

Решения

Задач заключительного тура Отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом» 2016-2017 учебного года Физика, 10 класс, комплект 1

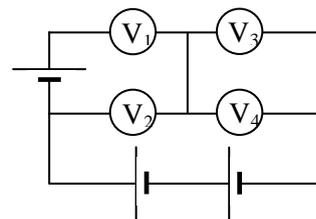
1. Между городами A и B есть три деревни P , Q и R , причем для расстояний между населенными пунктами справедливы такие соотношения:



$AP: PQ: QR: RB = 1:2:3:4$. Автомобиль проехал между городами A и B так, что его скорость между каждым ближайшими населенными пунктами была постоянной, а времена прохождения отрезков AP , PQ , QR и RB относятся друг к другу как $4:3:2:1$. Найти среднюю скорость автомобиля на первой половине пути, если его скорость на отрезке RB равнялась v .

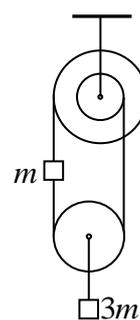
2. Тело падает с некоторой высоты без начальной скорости. В некоторый момент времени оно оказалось на высоте h над землей, а спустя интервал времени Δt на высоте $h/4$. С какой высоты падало тело?

3. Имеется три одинаковых идеальных (с нулевым внутренним сопротивлением) источника напряжения U и четыре одинаковых вольтметра. Приборы соединили в цепь проводами, сопротивлением которых можно пренебречь, так, как это показано на рисунке. Найти показания всех вольтметров.



4. В сосуд с некоторым количеством жидкости опустили работающий нагреватель мощности $P = 1000$ Вт. При этом температура жидкости повысилась на $\Delta T = 1^\circ \text{C}$ за время $t_1 = 10$ с. Когда в этот же сосуд опустили работающий нагреватель мощности $P/2$, то температура жидкости повысилась на ΔT за время $t_2 = 24$ с. За какое время температура жидкости в сосуде повысится на ту же величину ΔT , если в сосуд опустить работающий нагреватель мощности $2P$?

5. Блок склеен из двух дисков с радиусами R и $2R$, насаженных на одну и ту же горизонтальную ось, и подвешен к горизонтальному потолку. На блоки намотана невесомая нерастяжимая нить, к которой прикреплен груз массой m , как это показано на рисунке. Нить охватывает также нижний блок, размеры которого подобраны так, что все отрезки нити вертикальны. Второй груз массой $3m$ прикреплен к оси нижнего блока. Найти ускорение тел. Блоки невесомы.



Решения

1. Пусть $AP = l$. Тогда $PQ = 2l$, $QR = 3l$, $RB = 4l$. Пусть время, затраченное на прохождение отрезка RB , равно t . Тогда, во-первых, времена, затраченные на прохождение остальных участков пути, равны: на QR - $2t$, на PQ - $3t$, на AP - $4t$, а во-вторых,

$$v = \frac{4l}{t}$$

Средняя скорость машины на первой половине пути равна отношению длины половины пути ($5l$) ко времени, затраченному на ее прохождение. Первая половина пути состоит из участка AP , участка PQ и двух третей участка QR . Поэтому на прохождение первой половины пути автомобиль затратит следующее время

$$t_0 = 4t + 3t + \frac{2}{3}2t = \frac{25}{3}t$$

Отсюда получаем для средней скорости автомобиля на первой половине пути

$$v_{cp} = \frac{5l}{(25/3)t} = \frac{3l}{5t} = \frac{3}{20}v.$$

2. Основная идея решения задачи заключается в том, что, рассматривая движение тела от точки на высоте h до точки на высоте $h/4$, можно найти его скорость на высоте h , а потом, например, на основе закона сохранения энергии – высоту начальной точки над землей.

Законы равноускоренного движения для движения от точки на высоте h до точки на высоте $h/4$ дают

$$\frac{3h}{4} = v_0 \Delta t + \frac{g \Delta t^2}{2}$$

Отсюда находим

$$v_0 = \frac{3h}{4 \Delta t} - \frac{g \Delta t}{2}$$

Теперь по закону сохранения механической энергии

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgl$$

Находим высоту l начальной точки над точкой, находящейся на высоте h над землей

$$l = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{\left(\frac{3h}{4 \Delta t} - \frac{g \Delta t}{2} \right)^2}{2g}$$

