

Инженерная олимпиада школьников-2013/2014

Представлены задачи очного заключительного тура второй инженерной олимпиады школьников, проведённой силами пяти ведущих российских вузов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: абитуриенту, инженерная олимпиада, динамика, электростатика, электродинамика, термодинамика, МКТ, СПбГЭТУ «ЛЭТИ», НИЯУ МИФИ, МГУПС (МИИТ), СГАУ



М.Е. БУШУЕВА, И.Ю. ЛЯХОВ

(НГТУ, Нижний Новгород),

Б.Г. КОМАРОВ

(СПбГЭТУ «ЛЭТИ», Санкт-Петербург),

С.Е. МУРАВЬЁВ

semuraviev@mail.ru,

В.И. СКРЫТНЫЙ

viskrytnyj@mephi.ru (НИЯУ

МИФИ, г. Москва),

А.П. ПРУНЦЕВ

(МГУПС (МИИТ), г. Москва),

И.В. ЧОСТКОВСКАЯ

(СГАУ, г. Самара)

16 февраля 2014 г. в пяти ведущих инженерных вузах страны – Национальном исследовательском ядерном университете «МИФИ», Московском государственном университете путей сообщения (МИИТ), Нижегородском государственном техническом университете им. Р.Е. Алексеева, Самарском государственном аэрокосмическом университете им. С.П. Королёва (НИУ), Санкт-Петербургском государственном электротехническом университете «ЛЭТИ» и на нескольких региональных площадках состоялся заключительный тур Инженерной олимпиады школьников 2014 г.* Эта олимпиада отличается от других предметных олимпиад нашей страны своей нестандартностью. Это олимпиада по физике, по непривычной для школьников физике, по физике, которая «работает» вокруг нас, по физике, помогающей жить человечеству, другими словами, по инженерной физике.

Задачи заключительного тура

1. Светофор создаёт автомобильную «пробку». При включении красного и зелёного сигнала на одинаковое время (время горения жёлтого мало) средняя (за несколько периодов включения/выключения светофора) скорость перемещения машин в «пробке» составила $v = 1$ м/с. При этом скорость движения каждой машины (когда она ехала) составляла $u = 6$ м/с. В чём причина отличия средней скорости перемещения машин в

«пробке» от половины скорости их движения? Во сколько раз вырастет средняя скорость машины в «пробке» при увеличении скорости их движения в 2 раза? Считать, что поток машин «не перемешивается», все водители дисциплинированы и трогаются, когда стоящая впереди машина уже поехала; машины либо движутся со скоростью u (или $2u$ во втором случае), либо стоят.

Решение. Отличие скорости перемещения машин в «пробке» от $u/2$ («пополам», поскольку половину времени светофор закрыт) связано с тем, что машины трогаются не одновременно. Каждая машина начинает движение после того, как машина впереди уже поехала, то есть с некоторой задержкой по времени по сравнению с предыдущей машиной. Это время задержки связано со многими причинами: реакция водителя, время включения коробки переключения передач, время разгона и так далее. Конечно, для каждого водителя и для каждой машины эта величина индивидуальная, но для расчёта средней скорости перемещения машин через перекрёсток можно взять среднее значение этой величины и считать, что после того как включается зелёный сигнал светофора, по «пробке» с определённой скоростью идёт «волна трогания» машин. Пусть скорость этой волны c (это значит, что машина, расположенная на расстоянии x от светофора, тронется через время x/c после включения зелёного сигнала), время горения зелёного сигнала светофора Δt . Тогда время, за которое «волна трогания» успеет пройти до конца пробки длиной Δl , а последняя машина успеет проехать светофор, равно:

$$\frac{\Delta l}{c} + \frac{\Delta l}{u} = \Delta t,$$

где u – скорость машины. Отсюда находим, что средняя скорость машин в «пробке» равна

$$v = \frac{\Delta l}{2\Delta t} = \frac{cu}{2(c+u)}. \quad (1)$$

Из (1) находим

$$c = \frac{2uv}{u-2v}. \quad (2)$$

*Инженерная олимпиада включена в Перечень олимпиад школьников 2013/2014 уч. г. (под № 9), поэтому победители и призёры олимпиады получили значительные льготы при поступлении в вузы в 2014 г. Задачи отборочного тура см. в № 12/2014.

