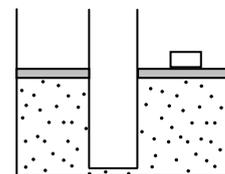


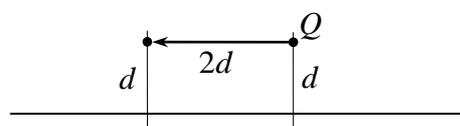
Решения
Задач заключительного тура олимпиады «Росатом» 2016-2017 учебного года
Физика, 11 класс, комплект 2

1. Тело движется с постоянным ускорением a из некоторой точки. Известно, что начальная скорость тела не равна нулю, и когда тело прошло путь S после начала движения, его скорость увеличилась в 2 раза по величине по сравнению с начальной скоростью, но стала ей противоположной. Через какое время после этого скорость тела возрастет еще в 2 раза?

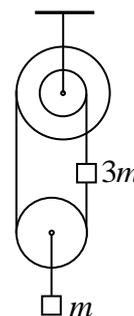
2. Имеется два вертикальных цилиндрических сосуда с разной площадью сечения, которые в своих нижних частях соединены тонкой трубкой. Сосуды закрыты подвижными поршнями одинаковой массы m . Поршни находятся в равновесии на одинаковой высоте h от дна сосуда, но большем поршне лежит дополнительный груз массой $m/2$ (см. рисунок). В некоторый момент времени груз снимают с поршня. На какой высоте от дна сосуда окажется этот поршень после установления равновесия? Атмосферным давлением пренебречь, температура газа не меняется.



3. Точечный заряд Q находится на расстоянии d от очень большой проводящей плоскости. В некоторый момент времени заряд перемещают на расстояние $2d$ вдоль плоскости (см. рисунок), причем так быстро, что за время перемещения заряды Q на плоскости не успели сместиться от своих первоначальных положений. Какое количество теплоты выделится в веществе плоскости в процессе установления равновесия?



4. Блок склеен из двух дисков с радиусами R и $2R$, насаженных на одну и ту же горизонтальную ось, и подвешен к горизонтальному потолку. На блоки намотана невесомая нерастяжимая нить, к которой прикреплен груз массой m , как это показано на рисунке. Нить охватывает также нижний блок, размеры которого подобраны так, что все отрезки нити вертикальны. Второй груз массой $3m$ прикреплен к оси нижнего блока. Найти ускорение тел. Блоки невесомы.



5. Тело движется в некоторой среде. Известно, что сила сопротивления среды пропорциональна квадрату скорости тела. Известно, что скорость тела уменьшилась в 2 раза, через время T после начала движения. Через какое время после этого скорость тела уменьшится еще втрое? Всеми другими силами, кроме силы сопротивления среды, пренебречь.

Решения

1. Из законов равноускоренного движения имеем

$$4v_0^2 + v_0^2 = 2aS$$

где v_0 - начальная скорость тела. Отсюда

$$v_0 = \sqrt{\frac{2aS}{5}}$$

Применяя теперь к движению от этой точки до точки, в которой его скорость стала равна $4v_0$, получим

$$4v_0 = 2v_0 + a\Delta t$$

где Δt - искомое время. Отсюда

$$\Delta t = \sqrt{\frac{8S}{5a}}$$

2. Пусть давление газа в сосуде равно p . Тогда условия равновесия поршней дают

$$pS_1 = mg, \quad pS_2 = \frac{3}{2}mg$$

где S_1 и S_2 - площади сечения более узкого и более широкого сосуда соответственно. Деля эти уравнения друг на друга, найдем отношения площадей сечения сосудов $S_1/S_2 = 2/3$. Когда с большого поршня мы снимаем груз, условия равновесия обоих поршней одновременно не могут удовлетвориться при любом их положении. Это значит, что малый поршень должен опуститься на дно сосуда, а весь газ перейти в большой сосуд, причем из условия равновесия большого поршня имеем для давления газа в большом сосуде

$$p_1 = \frac{mg}{S_2}$$

Применяя теперь к газу в широком сосуде закон Клапейрона-Менделеева, получим

$$mgh_1 = \nu RT \quad (*)$$

где h_1 - высота поршня над дном широкого сосуда после снятия груза и установления равновесия, ν - количество вещества газа во всем сосуде, T - температура газа. С другой стороны, закон Клапейрона-Менделеева для газа во всем сосуде до снятия груза дает

$$\frac{mg}{S_1}(S_1h + S_2h) = \nu RT \quad (**)$$

Деля уравнения (*) и (**) друг на друга и учитывая соотношение площадей сечения сосудов, получим

$$h_1 = \frac{5}{2}h$$

3. Как известно, со стороны проводящей плоскости на точечный заряд Q действует такая же сила, как со стороны точечного заряда $-Q$, расположенного за плоскостью на таком же расстоянии, как и точечный заряд. Или (другими словами), на плоскости индуцируются такие заряды, поле которых совпадает с полем точечного заряда, расположенного за плоскостью на таком же расстоянии от него. А поскольку по условию в процессе перемещения точечного заряда Q заряды на плоскости не успевают перераспределиться, то необходимо совершить такую же работу, как при перемещении точечного заряда Q в поле покоящегося точечного заряда $-Q$. А она, в свою очередь, равна изменению потенциальной энергии заряда Q , перемещающегося из точки на расстоянии $2d$ от покоящегося заряда $-Q$, в точку на расстоянии

$$\sqrt{(2d)^2 + (2d)^2} = \sqrt{8}d$$

от этого заряда (см. рисунок). Поэтому необходимо совершить работу

$$A = Q \left(\frac{kQ}{2d} - \frac{kQ}{\sqrt{8}d} \right) = \frac{kQ^2}{d} \frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}}$$

