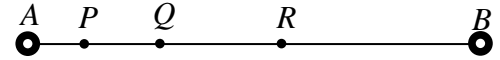


Решения

Задач заключительного тура Отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом» 2016-2017 учебного года Физика, 9 класс, Комплект 1

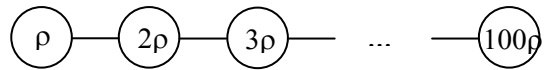
1. Между городами A и B есть три деревни P , Q и R , причем для расстояний между населенными пунктами справедливы такие соотношения:



$AP : PQ : QR : RB = 1 : 2 : 3 : 4$. Автомобиль проехал между городами A и B так, что его скорость между каждыми ближайшими населенными пунктами была постоянной, а времена прохождения отрезков AP , PQ , QR и RB относятся друг к другу как $4 : 3 : 2 : 1$. Найти среднюю скорость автомобиля на первой половине пути, если его скорость на отрезке RB равнялась v .

2. Тело падает с некоторой высоты без начальной скорости. В некоторый момент времени оно оказалось на высоте h над землей, а спустя интервал времени Δt на высоте $h/4$. С какой высоты падало тело?

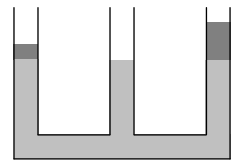
3. Сто тел одинакового объема V имеют плотности ρ , 2ρ , ... 100ρ . Тела связывают веревками так, как показано на рисунке, и бросают в воду. При какой максимальной



плотности ρ все тела не утонут в воде? Плотность воды $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$.

4. В калориметр, содержащей некоторое количество воды с неизвестной температурой, положили кусок льда с температурой $t_1 = -50^\circ \text{C}$. После установления равновесия весь лед превратился в воду с температурой $t_0 = 0^\circ \text{C}$. После того как в калориметр положили еще восемь таких же кусков льда с той же температурой $t_1 = -50^\circ \text{C}$, вся вода превратилась в лед с температурой $t_0 = 0^\circ \text{C}$. Найти начальную температуру воды. Удельная теплоемкость льда $c_l = 2,1 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{град)}$, удельная теплоемкость воды $c_w = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{град)}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 336 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг}$.

5. Имеются три одинаковых цилиндрических сосуда, в которое налито некоторое количество воды. Поверх воды в левый и правый сосуд аккуратно наливают слой масла – в левый сосуд толщиной $h = 3 \text{ см}$, в правый $3h$. На сколько изменятся уровни жидкости в левом, среднем и правом сосудах после установления равновесия? Известно, что при налипании масла вода из левого и правого сосудов маслом полностью не вытесняется. Плотность масла $\rho_0 = 0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, воды $\rho_1 = 1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.



Решения

1. Пусть $AP = l$. Тогда $PQ = 2l$, $QR = 3l$, $RB = 4l$. Пусть время, затраченное на прохождение отрезка RB , равно t . Тогда, во-первых, времена, затраченные на прохождение остальных участков пути, равны: на QR - $2t$, на PQ - $3t$, на AP - $4t$, а во-вторых,

$$v = \frac{4l}{t}$$

Средняя скорость машины на первой половине пути равна отношению длины половины пути ($5l$) ко времени, затраченному на ее прохождение. Первая половина пути состоит из участка AP , участка PQ и двух третей участка QR . Поэтому на прохождение первой половины пути автомобиль затратит следующее время

$$t_0 = 4t + 3t + \frac{2}{3}2t = \frac{25}{3}t$$

Отсюда получаем для средней скорости автомобиля на первой половине пути

$$v_{cp} = \frac{5l}{(25/3)t} = \frac{3l}{5t} = \frac{3}{20}v.$$

2. Основная идея решения задачи заключается в том, что, рассматривая движение тела от точки на высоте h до точки на высоте $h/4$, можно найти его скорость на высоте h , а потом, например, на основе закона сохранения энергии – высоту начальной точки над землей.

Законы равноускоренного движения для движения от точки на высоте h до точки на высоте $h/4$ дают

$$\frac{3h}{4} = v_0 \Delta t + \frac{g \Delta t^2}{2}$$

Отсюда находим

$$v_0 = \frac{3h}{4\Delta t} - \frac{g\Delta t}{2}$$

Теперь по закону сохранения механической энергии

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgl$$

Находим высоту l начальной точки над точкой, находящейся на высоте h над землей

$$l = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{\left(\frac{3h}{4\Delta t} - \frac{g\Delta t}{2}\right)^2}{2g}$$

А затем и искомую высоту H начальной точки над землей

$$H = h + l = h + \frac{\left(\frac{3h}{4\Delta t} - \frac{g\Delta t}{2}\right)^2}{2g}$$

