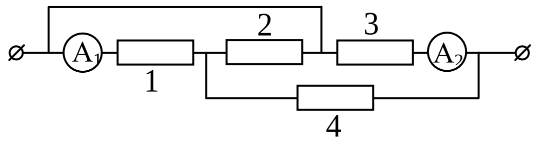
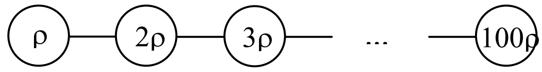
Решения
Задач заключительного тура Отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом» 2016-2017 учебного года
Физика, 8 класс, комплект 1

1. Одну пятую часть пути автомобиль ехал со скоростью $v_1 = 40$ км/ч, а оставшуюся часть - со скоростью $v_2 = 60$ км/ч. Найти среднюю скорость автомобиля на всем пути.

2. Четыре резистора с сопротивлениями $R_1 = 6$ Ом, $R_2 = 3$ Ом, $R_3 = 15$ Ом, $R_4 = 8$ Ом соединены в цепь вместе с двумя идеальными амперметрами (с нулевым сопротивлением) так, как показано на рисунке. Показания амперметра A_1 известны - $I_1 = 0,1$ А. Найти показания амперметра A_2.



3. Сто тел одинакового объема V имеют плотности ρ, 2ρ, … 100ρ. Тела связывают веревками так, как показано на рисунке, и бросают в воду. При какой максимальной плотности ρ все тела не утонут в воде? Плотность воды $\rho_0 = 1000$ кг/м^3.



4. В калориметр, содержащей некоторое количество воды с неизвестной температурой, положили кусок льда с температурой $t_1 = -50°$ С. После установления равновесия весь лед превратился в воду с температурой $t_0 = 0°C$. После того как в калориметр положили еще восемь таких же куска льда с той же температурой $t_1 = -50°C$, вся вода превратилась в лед с температурой $t_0 = 0°C$. Найти начальную температуру воды. Удельная теплоемкость льда $c_л = 2,1\cdot 10^3$ Дж/(кг$\cdot$град), удельная теплоемкость воды $c_в = 4,2\cdot 10^3$ Дж/(кг$\cdot$град), удельная теплота плавления льда $\lambda = 336\cdot 10^3$ Дж/кг.

5. Человек движется по эскалатору и считает ступеньки. В первый раз, двигаясь с некоторой постоянной скоростью, он насчитал n_1=65 ступенек. Во второй раз его скорость относительно эскалатора была вдвое больше его скорости относительно эскалатора в первом случае, и он насчитал $n_2 = 80$ ступенек. Сколько ступенек он насчитает на покоящемся эскалаторе?

Решение

1. По определению средней скорости имеем

$$v_{ср} = \frac{S}{t}$$

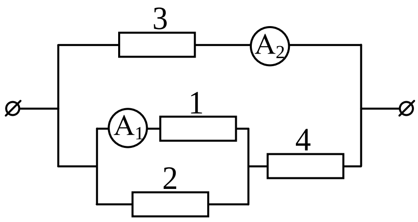
где S расстояние между городами, t - затраченное на весь путь время. Это время найдем через известные скорости автомобиля на первой и второй частях пути, получим

$$t = \frac{S}{5v_1} + \frac{4S}{5v_2} = \frac{S\left(v_2 + 4v_1\right)}{5v_1 v_2}$$

Отсюда

$$v_{ср} = \frac{5v_1 v_2}{v_2 + 4v_1} = 54,5 \text{ км/ч}$$

2. Данная в условии цепь эквивалентна цепи



Сопротивление нижнего участка цепи находим по правилам последовательного и параллельного соединения резисторов

$$\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+R_4=10\ \text{Ом}$$

Поэтому ток через резистор 4 равен

$$I_4=\frac{U}{10}(\text{A})$$

где U - напряжение, приложенное к цепи (в вольтах). На участке параллельного соединения резисторов 1 и 2 ток I_4 делится в отношении R_1/R_2. Отсюда находим ток через амперметр A_1

$$I_1=\frac{R_2}{R_1+R_2}I_4=\frac{U}{30}(\text{A})$$

(где напряжение взято в вольтах). Ток через верхний участок цепи есть

$$I_2=\frac{U}{R_3}=\frac{U}{15}(\text{A})$$

(где напряжение взято в вольтах). Сравнивая две последних формулы, заключаем, что ток через амперметр A_2 вдвое больше тока через амперметр A_1 . Т.е.