**Здесь содержится очевидный частный случай: если $c = \infty$ (машины трогаются одновременно), то $v = u/2$ из-за того, что машины едут половину времени – время горения зелёного сигнала равно времени горения красного.

Если скорость машин увеличивается вдвое, то среднюю скорость машин в «пробке» можно найти по формуле (1) с заменой $u \rightarrow 2u$:

$$v' = \frac{2cu}{2(c+2u)}. \quad (3)$$

Подставляя в формулу (3) скорость «волны трогания» (2), получим:

$$v' = \frac{uv}{u-v} = 1,2 \text{ м/с}.$$

Это значит, что увеличение скорости машин в 2 раза увеличивает пропускную способность перекрёстка всего на 20%.

2. Температура на улице $t_0 = -20^\circ\text{C}$. Если в доме с кирпичными стенами включить нагреватель, через некоторое время в доме устанавливается температура $t_1 = 1^\circ\text{C}$. Какой будет температура в доме, если внутреннюю поверхность стен обложить теплоизолирующим материалом, толщина которого в 15 раз меньше толщины кирпичной стены, а коэффициент теплопроводности в 10 раз меньше коэффициента теплопроводности кирпича? Мощность нагревателя и температура на улице не меняется. Где выгоднее располагать теплоизолятор для лучшего сохранения тепла – внутри или снаружи дома? Почему? Считать, что потери тепла происходят только через стены.

Указание. Количество теплоты q , переносимое в единицу времени через единицу площади тонкого слоя толщиной Δx , одна поверхность которого поддерживается при температуре t_1 , вторая – при температуре t_2 , определяется законом: $q = \lambda(t_2 - t_1)/\Delta x$, где λ – коэффициент теплопроводности (закон Фурье).

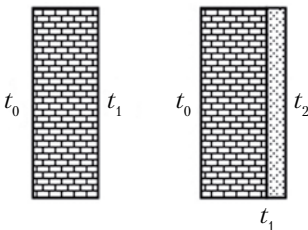
Решение. Пусть мощность нагревателя равна P . В установившемся режиме всё тепло, выделенное нагревателем, должно уходить через стены. Поэтому

$$P = \frac{\lambda(t_1 - t_0)S}{\Delta l},$$

где λ – коэффициент теплопроводности кирпича, Δl – толщина кирпичной стены, S – площадь стен.

После установки теплоизолирующего материала внутри дома поток тепла через стены остаётся неизменным (внутри дома работает тот же нагреватель); не изменяется и температура на улице. Поэтому температура внутренней поверхности кирпичной стены не изменяется.

Пусть температура в доме после установки теплоизолирующего материала стала равна t_2 . Тогда поток тепла через теплоизолирующий материал, с одной стороны, определяется законом Фурье:



$$\frac{(\lambda/10)(t_2 - t_1)S}{\Delta l/15}.$$

С другой стороны, этот поток равен потоку через кирпичную стену:

$$\frac{\lambda(t_1 - t_0)S}{\Delta l} = \frac{(\lambda/10)(t_2 - t_1)S}{(\Delta l/15)}.$$

Отсюда:

$$t_2 = t_1 + \frac{2}{3}(t_1 - t_0) = 15^\circ\text{C}.$$

Где располагать теплоизолятор – внутри или снаружи – с точки зрения теплоизоляции совершенно не важно, если пренебречь изменением площади теплопередающей поверхности теплоизолятора. Температура в доме будет такой же. Действительно, в установившемся режиме поток тепла, который определяется разностью температур двух поверхностей стены и теплоизоляции, а также площадями их поверхностей, равен мощности внутреннего источника тепла. Поэтому разности температур двух поверхностей стены и теплоизоляции не зависят от расположения теплоизоляции – внутри или снаружи дома, а разность температур улица–дом не зависит от порядка расположения теплоизолятора.