3. Тела не утонут в воде, если средняя плотность ста шаров будет меньше плотности воды. Найдем среднюю плотность шаров. По определению имеем

$$\rho_{cp} = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_{100}}{100V} = \frac{\rho(1 + 2 + \dots + 100)}{100}$$

Сумму всех чисел в скобках можно вычислить, если сложить первое с последним ($1 + 100 = 101$), второе с предпоследним ($2 + 99 = 101$), ... пятидесятое с пятьдесят первым ($50 + 51 = 101$). Поскольку таких пар 50, а сумма чисел каждой пары – 101, то

$$1 + 2 + \dots + 100 = 50 \cdot 101$$

Поэтому $1 + 2 + \dots + 100 = 50 \cdot 101$. Отсюда находим среднюю плотность тела составленного из ста шаров

$$\rho_{cp} = \frac{101\rho}{2}$$

Тела не утонут в воде, если

$$\frac{101\rho}{2} \leq \rho_0 \quad \Rightarrow \quad \rho \leq \frac{2\rho_0}{101} = 19,8 \text{ кг/м}^3.$$

4. Пусть масса льда - m , масса воды - M , искомая температура воды - t_2 . Тогда уравнение теплового баланса для опускания в калориметр одного куска льда дает

$$c_{\lambda} m (t_0 - t_1) + \lambda m = c_{\text{в}} M (t_2 - t_0) \quad \Rightarrow \quad t_2 = t_0 + \frac{m}{M} \left(\frac{c_{\lambda} (t_0 - t_1) + \lambda}{c_{\text{в}}} \right)$$

Отношение масс куска льда и воды в калориметре найдем, используя второе условие

$$c_{\lambda} 8m (t_0 - t_1) = \lambda (M + m) \quad \Rightarrow \quad \frac{m}{M} = \frac{\lambda}{8c_{\lambda} (t_0 - t_1) - \lambda}$$

Отсюда

$$t_2 = t_0 + \frac{\lambda (c_{\lambda} (t_0 - t_1) + \lambda)}{c_{\text{в}} (8c_{\lambda} (t_0 - t_1) - \lambda)} = 70^{\circ}\text{C}$$

5. С точки зрения давления в жидкости наливание в сосуд слоя масла толщиной h эквивалентно наливанью слоя воды толщиной

$$\frac{\rho_0 h}{\rho_1}$$

Поэтому наливание в систему сосудов слоя масла толщиной $4h$ (в левый и правый сосуды) эквивалентно тому, что мы нальем слой воды толщиной

$$h_1 = \frac{4\rho_0 h}{\rho_1}$$

Но если бы мы налили такое количество воды, она распределилась бы равномерно по трем сосудам. Учитывая, что в среднем сосуде будет только вода (по условию масло полностью воду из левого и правого сосуда не вытесняет), то уровень воды в нем поднимется на величину

$$\Delta h_{cp} = \frac{4\rho_0 h}{3\rho_1} = 3,6 \text{ см.}$$

При этом давление в жидкости (около дна сосуда) возрастет на величину

$$\Delta p = \rho_1 g h_{cp} = \frac{4}{3} \rho_0 g h \quad (*)$$

Изменение уровня жидкости в левом и правом коленах сосуда найдем из условия увеличения давления в этих сосудах на эту величину.

В левом сосуде находится слой масла толщиной h , который обеспечивает дополнительное давление

$$\rho_0 g h$$

Поэтому для увеличения давления на $(4/3)\rho_0 g h$ в левый сосуд должна войти дополнительная вода, дающая давление около дна сосуда $(1/3)\rho_0 g h$, т.е. слой воды толщиной $(1/3)(\rho_0 / \rho_1)h$. Это значит, что уровень жидкости в левом колене увеличится на величину

$$\Delta h_{лев} = h + \frac{\rho_0}{3\rho_1} h = 3,9 \text{ см}$$

В правом сосуде появится дополнительный слой масла толщиной $3h$, который обеспечивает дополнительное давление

$$3\rho_0 g h$$

Поэтому чтобы давление около дна правого сосуда возросло на величину Δp (*) из правого сосуда должна уйти вода толщиной $(5/3)(\rho_0 / \rho_1)h$. Поэтому уровень воды в правом сосуде поднимется на величину

$$\Delta h_{прав} = 3h - \frac{5\rho_0}{3\rho_1} h = 7,5 \text{ см}$$

(проверка: сумма подъемов уровней жидкости во всех сосудах должна дать то, что налили, т.е. $4h$.)

$$\Delta h_{лев} + \Delta h_{cp} + \Delta h_{прав} = h + \frac{\rho_0}{3\rho_1} h + \frac{4\rho_0 h}{3\rho_1} + 3h - \frac{5\rho_0}{3\rho_1} h = 4h$$

как и должно быть).