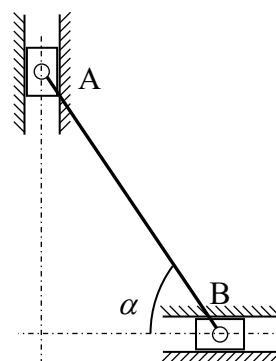


Решения задач
Физико-математической инженерной олимпиады «МИФИ»
2019-2020 учебный год

1. Во сколько раз изменится расстояние между точечным источником и его изображением в плоском зеркале, если зеркало передвинуть в направлении изображения на $n=1/5$ часть первоначального расстояния между зеркалом и изображением?
2. Тело, двигаясь равноускоренно из состояния покоя, прошло расстояние S за время τ . Какую скорость имело тело, в тот момент, когда оно прошло n -ую часть этого расстояния (S/n)?
3. Баллон, содержащий некоторое количество кислорода, разрывается при испытаниях при температуре $t_1 = 727^\circ \text{C}$. Такой же баллон, содержащий смесь вдвое меньшего количества кислорода и вчетверо меньшего (по массе) количества неизвестного газа, разрывается при температуре $t_2 = 127^\circ \text{C}$. Найти молярную массу неизвестного газа. $\mu_{\text{O}_2} = 32 \text{ г/моль}$.

4. Однородно заряженную пластинку с площадью S помещают во внешнее электрическое поле, перпендикулярное пластинке. В результате с одной стороны от пластинки возникло электрическое поле с напряженностью E , с другой - $2E$, причем векторы напряженностей направлены от пластинки. Найти силу, которая действует на пластинку со стороны внешнего поля.

5. Во многих технических устройствах – станках, двигателях, генераторах - используются массивные детали, которые могут двигаться только вдоль некоторых направляющих. Такие детали называются ползунами. Рассмотрите систему двух ползунов – А и В, имеющих массы m и $2m$ соответственно и связанных легким стержнем АВ, который соединен с ползунами с помощью шарниров. Ползун А может двигаться только по вертикали, ползун В – только по горизонтали. Найдите ускорения ползунов, если угол, который составляет стержень с горизонтом равен α . Скорости ползунов в этот момент равны нулю.



Решения

1. Пусть первоначальное расстояние между точечным источником и зеркалом равно l . Тогда, поскольку расстояние от зеркала до изображения также равно l , расстояние между источником и изображением равно $2l$. После перемещения зеркала в направлении изображения на одну пятую первоначального расстояния от зеркала до изображения расстояние от источника до зеркала будет равно

$$l + \frac{l}{5} = \frac{6}{5}l$$

А, следовательно, расстояние от источника до изображения стало равно

$$\frac{12}{5}l$$

И увеличилось в

$$n = \frac{12l/5}{2l} = \frac{6}{5} \text{ раз}$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильно построено изображение источника в зеркале – 0,5 балла
2. Правильно найдено расстояние между источником и изображением в начальном состоянии - 0,5 балла
3. Правильно понято как это расстояние будет меняться при перемещении источника – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

2. Поскольку начальная скорость тела равна нулю, первое условие задачи дает для ускорения тела

$$a = \frac{2S}{\tau^2} \quad (*)$$

Теперь из второго условия получаем для того момента времени t_1 , когда тело пройдет n -ую часть расстояния S :

$$\frac{S}{n} = \frac{at_1^2}{2}$$
$$v = at_1$$

Выражая из второго уравнения время и подставляя его в первое

$$v^2 = \frac{2aS}{n}$$

Подставляя в эту формулу ускорение тела из формулы (*), получим

$$v = \frac{2S}{\tau\sqrt{n}}$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Используются законы равноускоренного движения – 0,5 балла
2. Правильно найдено ускорение тела – 0,5 балла
3. Получены правильные уравнения для второго случая – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

