

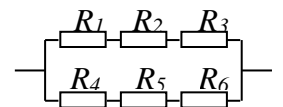
Решения задач

Физико-математической олимпиады «МИФИ». 2019-2020 учебный год,

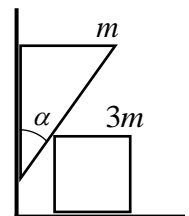
Физика 9 класс

1. Во сколько раз изменится расстояние между точечным источником и его изображением в плоском зеркале, если зеркало передвинуть в направлении изображения на $n=1/5$ часть первоначального расстояния между зеркалом и изображением?
2. Тело, двигаясь равноускоренно из состояния покоя, прошло расстояние S за время τ . Какую скорость имело тело, в тот момент, когда оно прошло n -ую часть этого расстояния (S/n)?
3. Искусственный спутник движется с включенным двигателем с постоянной скоростью v по круговой орбите вокруг некоторой планеты на очень небольшой высоте над ее поверхностью. Известно, что скорость спутника в 2 раза превышает скорость спутника, движущегося по данной орбите с выключенным двигателем. Чему равна и как направлена сила тяги, которую развивает двигатель спутника? Масса спутника m , ускорение свободного падения на поверхности планеты - g .

4. На каком из сопротивлений в цепи, схема которой представлена на рисунке, выделяется наибольшая мощность? $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, $R_4 = 4$ Ом, $R_5 = 5$ Ом, $R_6 = 6$ Ом. Найти эту мощность, если к цепи приложено напряжение $U = 100$ В.



5. На горизонтальной поверхности около вертикальной стенки находятся подвижные клин с углом наклона грани α и куб. Массы клина и куба равны m и $3m$. Найти ускорения клина и куба. Трение между всеми поверхностями отсутствует.



Решения

1. Пусть первоначальное расстояние между точечным источником и зеркалом равно l . Тогда, поскольку расстояние от зеркала до изображения также равно l , расстояние между источником и изображением равно $2l$. После перемещения зеркала в направлении изображения на одну пятую первоначального расстояния от зеркала до изображения расстояние от источника до зеркала будет равно

$$l + \frac{l}{5} = \frac{6}{5}l$$

А, следовательно, расстояние от источника до изображения стало равно

$$\frac{12}{5}l$$

И увеличилось в

$$n = \frac{12l/5}{2l} = \frac{6}{5} \text{ раз}$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильно построено изображение источника в зеркале – 0,5 балла
2. Правильно найдено расстояние между источником и изображением в начальном состоянии - 0,5 балла
3. Правильно понято как это расстояние будет меняться при перемещении источника – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

2. Поскольку начальная скорость тела равна нулю, первое условие задачи дает для ускорения тела

$$a = \frac{2S}{\tau^2} \quad (*)$$

Теперь из второго условия получаем для того момента времени t_1 , когда тело пройдет n -ую часть расстояния S :

$$\frac{S}{n} = \frac{at_1^2}{2}$$

$$v = at_1$$

Выражая из второго уравнения время и подставляя его в первое

$$v^2 = \frac{2aS}{n}$$

Подставляя в эту формулу ускорение тела из формулы (*), получим

$$v = \frac{2S}{\tau\sqrt{n}}$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Используются законы равноускоренного движения – 0,5 балла
2. Правильно найдено ускорение тела – 0,5 балла
3. Получены правильные уравнения для второго случая – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

3. Поскольку спутник движется с постоянной скоростью по круговой орбите, его ускорение направлено к центру орбиты и равно

$$a = \frac{v^2}{R}$$

где v - скорость спутника, R - радиус орбиты, который по условию равен радиусу планеты.

Поэтому второй закон Ньютона для спутника дает

$$m \frac{v^2}{R} = mg + F_R$$

где F_R - проекция силы тяги двигателя на направление к центру планеты. Если бы спутник двигался с выключенным двигателем, его скорость была бы в n раз меньше, а центростремительная сила обеспечивалась бы только силой гравитации. Поэтому для спутника, движущегося по той же орбите с меньшей в n раз скоростью, второй закон Ньютона дает

$$m \frac{(v/n)^2}{R} = mg$$

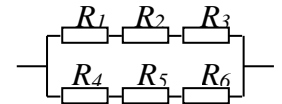
Из этих формул получаем

$$F_r = -mg(n^2 - 1) = -3mg \text{ (в первом варианте)}$$

Знак «минус» означает, что сила направлена от центра планеты.