А затем и искомую высоту H начальной точки над землей

$$H = h + l = h + \frac{\left(\frac{3h}{4 \Delta t} - \frac{g \Delta t}{2} \right)^2}{2g}$$

3. Очевидно, показания третьего и четвертого вольтметра равны

$$U_3 = U_4$$

Поскольку сумма напряжений на элементах любого замкнутого контура равна нулю, то для показаний второго и четвертого вольтметра имеем

$$U_2 + U_4 = 2U$$

Для первого и третьего

$$U_1 + U_3 = 3U$$

С другой стороны, вольтметры одинаковы, следовательно, напряжения на них пропорциональны токам через них. Но сумма токов, текущих через первый и второй вольтметр, равна сумме токов, текущих через третий и четвертый. Поэтому

$$U_3 + U_4 = U_1 + U_2$$

Решая эту систему уравнений, получим

$$U_1 = \frac{7U}{4}, U_2 = \frac{3U}{4}, U_3 = U_4 = \frac{5U}{4}$$

4. Очевидно, что в задаче нужно учитывать потери. Действительно, если бы потерь не было, то при двукратном уменьшении мощности нагревателя время нагрева жидкости на ту же величину ΔT возросло бы вдвое. А оно по условию больше. Поэтому уравнение теплового баланса для первого случая дает

$$cm\Delta T = Pt_1 - wt_1$$

где w - мощность теплопотерь. Для второго нагревателя (мощность теплопотерь такая же, поскольку разность температур жидкости и окружающей среды изменилась мало) имеем

$$cm\Delta T = \frac{P}{2}t_2 - wt_2$$

Решая эту систему уравнений, получим для мощности теплопотерь (поскольку дальнейшие вычисления проще сделать «в числах», сразу вычислим значение мощности теплопотерь)

$$w = \frac{P(t_2 - 2t_1)}{2(t_2 - t_1)} = 143 \text{ Вт}$$

Для третьего случая уравнение теплового баланса с учетом потерь дает

$$cm\Delta T = 2Pt_3 - wt_3$$

Отсюда

$$Pt_1 - wt_1 = 2Pt_3 - wt_3 \quad \Rightarrow \quad t_3 = \frac{(P-w)}{(2P-w)}t_1 = 4,6 \text{ сек.}$$

5. Очевидно, векторы ускорений обоих тел направлены вниз. Действительно, при движении тела m вниз, с верхнего блока сматывается больше нити, чем на него наматывается, следовательно, нижний блок (и нижнее тело) опускается.

Второй закон Ньютона для обоих тел дает

$$\begin{aligned} m\vec{a}_1 &= m\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 \\ 3m\vec{a}_2 &= 3m\vec{g} + \vec{T} \end{aligned}$$

где a_1 и a_2 - ускорения тел с массами m и $3m$ соответственно (остальные обозначения очевидны из рисунка). Или в проекциях на ось x , направленную вертикально вниз

$$\begin{aligned} ma_1 &= mg + T_2 - T_1 \\ 3ma_2 &= 3mg - T \end{aligned} \quad (*)$$

Установим условия связи между неизвестными. Поскольку нижний блок не имеет массы, а на него действуют две силы \vec{T}_2 , направленные вверх, и сила \vec{T} , направленная вниз, то $T = 2T_2$. Верхний блок вращают силы T_2 с плечом $R/2$ и сила T_1 с плечом R . А поскольку он также не имеет массы, то его можно вращать практически нулевым моментом. Поэтому

$$T_1R = T_2R/2 \quad \Rightarrow \quad T_2 = 2T_1$$

В результате система уравнений (*) принимает вид

$$\begin{aligned} ma_1 &= mg + T_1 \\ 3ma_2 &= 3mg - 4T_1 \end{aligned} \quad (**)$$

Найдем связь ускорений. Пусть тело m спустилось на величину Δl . Значит, с большого блока смоталась нить длиной Δl , на малый - наматается $\Delta l/2$. Нить станет длиннее на $\Delta l/2$, нижний блок опустится на $\Delta l/4$. Следовательно, если ускорение тела m равно a , то ускорение тела $3m$ равно $a/4$. Поэтому

$$a_1 = 4a_2$$

В результате система уравнений (**) примет вид

$$\begin{aligned} 4ma_2 &= mg + T_1 \\ 3ma_2 &= 3mg - 4T_1 \end{aligned} \quad (**)$$

Решая систему, найдем

$$a_1 = \frac{28g}{19}, \quad a_2 = \frac{7g}{19}$$

