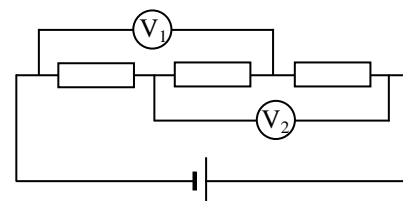


## Решения

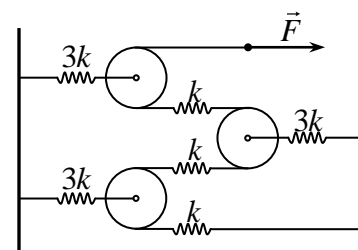
### Задач заключительного тура олимпиады «Росатом» 2016-2017 учебного года Физика, 9 класс, комплект 2

1. В электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, три одинаковых резистора соединены последовательно и подключены к батарее с ЭДС  $\varepsilon = 6$  В. Два одинаковых вольтметра, подключенных так, как показано на рисунке, показывают напряжение  $U = 3$  В. Что будет показывать один из них, если второй вообще отключить от цепи? Внутреннее сопротивление источника равно нулю.



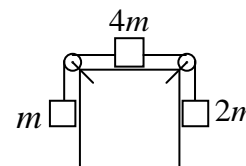
2. Два тела, расстояние между которыми  $l$ , начинают двигаться одновременно в одном направлении: первое из состояния покоя равноускоренно с ускорением  $a$ , второе, догоняющее первое, равномерно со скоростью  $v$ . При каком минимальном значении  $v$ , второе тело догонит первое?

3. Три одинаковые пружины с коэффициентами жесткости  $k$  связаны кусками невесомой нерастяжимой нити. Полученная нить переброшена через три невесомых блока, привязанных к вертикальным стенам с помощью одинаковых пружин с коэффициентами жесткости  $3k$  (см. рисунок). На конец нити действуют силой  $F$ . Насколько переместится при этом конец нити?



4. Слоненок и Мартышка измеряют длину Удава, который проползал мимо них. В тот момент, когда около них был хвост Удава, Мартышка побежала к его голове и, добежав, положила на землю в ту точку, где находилась голова Удава, банан. Затем она побежала обратно и положила второй банан рядом с кончиком хвоста Удава (который продолжал ползти). Потом пришел Попугай и измерил расстояния от Слоненка (который все время стоял на месте) до бананов в «попугаях». Эти расстояния оказались равны - 48 попугаев и 16 попугаев. Найти отношение скорости Мартышки к скорости Удава и длину Удава в попугаях.

5. На горизонтальной опоре находится куб, на котором укреплены два блока. Через блоки перекинута нить с грузами массами  $m$ ,  $4m$  и  $2m$ . Какой горизонтальной силой надо действовать на куб, чтобы он покоился? Трение между кубом и опорой отсутствует; коэффициент трения между верхним телом и кубом -  $k$ .



## Решения

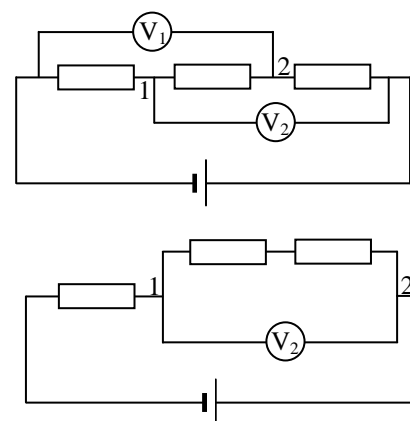
1. Очевидно, вольтметры неидеальные, поскольку в случае идеальности они должны были бы показывать  $2/3$  от напряжения источника, а они показывают половину. Кроме того, из данных условия очевидно, что ток через центральное сопротивление не течет. Действительно, поскольку вольтметры  $V_1$  и  $V_2$  показывают половину напряжения источника, то потенциалы точек 2 и 3 одинаковы. Поэтому ток через центральное сопротивление не течет, его можно выбросить, а падения напряжения на резисторах и вольтметрах одинаковы. Поэтому сопротивление вольтметра равно сопротивлению резисторов.

При выбрасывании одного вольтметра цепь принимает следующий вид (см. рисунок), причем сопротивление участка 1-2 равно  $\frac{2R}{3}$ ,

поскольку сопротивление вольтметра равно сопротивлению резисторов. Поэтому напряжение на участке 1-2 составляет  $2/5$  от напряжения источника и, следовательно,

$$V_2 = \frac{2}{5} \varepsilon = 2,4 \text{ В}$$

2. Зависимости координат тел от времени (начало координат находится в точке, откуда начало двигаться второе тело, ось  $x$  направлена вдоль движения тел) имеют вид



$$x_1(t) = l + \frac{at^2}{2}$$

$$x_2(t) = vt$$

Второе тело догонит первое, если для какого-то значения  $t$  выполнено условие

$$\frac{at^2}{2} - vt + l = 0 \quad (*)$$

или, другими словами, квадратное уравнение (\*) имеет решение, т.е. его дискриминант неотрицателен

$$v^2 \geq 2al$$

Отсюда  $v_{\min} = \sqrt{2al}$ .