(k - постоянная закона Кулона). После перераспределения зарядов на плоскости потенциальная энергия взаимодействия заряда и плоскости вернется к первоначальному значению. Поэтому вся совершенная работа выделится в виде теплоты. Поэтому

$$q = \frac{kQ^2}{d} \frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}}$$

4. Силы, действующие на тела, показаны на рисунке. Второй закон Ньютона для обоих тел дает

$$3m\vec{a}_1 = 3m\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2$$

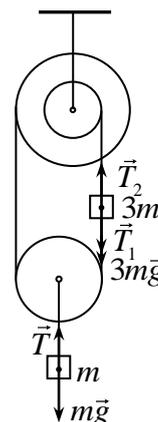
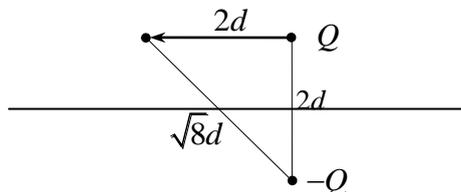
$$m\vec{a}_2 = m\vec{g} + \vec{T}$$

где a_1 и a_2 - ускорения тел с массами $3m$ и m соответственно (остальные обозначения очевидны из рисунка). Или в проекциях на ось x , направленную вертикально вниз

$$3ma_{1x} = 3mg + T_1 - T_2$$

$$ma_{2x} = mg - T \quad (*)$$

Установим условия связи между неизвестными. Поскольку нижний блок не имеет



массы, а на него действуют две силы \vec{T}_1 , направленные вверх, и сила \vec{T} , направленная вниз, то $T = 2T_1$. Верхний блок вращают силы T_2 с плечом $R/2$ и сила T_1 с плечом R . А поскольку он также не имеет массы, то его можно вращать практически нулевым моментом. Поэтому

$$T_1 R = T_2 R / 2 \quad \Rightarrow \quad T_2 = 2T_1$$

В результате система уравнений (*) принимает вид

$$\begin{aligned} 3ma_{1x} &= 3mg - T_1 \\ ma_{2x} &= mg - 2T_1 \end{aligned} \quad (**)$$

Найдем теперь связь ускорений. Во-первых, ясно, что ускорения тел будут направлены противоположно. Действительно, если тело $3m$ опускается, то нить сматывается с маленького блока, но одновременно наматывается на большой блок. А поскольку блоки склеены, они поворачиваются на один и тот же угол, и на большой блок наматывается больше веревки, и нижний блок поднимется. Поэтому если тело $3m$ спустилось на Δl , на большой блок наматывается $2\Delta l$, веревка станет короче на Δl , нижний блок поднимется на $\Delta l/2$. Следовательно, если ускорение тела $3m$ равно a и направлено вниз, ускорение тела m равно $a/2$ и направлено вверх. И наоборот. Поэтому

$$a_{2x} = -a_{1x} / 2$$

В результате система уравнений (**) примет вид

$$\begin{aligned} 3ma_{1x} &= 3mg - T_1 \\ ma_{1x} / 2 &= 2T_1 - mg \end{aligned} \quad (***)$$

Умножая первое уравнение системы (***) на 2 и складывая уравнения, найдем, что ускорение тела с массой $3m$ направлено вниз и равно

$$a_1 = \frac{10}{13} g,$$

а ускорение тела с массой m направлено вверх и равно

$$a_2 = \frac{5}{13} g$$

5. Обозначим силу сопротивления среды как $F = \alpha v^2$. Тогда второй закон Ньютона для рассматриваемого тела в проекциях на ось, направленную вдоль движения тела, дает

$$\Delta v = -kv^2 \Delta t$$

где $k = \alpha / m$ (m - масса тела). Или

$$-\frac{\Delta v}{v^2} = k \Delta t$$

Но величина в левой части есть приращение величины $1/v$ (вместе со знаком), величина в правой части – приращение величины kt . Поэтому приращение величины $kt - 1/v$ равно нулю

$$\Delta \left(kt - \frac{1}{v} \right) = 0$$

а, следовательно, сама величина в скобках есть постоянная

$$kt - \frac{1}{v} = C$$

Используя это соотношение для двукратного уменьшения скорости, получим

$$-\frac{1}{v} = kT - \frac{2}{v} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{1}{kv}$$

Поэтому для шестикратного (по сравнению с начальной скоростью) уменьшения скорости имеем

$$kT - \frac{2}{v} = k(T + T_1) - \frac{6}{v} \quad \Rightarrow \quad T_1 = \frac{4}{kv}$$

где T_1 - искомое время, через которое скорость тела уменьшилась еще в три раза. Отсюда получаем

$$T_1 = 4T$$