3. Балка имеет массу m , длину l и толщину $h = l/8$.

Левый нижний угол балки соединён с вертикальной стеной шарниром, верхний левый угол прикреплён к стене горизонтальным тросом. Определите силу давления балки на шарнир.

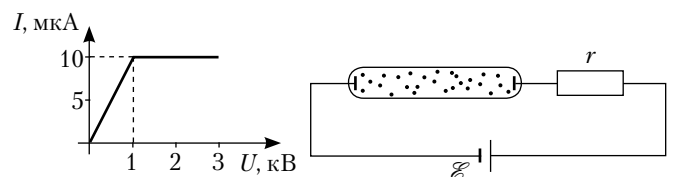


Решение. Из условия моментов относительно шарнира находим $mg \frac{l}{2} = Th$, где T – сила натяжения троса. Отсюда находим $T = \frac{mgl}{2h} = 4mg$.

Сила, действующая на балку со стороны шарнира, должна компенсировать равнодействующую вертикальной силы тяжести $m\vec{g}$ и горизонтальной силы $\vec{T}$. Поэтому суммарная сила, действующая на балку со стороны шарнира (и на шарнир со стороны балки), равна:

$$N = \sqrt{17}mg.$$

4. Вольтамперная характеристика газового разряда дана на графике. Газовую трубку с последовательно соединённым резистором сопротивлением $r = 3 \cdot 10^8 \text{ Ом}$ подключают к источнику постоянной ЭДС $\mathcal{E} = 6 \text{ кВ}$. Найдите напряжение на трубке. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.



Решение. Определим сначала, на каком участке вольтамперной характеристики работает трубка. Если бы она содержала только линейный участок (без насыщения), то трубка обладала бы сопротивлением, которое можно найти из графика:

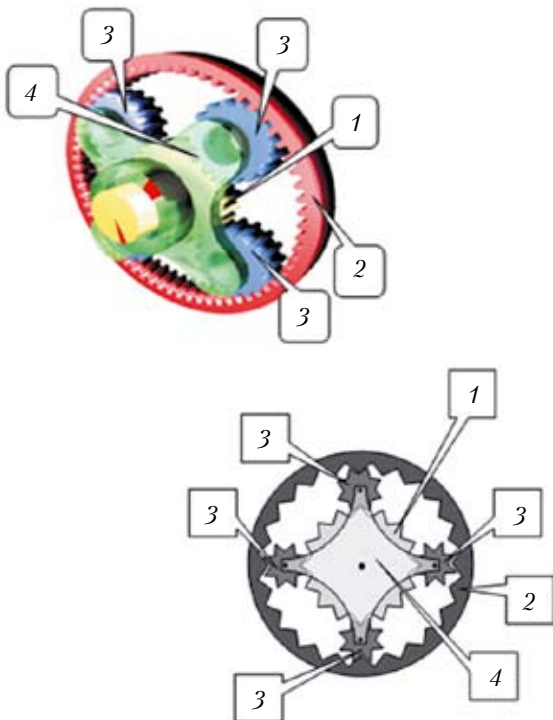
$$R = \frac{U}{I}; R = \frac{1 \cdot 10^3 \text{ В}}{10 \cdot 10^{-6} \text{ А}} = 10^8 \text{ Ом.}$$

При таком сопротивлении ток в цепи определялся бы законом Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}; I = \frac{6 \cdot 10^3 \text{ В}}{4 \cdot 10^8 \text{ Ом}} = 15 \text{ мкА.}$$

Но это значение больше тока насыщения через трубку, поэтому ток в цепи будет равен току насыщения $I_0 = 10 \text{ мкА}$. В этом случае напряжение на балластном резисторе равно $I_0 r = 3 \cdot 10^3 \text{ В}$, а напряжение на трубке равно $U = \mathcal{E} - I_0 r = 3 \cdot 10^3 \text{ В}$. Итак, ток через трубку равен $I_0 = 10 \text{ мкА}$, напряжение на трубке $U = 3 \cdot 10^3 \text{ В}$.