3. Сила натяжения нити, охватывающей блоки, одинакова во всех точках. Поэтому пружины с коэффициентами жесткости  $k$  будут растянуты на величину

$$\Delta x = \frac{F}{k}$$

На блоки со стороны этой нити действует сила  $2F$ . Поэтому пружины с жесткостью  $3k$  будут растянуты на величину

$$\Delta x_1 = \frac{2F}{3k},$$

и за счет перемещения каждого из них освободится кусок нити, переброшенной через блоки, длиной  $2\Delta x_1$  (с одной и другой стороны от каждого блока). Поэтому перемещение конца нити будет равно

$$\Delta l = 3\Delta x + 6\Delta x_1 = \frac{3F}{k} + 6 \frac{2F}{3k} = \frac{7F}{k}$$

4. Очевидно, мартышка пробежала до головы удава расстояние  $lv_m / (v_m - v_y)$ , которое по условию равно 48 попугаям (здесь  $l$  - длина Удава,  $v_m$  - скорость Мартышки,  $v_y$  - скорость Удава). Поэтому

$$\frac{lv_m}{v_m - v_y} = 48 \text{ П} \quad (*)$$

Когда Мартышка побежала обратно, она пробежала расстояние (от точки разворота)  $lv_m / (v_m + v_y)$ , которое по условию равно 32 П (48 П - 16 П). Поэтому

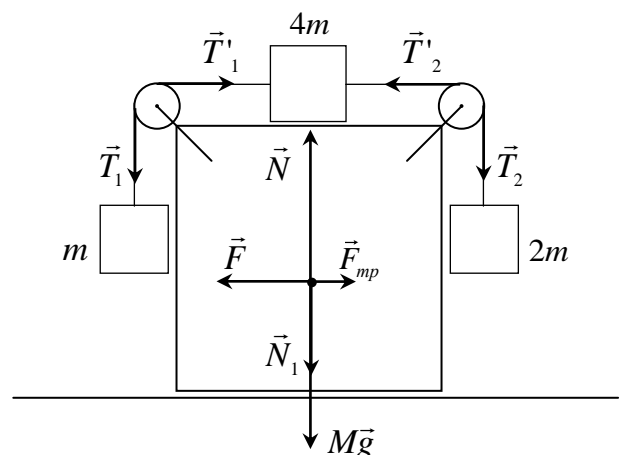
$$\frac{lv_m}{v_m + v_y} = 32 \text{ П} \quad (**)$$

Решая систему уравнений (\*)-(\*\*), найдем

$$\frac{v_m}{v_y} = 5, \quad l = 38,4 \text{ П}$$

5. Чтобы куб покоился, сумма сил, действующих на него, должна равняться нулю. На куб действуют: сила тяжести  $M\vec{g}$  ( $M$  - масса куба), верхнее тело с силой  $\vec{N}_1$ , сила реакции опоры  $\vec{N}$ , сила трения со стороны верхнего тела (направленная вправо, т.к. верхнее тело движется вправо), внешняя горизонтальная сила  $\vec{F}$ , удерживающая куб в покое (направленная, очевидно, влево), и нити, переброшенные через блоки. Нити действуют на куб через блоки, причем каждая нить оказывает воздействие в горизонтальном ( $\vec{T}'_1$  и  $\vec{T}'_2$ ) и вертикальном ( $\vec{T}_1$  и  $\vec{T}_2$ ) направлениях (см. рисунок). Поэтому условие равновесия куба дает

$$F = T_2 - T_1 - F_{mp} \quad (1)$$



где  $T_1$  и  $T_2$  - силы натяжения левой (связанной с меньшим грузом) и правой нитей соответственно,  $F_{тр}$  - сила трения. Таким образом, чтобы найти силу  $F$ , надо найти силы натяжения нитей и силу трения.

Поэтому рассмотрим задачу динамики для трех тел, скрепленных нитями, при нулевом ускорении куба. На меньшее тело действуют: сила тяжести и сила натяжения левой нити. На верхнее тело: сила тяжести, сила реакции куба, сила трения, силы натяжения левой и правой нитей. На большее тело: сила тяжести и сила натяжения правой нити. Поэтому второй закон Ньютона для всех тел в проекциях на направления движения каждого тела имеет вид

$$\begin{aligned} ma &= T_1 - mg \\ 4ma &= T_2 - T_1 - 4kmg \\ 2ma &= 2mg - T_2 \end{aligned} \quad (2)$$

(здесь использована одинаковость ускорений тел и одинаковость сил натяжения, действующих со стороны разных концов нитей). Решая систему уравнений (2), находим

$$a = \frac{g(1-4k)}{7}.$$

Теперь из формулы (1) и второго уравнения системы (2) находим силу  $\vec{F}$

$$F = 4ma = \frac{4mg(1-4k)}{7}$$

при  $k > 1/4$ , тела не будут двигаться по кубу, поэтому и куб будут стоять.  $F = 0$ . Таким образом

$$\begin{aligned} F &= \frac{4mg(1-4k)}{7}, \quad \text{при } k < 0,25 \\ F &= 0, \quad \text{при } k > 0,25 \end{aligned}$$