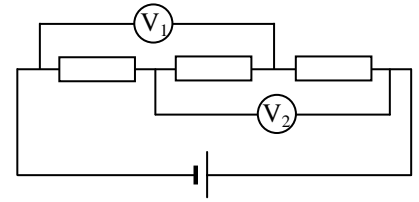


Решения

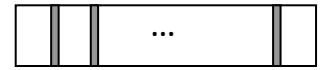
Задач заключительного тура олимпиады «Росатом» 2016-2017 учебного года Физика, 10 класс, комплект 2

1. В электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, три одинаковых резистора соединены последовательно и подключены к батарее с ЭДС $\varepsilon = 6$ В. Два одинаковых вольтметра, подключенных так, как показано на рисунке, показывают напряжение $U = 3$ В. Что будет показывать один из них, если второй вообще отключить от цепи? Внутреннее сопротивление источника равно нулю.



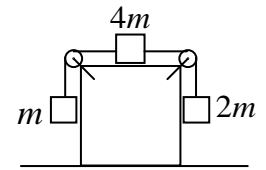
2. Слоненок и Мартышка измеряют длину Удава, который проползал мимо них. В тот момент, когда около них был хвост Удава, Мартышка побежала к его голове и, добежав, положила на землю в ту точку, где находилась голова Удава, банан. Затем она побежала обратно и положила второй банан рядом с кончиком хвоста Удава (который продолжал ползти). Потом пришел Попугай и измерил расстояния от Слоненка (который все время стоял на месте) до бананов в «попугаях». Эти расстояния оказались равны - 48 попугаев и 16 попугаев. Найти отношение скорости Мартышки к скорости Удава и длину Удава в попугаях.

3. В горизонтальном цилиндрическом сосуде длиной l находятся n подвижных теплонепроницаемых поршней, делящих сосуд на $n+1$ отсек. Первоначально температура газа во всех отсеках была равна T_0 , объемы

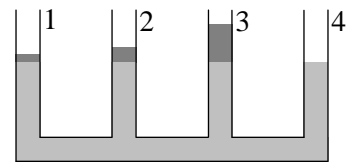


всех отсеков одинаковы. Затем газ в самом левом отсеке нагревают до температуры T_1 , а температуру газа в других отсеках поддерживают равной T_0 . На сколько сместится при этом самый правый поршень?

4. На горизонтальной опоре находится куб, на котором укреплены два блока. Через блоки перекинута нить с грузами массами m , $4m$ и $2m$. Какой горизонтальной силой надо действовать на куб, чтобы он покоился? Трение между кубом и опорой отсутствует; коэффициент трения между верхним телом и кубом - k .

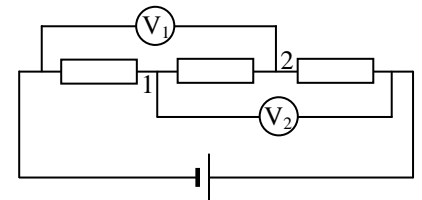


5. Имеются четыре одинаковых цилиндрических сосуда, в которое налито некоторое количество воды. Поверх воды в первый, второй и третий сосуды (сосуды перенумерованы на рисунке) аккуратно наливают слой масла толщиной соответственно h , $2h$ и $3h$. Насколько изменится уровень жидкости в каждом сосуде по сравнению с первоначальным положением после установления равновесия? Известно, что при налипании масла вода ни из одного сосуда полностью маслом не вытесняется. Плотность масла ρ_0 , воды ρ_1 ($\rho_1 > \rho_0$).

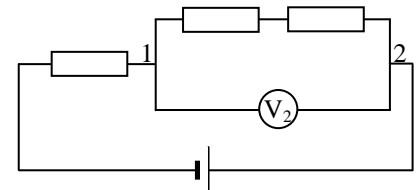


Решения

1. Очевидно, вольтметры неидеальные, поскольку в случае идеальности они должны были бы показывать $2/3$ от напряжения источника, а они показывают половину. Кроме того, из данных условия очевидно, что ток через центральное сопротивление не течет. Действительно, поскольку вольтметры V_1 и V_2 показывают половину напряжения источника, то потенциалы точек 2 и 3 одинаковы. Поэтому ток через центральное сопротивление не течет, его можно выбросить, а падения напряжения на резисторах и вольтметрах одинаковы. Поэтому сопротивление вольтметра равно сопротивлению резисторов.