$$I_2=2I_1=0{,}2\ \text{A}$$

3. Тела не утонут в воде, если средняя плотность ста шаров будет меньше плотности воды. Найдем среднюю плотность шаров. По определению имеем

$$\rho_{ср}=\frac{m_1+m_2+...+m_{100}}{100V}=\frac{\rho\left(1+2+...+100\right)}{100}$$

Сумму всех чисел в скобках можно вычислить, если сложить первое с последним ($1+100=101$), второе с предпоследним ($2+99=101$), … пятидесятое с пятьдесят первым ($50+51=101$). Поскольку таких пар 50, а сумма чисел каждой пары – 101, то

$$1+2+...+100=50\cdot 101$$

Поэтому $1+2+...+100=50\cdot 101$. Отсюда находим среднюю плотность тела составленного из ста шаров

$$\rho_{ср}=\frac{101\rho}{2}$$

Тела не утонут в воде, если

$$\frac{101\rho}{2}\le\rho_0 \qquad \Rightarrow \qquad \rho\le\frac{2\rho_0}{101}=19{,}8\ \text{кг/м}^3 .$$

4. Пусть масса льда - m, масса воды - M, искомая температура воды - t_2. Тогда уравнение теплового баланса для опускания в калориметр одного куска льда дает

$$c_л m\left(t_0-t_1\right)+\lambda m=c_в M\left(t_2-t_0\right) \qquad \Rightarrow \qquad t_2=t_0+\frac{m}{M}\left(\frac{c_л\left(t_0-t_1\right)+\lambda}{c_в}\right)$$

Отношение масс куска льда и воды в калориметре найдем, используя второе условие

$$c_л 8m\left(t_0-t_1\right)=\lambda\left(M+m\right) \qquad \Rightarrow \qquad \frac{m}{M}=\frac{\lambda}{8c_л\left(t_0-t_1\right)-\lambda}$$

Отсюда

$$t_2=t_0+\frac{\lambda\left(c_л\left(t_0-t_1\right)+\lambda\right)}{c_в\left(8c_л\left(t_0-t_1\right)-\lambda\right)}=70°C$$

5. Пусть скорость человека в первом случае v, во втором $2v$, скорость эскалатора - u, длина эскалатора - l, длина одной ступеньки - Δl. Чтобы найти число ступенек, которое насчитает человек, найдем его перемещение относительно эскалатора за то время, которое человек потратит на его прохождение, и разделим на длину одной ступеньки.

В первом случае скорость человека относительно эскалатора равна $v+u$, поэтому человек затратит на его прохождение время $l/\left(v+u\right)$, за которое эскалатор пройдет расстояние $lu/\left(v+u\right)$.

Поэтому человек переместится относительно эскалатора на расстояние $l\left(1-u/\left(v+u\right)\right)$, и следовательно насчитает

$$n_1=\frac{lv}{\Delta l\left(v+u\right)} \tag{*}$$

ступенек. Во втором случае он насчитает

$$n_2=\frac{2lv}{\Delta l\left(2v+u\right)}$$

Деля эти равенства друг на друга, получим

$$\frac{n_1}{n_2}=\frac{2v+u}{2\left(v+u\right)}=\frac{2+x}{2\left(1+x\right)}$$

где $x=u/v$. Из этого уравнения находим отношение скоростей эскалатора и человека

$$x=\frac{2\left(n_2-n_1\right)}{2n_1-n_2}.$$

Когда человек идет по неподвижному эскалатору он насчитает $l/\Delta l$ ступенек, которое найдем из формулы (*)

$$n=\frac{l}{\Delta l}=\frac{n_1\left(v+u\right)}{v}=n_1\left(1+x\right)$$

Отсюда

$$n=\frac{n_1 n_2}{2n_1-n_2}=104$$