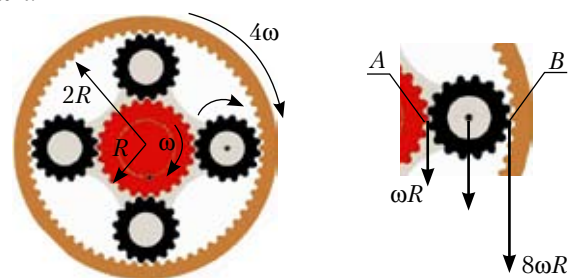
5. Планетарная передача (см. рисунок и схему) состоит из центральной (солнечной) шестерни (1), внешней (коронной) шестерни (2) и трёх-четырёх шестерён-спутников (3), которые соединены друг с другом с помощью жёсткой конструкции – водила (4) и могут вращаться вокруг своей оси каждая, а все вместе – вокруг солнечной шестерни, вращая водило. Такая передача позволяет передавать мощность от солнечной шестерни на коронную шестерню и водило в разных пропорциях. Передачи такого типа используются в дифференциалах автомобилей или автоматических коробках передач. Пусть радиус солнечной шестерни R , внутренний



радиус коронной шестерни $2R$, угловая скорость (здесь и далее в задаче речь идёт о модуле скорости) солнечной шестерни ω , коронной 4ω , коронная и солнечная шестерни вращаются в одном направлении. Найдите угловые скорости вращения шестерён-спутников вокруг своих осей и угловую скорость водила. Какой будет угловая скорость водила, если угловая скорость солнечной шестерни ω , а коронная шестерня заблокирована? Какой будет угловая скорость коронной шестерни, если угловая скорость солнечной шестерни ω , а водило заблокировано?

Решение. Планетарная передача работает таким образом, что вращение с центральной (солнечной) шестерни передаётся одновременно водилу и коронной шестерне, причём кинематическое распределение вращения между ними не определяется (недостаточно кинематических связей). Это позволяет в зависимости от момента торможения коронной шестерни и водила передавать им разное вращение. Такая передача вращения происходит в дифференциалах автомобилей (особый шарнир, дающий определённую «автономию» колёсам автомобиля) и в автоматических коробках передач.

Рассмотрим работу планетарной передачи. Пусть центральная (солнечная) шестерня вращается с угловой скоростью ω , а её радиус R . Тогда линейная скорость точек на поверхности солнечной шестерни равна ωR , и такой же является линейная скорость точек на поверхности шестерён-спутников, касающихся солнечной (т. А на рисунке). Линейная скорость точек на внешней стороне шестерён-спутников (т. В на рисунке) равна линейной скорости точек на внутренней поверхности коронной шестерни, то есть $8\omega R$.



Найдём скорость центров шестерён-спутников. В системе отсчёта, связанной с центром шестерни-спутника, точки А и В имеют одинаковые по величине и противоположно направленные скорости. Пусть эти скорости равны v_0 , а скорость центра шестерни-спутника v_1 . Тогда по закону сложения скоростей имеем:

$$\begin{aligned} \omega R &= v_1 - v_0, \\ 8\omega R &= v_1 + v_0. \end{aligned} \quad (4)$$

Складывая и вычитая эти уравнения, найдём линейную скорость центра спутниковой шестерни и