При выбрасывании одного вольтметра цепь принимает следующий вид (см. рисунок), причем сопротивление участка 1-2 равно $\frac{2R}{3}$, поскольку сопротивление вольтметра равно сопротивлению



резисторов. Поэтому напряжение на участке 1-2 составляет $2/5$ от напряжения источника и, следовательно,

$$V_2 = \frac{2}{5} \varepsilon = 2,4 \text{ В}$$

2. Очевидно, мартышка пробежала до головы удава расстояние $lv_m / (v_m - v_y)$, которое по условию равно 48 попугаям (здесь l - длина Удава, v_m - скорость Мартышки, v_y - скорость Удава). Поэтому

$$\frac{lv_m}{v_m - v_y} = 48 \text{ П} \quad (*)$$

Когда Мартышка побежала обратно, она пробежала расстояние (от точки разворота) $lv_m / (v_m + v_y)$, которое по условию равно 32 П (48 П - 16 П). Поэтому

$$\frac{lv_m}{v_m + v_y} = 32 \text{ П} \quad (**)$$

Решая систему уравнений (*)-(**), найдем

$$\frac{v_m}{v_y} = 5, \quad l = 38,4 \text{ П}$$

3. Из условия равновесия поршней до нагревания заключаем, что количество вещества газа в каждом отсеке одинаково. После нагревания газа в левом отсеке его давление увеличится, что приведет к перемещению всех поршней вправо. При этом поскольку температуры газов во всех отсеках, кроме крайнего левого, одинаковы, то из условия равновесия поршней следует, что объемы этих отсеков должны быть одинаковы. Это значит, что если правый поршень сместился вправо на Δx , то второй справа - на $2\Delta x$, третий - на $3\Delta x$, ... , самый левый - на $n\Delta x$.

Отсюда находим, что объем каждого отсека за исключением самого левого уменьшился на $S\Delta x$, объем левого отсека увеличился на $nS\Delta x$, где S - площадь сечения сосуда. Поэтому условие равновесия самого левого поршня имеет вид

$$\frac{\nu RT_1}{\left(\frac{l}{n+1} + n\Delta x\right)S} = \frac{\nu RT_0}{\left(\frac{l}{n+1} - \Delta x\right)S}$$

где ν - число молей газа в каждом отсеке. Решая уравнение (1), находим перемещение самого правого поршня

$$\Delta x = \frac{l(T_1 - T_0)}{(n+1)(nT_0 + T_1)}$$

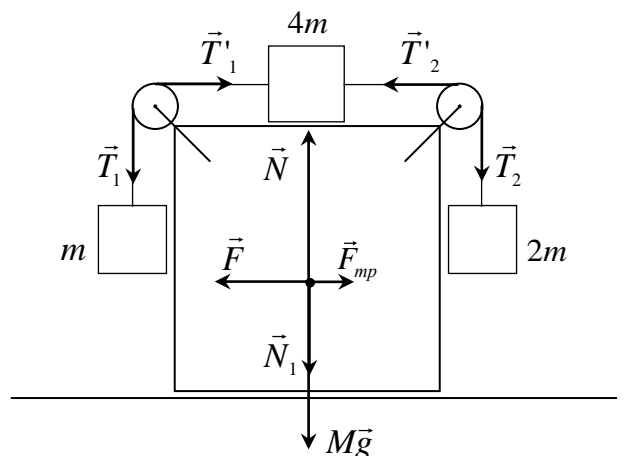
4. Чтобы куб покоился, сумма сил, действующих на него, должна равняться нулю. На куб действуют: сила тяжести $M\vec{g}$ (M - масса куба), верхнее тело с силой \vec{N}_1 , сила реакции опоры \vec{N} , сила трения со стороны верхнего тела (направленная вправо, т.к. верхнее тело движется вправо), внешняя горизонтальная сила \vec{F} , удерживающая куб в покое (направленная, очевидно, влево), и нити, переброшенные через блоки. Нити действуют на куб через блоки, причем каждая нить оказывает воздействие в горизонтальном (\vec{T}'_1 и \vec{T}'_2) и вертикальном (\vec{T}_1 и \vec{T}_2) направлениях (см. рисунок).

Поэтому условие равновесия куба дает

$$F = T_2 - T_1 - F_{mp} \quad (1)$$

где T_1 и T_2 - силы натяжения левой (связанной с меньшим грузом) и правой нитей соответственно, F_{mp} - сила трения. Таким образом, чтобы найти силу F , надо найти силы натяжения нитей и силу трения.