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Использованы правильные соотношения для центростремительного ускорения – 0,5 балла
2. Составлено правильное уравнение второго закона Ньютона для движения спутника – 0,5 балла
3. Правильно найдена величина силы тяги двигателя спутника – 0,5 балла
4. Правильно найдено направление силы тяги двигателя спутника – 0,5 балла
4. Поскольку сила тока, текущего через сопротивления R_1 , R_2 и R_3 -



одинакова, из закона Джоуля-Ленца ($P = I^2 R$) заключаем, что среди этих сопротивлений наибольшая мощность выделяется на самом большом сопротивлении - R_3 . Аналогично, среди сопротивлений R_4 , R_5 и R_6 наибольшая мощность выделяется на сопротивлении R_6 . Сравним эти мощности

$$P_3 = I_1^2 R_3 \quad \vee \quad P_6 = I_2^2 R_6 \quad (*)$$

Где I_1 и I_2 - сила тока, текущего через верхнее и нижнее колена цепи. Находя силы тока I_1 и I_2 с помощью закона Ома для участка цепи, продолжим сравнение (*)

$$P_3 = \frac{U^2}{(R_1 + R_2 + R_3)^2} R_3 \quad \vee \quad P_6 = \frac{U^2}{(R_4 + R_5 + R_6)^2} R_6$$

Проводя вычисления, находим

$$P_3 = 833 \text{ (Вт)} > P_6 = 267 \text{ (Вт)}$$

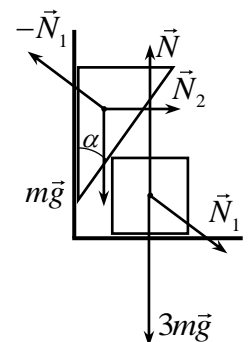
Следовательно, наибольшая мощность в данной цепи выделяется на сопротивлении R_3 и равна

$$P_3 = 833 \text{ (Вт)}$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Проведено правильное сравнение мощностей, выделяемых на сопротивлениях верхнего участка и на сопротивлениях нижнего участка цепи – 0,5 балла
2. Используются правильные формулы закона Джоуля-Ленца – 0,5 балла
3. Проведено правильное сравнение мощности, выделяемой на сопротивлениях R_3 и R_6 - 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

5. На куб действуют: сила тяжести $3m\vec{g}$, сила реакции со стороны нижней поверхности \vec{N} , сила со стороны клина \vec{N}_1 (см. рисунок). На клин действуют: сила тяжести $m\vec{g}$, сила со стороны стенки \vec{N}_2 , сила со стороны куба $-\vec{N}_1$. Второй закон Ньютона для куба и клина в проекциях на горизонтальное и вертикальное направления соответственно дает



$$\begin{aligned} 3ma_1 &= N_1 \cos \alpha \\ ma_2 &= mg - N_1 \sin \alpha \end{aligned} \quad (*)$$

где a_1 и a_2 - ускорения куба и клина. Сравнивая малые перемещения куба и клина, находим, что они относятся как тангенс угла наклона клина

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \operatorname{tg} \alpha$$

Поэтому и для ускорений куба и клина имеем такое же соотношение

$$\frac{a_1}{a_2} = \operatorname{tg} \alpha \quad (**)$$

Решая систему уравнений (*), (**), получим

$$a_1 = \frac{g \cos \alpha \sin \alpha}{\cos^2 \alpha + 3 \sin^2 \alpha}, \quad a_2 = \frac{g \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha + 3 \sin^2 \alpha}$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильно расставлены силы, действующие на клин и куб – 0,5 балла
2. Правильно составлено и спроецировано на координатные оси уравнение второго закона Ньютона – 0,5 балла
3. Использована и обоснована правильная связь ускорений клина и куба - 0,5 балла
4. Правильные ответы – 0,5 балла

Оценка работы. Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов.

«Полуцелая» оценка не округляется.