скорость вращения точек её поверхности в системе отсчёта, связанной с её центром:

$$v_1 = 4,5 \omega R, \quad v_0 = 3,5 \omega R.$$

Поскольку радиус спутниковых шестерён $0,5R$, а их центры находятся на расстоянии $1,5R$ от оси водила, то угловые скорости спутниковых шестерён и водила равны:

$$\omega_{\text{спут}} = \frac{3,5\omega R}{0,5R} = 7\omega, \quad \omega_{\text{вод}} = \frac{4,5\omega R}{1,5R} = 3\omega.$$

Если коронная шестерня заблокирована, то точки A и B на поверхности шестерни-спутника имеют скорости ωR и 0 соответственно, и из системы уравнений, аналогичной (4):

$$\omega R = v_1 - v_0, \quad 0 = v_1 + v_0,$$

находим:

$$\omega_{\text{спут}} = -\frac{0,5\omega R}{0,5R} = -\omega, \quad \omega_{\text{вод}} = \frac{0,5\omega R}{1,5R} = 0,33\omega$$

(знак «минус» означает, что шестерни-спутники вращаются в противоположную сторону – против часовой стрелки). Если заблокировано водило, то каждая спутниковая шестерня вращается только вокруг своей оси, и, следовательно, точки на их поверхности имеют линейные скорости, равные ωR . Поэтому и внутренние точки коронной шестерни имеют такую же линейную скорость, а поскольку они находятся на расстоянии $2R$ от её центра, то коронная шестерня в этом случае вращается в противоположную сторону с угловой скоростью $\omega/2$.

6. Плавкий предохранитель представляет собой кусочек проволоки, который плавится, если сила тока через него превышает значение $I = 1$ А. Оцени-

те, при каком токе перегорит предохранитель, изготовленный из проволоки из того же материала, но втрое большей длины и вчетверо большего диаметра. Считать, что теплоотдача пропорциональна разности температур проволоки и окружающей среды и площади поверхности проволоки.

Решение. При протекании тока в предохранителе выделяется джоулево тепло, и он нагревается. Одновременно идёт процесс теплопотерь, поэтому если ток меньше 1 А, предохранитель не разогревается до температуры плавления. Поскольку потери тепла каким-то телом пропорциональны площади поверхности тела, а также разности температур тела и окружающей среды, то для тока $I_0 = 1$ А предохранитель нагревается до температуры плавления, и при этой температуре потери тепла равны джоулеву теплу, выделяющемуся в предохранителе.

$$I_0^2 \frac{\rho l}{\pi r^2} = \lambda 2\pi r l (T_{\text{пл}} - T_{\text{окр}}),$$

где ρ – удельное сопротивление материала предохранителя, l и r – его длина и радиус сечения, соответственно, $T_{\text{пл}}$ и $T_{\text{окр}}$ – температуры предохранителя и окружающей среды, λ – коэффициент пропорциональности. Отсюда находим:

$$\lambda (T_{\text{пл}} - T_{\text{окр}}) = \frac{I_0^2 \rho}{2\pi^2 r^3}. \quad (5)$$

Из формулы (5) видно, что если увеличить радиус сечения проводника (при том же токе), то из-за большей теплоотдачи (больше площадь поверхности) и уменьшения тепловыделения (меньше сопротивление) его температура станет меньше температуры плавления, и он не расплавится. Поэтому для

плавления нужно увеличить ток в предохранителе. Если радиус сечения (или диаметр) увеличивается в 4 раза, знаменатель формулы (5) увеличится в 64 раза, значит, и числитель нужно увеличить в 64 раза. То есть ток нужно увеличить в $\sqrt{64} = 8$ раз. Это значит, что такой предохранитель расплавится при токе 8 А. Как видно из (5), от длины предохранителя его температура не зависит (при условии, что его сопротивление мало по сравнению с другими сопротивлениями цепи и его изменение не меняет ток в цепи).

http://cdnimg.rg.ru/img/content/89/73/49/derevo600.jpg