3. Пусть первоначально в баллоне находилась масса кислорода m . Тогда предельное давление p_0 , которое выдерживает баллон можно найти из закона Клапейрона-Менделеева

$$p_0 = \frac{m}{\mu_{O_2}} \frac{RT_1}{V}$$

Здесь $\mu_{O_2} = 32$ г/моль – молярная масса кислорода, V - объем баллона, $T_1 = t_1 + 273^\circ$ - абсолютная температура кислорода в баллоне. Во втором случае имеем для предельного давления

$$p_0 = \left(\frac{m/2}{\mu_{O_2}} + \frac{m/4}{\mu_X} \right) \frac{RT_2}{V}$$

Здесь μ_x - молярная масса неизвестного газа, $T_2 = t_2 + 273^\circ$ - абсолютная температура смеси газов.

Деля эти формулы друг на друга, получим

$$\mu_x = \frac{\mu_{O_2} T_2}{2(2T_1 - T_2)} = 4 \text{ г/моль}$$

Следовательно, неизвестный газ – это гелий.

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Из закона Клапейрона-Менделеева правильно найдено предельное давление, которое может выдержать баллон – 0,5 балла
2. Правильно использован закон Дальтона для второго случая – 0,5 балла
3. Составлено правильное уравнение для молярной массы неизвестного газа – 0,5 балла
4. Правильный ответ, правильные вычисления, правильный вывод, что неизвестный газ – это гелий – 0,5 балла

4. Пусть напряженность внешнего электрического поля равна E_0 , а заряд пластинки Q , ее площадь S). Тогда пластинка создает свое поле

$$E_1 = \frac{Q}{2S\epsilon_0},$$

которое с одной стороны от пластинки складывается с внешним полем с другой – вычитается.

Поэтому для полей E_0 и E_1 имеем

$$E_1 + E_0 = 2E$$

$$E_1 - E_0 = E$$

Решая систему уравнений, найдем поля E_0 и E_1

$$E_0 = \frac{E}{2}, \quad E_1 = \frac{3E}{2}$$

А затем и заряд пластинки

$$Q = 3S\epsilon_0 E$$

Причем поскольку данные в условии поля направлены от пластинки, то ее заряд – положителен.

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Использовано правильное соотношение для напряженности поля заряженной пластинки – 0,5 балла
2. Правильно понято, что с одной стороны от пластинки поля складываются, с другой – вычитаются – 0,5 балла
3. Получена правильная система уравнений для поля пластинки – 0,5 балла
4. Правильный ответ для заряда пластинки – 0,5 балла

5. Очевидно, что стержень, связывающий ползуны, будет сжат. Пусть сила его натяжения равна \vec{T} (силы, действующие на ползуны, показаны на рисунке). Тогда второй закон Ньютона для ползунов в проекциях на вертикальную ось для верхнего ползуна, и на горизонтальную ось – для нижнего дает

$$\begin{aligned} ma_1 &= mg - T \sin \alpha \\ 2ma &= T \cos \alpha \end{aligned} \quad (*)$$

где \vec{a}_1 - ускорение верхнего тела, \vec{a} - ускорение нижнего. А поскольку скорости ползунов равны нулю, то ползуны набирают их пропорционально ускорениям, и поэтому ускорения должны быть связаны так же как и скорости концов жесткого стержня – их проекции на сам стержень должны быть одинаковы. Или

$$a_1 \sin \alpha = a \cos \alpha \quad (**)$$

Решая систему уравнений (*)-(**), получим

$$a_1 = \frac{g \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha + 2 \sin^2 \alpha}, \quad a = \frac{g \cos \alpha \sin \alpha}{\cos^2 \alpha + 2 \sin^2 \alpha}$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильно расставлены силы, действующие на ползуны – 0,5 балла
2. Правильно составлено и спроецировано на координатные оси уравнение второго закона Ньютона для ползунов – 0,5 балла
3. Использована и обоснована правильная связь ускорений ползунов - 0,5 балла
4. Правильные ответы – 0,5 балла

Оценка работы. Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов.

«Полуцелая» оценка не округляется.