Поэтому рассмотрим задачу динамики для трех тел, скрепленных нитями, при нулевом ускорении куба. На меньшее тело действуют: сила тяжести и сила натяжения левой нити. На верхнее



тело: сила тяжести, сила реакции куба, сила трения, силы натяжения левой и правой нитей. На большее тело: сила тяжести и сила натяжения правой нити. Поэтому второй закон Ньютона для всех тел в проекциях на направления движения каждого тела имеет вид

$$\begin{aligned} ma &= T_1 - mg \\ 4ma &= T_2 - T_1 - 4kmg \\ 2ma &= 2mg - T_2 \end{aligned} \quad (2)$$

(здесь использована одинаковость ускорений тел и одинаковость сил натяжения, действующих со стороны разных концов нитей). Решая систему уравнений (2), находим

$$a = \frac{g(1-4k)}{7}.$$

Теперь из формулы (1) и второго уравнения системы (2) находим силу \vec{F}

$$F = 4ma = \frac{4mg(1-4k)}{7}$$

при $k > 1/4$, тела не будут двигаться по кубу, поэтому и куб будут стоять. $F = 0$. Таким образом

$$F = \frac{4mg(1-4k)}{7}, \text{ при } k < 0,25$$

$$F = 0, \text{ при } k > 0,25$$

5. С точки зрения давления в жидкости наливание в сосуд слоя масла толщиной h эквивалентно наливанию слоя воды толщиной

$$\frac{\rho_0 h}{\rho_1}.$$

Поэтому наливание в систему сосудов слоя масла толщиной $6h$ (в первый, второй и третий сосуды) эквивалентно тому, что мы нальем слой воды толщиной

$$h_1 = \frac{6\rho_0 h}{\rho_1}$$

Но если бы мы налили такое количество воды, она распределилась бы равномерно по четырем сосудам. Учитывая, что в четвертом сосуде будет только вода (по условию масло полностью воду ни из одного сосуда не вытесняет и, следовательно, не может попасть в четвертый сосуд), то уровень воды в нем поднимется на величину

$$\Delta h_4 = \frac{6\rho_0 h}{4\rho_1} = \frac{3\rho_0 h}{2\rho_1}.$$

При этом давление в жидкости (около дна сосуда) возрастет на величину

$$\Delta p = \rho_1 g h_4 = \frac{3}{2} \rho_0 g h \quad (*)$$

Изменение уровня жидкости в первом, втором и правом сосудах найдем из условия увеличения давления в этих сосудах на эту величину.

В первом сосуде находится слой масла толщиной h , который обеспечивает дополнительное давление $\rho_0 g h$. Поэтому для увеличения давления на $(3/2)\rho_0 g h$ в левый сосуд должна войти дополнительная вода, дающая давление около дна сосуда $(1/2)\rho_0 g h$, т.е. слой воды толщиной $(1/2)(\rho_0 / \rho_1)h$. Это значит, что уровень жидкости в первом сосуде увеличится на величину

$$\Delta h_1 = h + \frac{\rho_0}{2\rho_1} h = h \left(1 + \frac{\rho_0}{2\rho_1} \right)$$

Во втором сосуде появится дополнительный слой масла толщиной $2h$, который обеспечивает дополнительное давление

$$2\rho_0 g h$$

Поэтому чтобы давление около дна второго сосуда возросло на величину Δp (*) из второго сосуда должна уйти вода толщиной $(1/2)(\rho_0 / \rho_1)h$. Поэтому уровень воды во втором сосуде поднимется на величину

$$\Delta h_2 = 2h - \frac{\rho_0}{2\rho_1} h = 2h \left(1 - \frac{\rho_0}{4\rho_1} \right)$$

В третьем сосуде появится дополнительный слой масла толщиной $3h$, который обеспечивает дополнительное давление

$$3\rho_0 g h$$

Поэтому чтобы давление около дна третьего сосуда возросло на величину Δp (*) из третьего сосуда должна уйти вода толщиной $(3/2)(\rho_0/\rho_1)h$. Поэтому уровень воды в третьем сосуде поднимется на величину

$$\Delta h_3 = 3h - \frac{3\rho_0}{2\rho_1} h = 3h \left(1 - \frac{\rho_0}{2\rho_1} \right)$$

(проверка: сумма подъемов уровней жидкости во всех сосудах должна дать то, что налили, т.е. $4h$.

$$\Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 + \Delta h_4 = h + \frac{\rho_0}{2\rho_1} h + 2h - \frac{\rho_0}{2\rho_1} h + 3h - \frac{3\rho_0}{2\rho_1} h + \frac{3\rho_0}{2\rho_1} h = 6h$$

как и должно быть).