обозначим уровни ЭДС источника и рассмотрим все варианты зависимостей выходного напряжения.



1. $U_{AB} \geq 0$: диод в правой ветви всегда закрыт, и этот участок, фактически является разрывом цепи. Эквивалентная цепь изображена на рисунке.

• $0 < U_{AB} < 2\mathscr{E}$: ток через источник не течёт, цепь фактически разорвана.

Все положительные импульсы на выходе повторяют положительные импульсы на входе.

• $U_{AB} \geq 2\mathscr{E}$: через источник течёт ток, и, по закону Ома для участка цепи, содержащего ЭДС, $U_{CD} = 2\mathscr{E}$ независимо от силы тока.

Все положительные импульсы ограничены величиной $2\mathscr{E}$.

2. $U_{AB} < 0$: теперь всегда закрыт диод в левой ветви, и этот участок фактически является разрывом цепи. Остальные соотношения аналогичны:

• $0 > -|U_{AB}| > -\mathscr{E}$: ток через источник не течёт, цепь фактически разорвана.

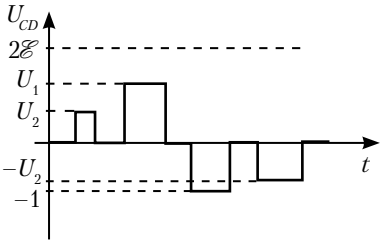
Все отрицательные импульсы на выходе повторяют отрицательные импульсы на входе.

• $|U_{AB}| \leq \mathscr{E}$: через источник течёт ток, и, по закону Ома для участка цепи, содержащего ЭДС, $U_{CD} = -\mathscr{E}$ независимо от силы тока.

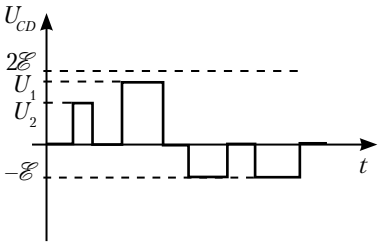
Все отрицательные импульсы ограничены величиной $-\mathscr{E}$.

Таким образом, выходные напряжения зависят от полярности входного напряжения и его соотношения с ЭДС источника. Приводим все возможные варианты эпюр:

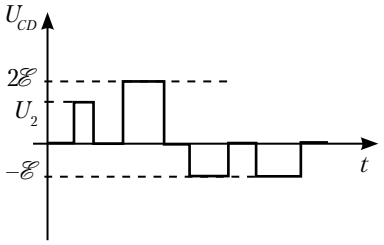
• $|U_2| < \mathscr{E} \leq |U_1| < 2\mathscr{E}$: оба положительных импульса на выходе повторяют положительные импульсы на входе; отрицательный импульс $-U_1$ ограничен значением $-\mathscr{E}$.



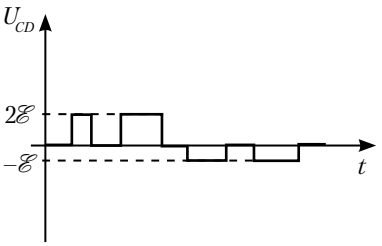
• $\mathscr{E} < |U_2|, |U_1| < 2\mathscr{E}$: оба положительных импульса на выходе повторяют положительные импульсы на входе; оба отрицательных импульса ограничены значением $-\mathscr{E}$.



• $\mathscr{E} < |U_2| < 2\mathscr{E} < |U_1|$: положительный импульс U_1 на выходе ограничен значением $2\mathscr{E}$, оба отрицательных импульса – значением $-\mathscr{E}$.



• $2\mathscr{E} < |U_2|, |U_1|$: оба положительных импульса на выходе ограничены значением $2\mathscr{E}$; оба отрицательных – значением $-\mathscr{E}$.



6. См. решение задачи 6 задания для 9–10-го кл.