Задания первого очного отборочного тура
Отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом»
(олимпиада им.проф. И.В.Савельева)
Физика, 10 класс
23 октября 2016 г.

1. До какой минимальной температуры нужно нагреть стальной кубик, чтобы при постановке его на лед с температурой $t_0 = 0°$ С он смог полностью погрузиться в лед. Плотность льда $\rho_0 = 900$ кг/м^3 , плотность стали $\rho = 7800$ кг/м^3, удельная теплоемкость стали $c = 4,6 \cdot 10^2$ Дж/(кг$\cdot$град), удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,4 \cdot 10^5$ Дж/кг.

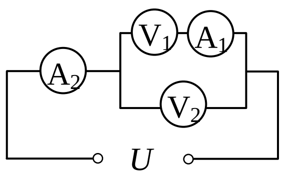
Решение. Чтобы куб мог полностью погрузиться в лед, нужно чтобы количество теплоты, выделившееся при его остывании от начальной температуры до температуры льда ($t_0 = 0°$ С) было достаточно, чтобы растопить лед, объем которого больше или равен объему куба. Минимальной начальной температуре льда t_x, достаточной для этого, отвечает ситуация, когда объем растаявшего льда равен объему куба. Поэтому для минимальной температуры куба получим

$$\lambda \rho_0 V = c \rho V \left(t_x - t_0 \right)$$

где V - объем куба. Отсюда получаем

$$t_x = t_0 + \frac{\lambda \rho_0}{c \rho} = 105°C$$

2. Два одинаковых амперметра A_1 и A_2 и два одинаковых вольтметра V_1 и V_2 включены в электрическую цепь так, как показано на рисунке. Показания приборов оказались следующими: амперметра A_1: I_1, вольтметра V_1 - U_1, вольтметра V_2 - U_2. Найти ток через амперметр A_2 и сопротивления амперметров и вольтметров.



Решение. Так как вольтметры обладают одинаковым сопротивлением, то отношение напряжения на них равно отношению токов. Поэтому через вольтметр V_2 течет ток $I_1 U_2 / U_1$. Поэтому ток, текущий через амперметр A_2 равен

$$I_2 = I_1 + \frac{I_1 U_2}{U_1} = I_1 \frac{U_1 + U_2}{U_1}$$

Сопротивление вольтметра найдем по закону Ома: ток через вольтметр V_1 равен I_1 (такой же как через амперметр A_1), напряжение на нем - U_1. Поэтому

$$R_V = \frac{U_1}{I_1}.$$

Ток через амперметр A_1 равен I_1, напряжение на нем $U_2 - U_1$. Поэтому

$$R_A = \frac{U_2 - U_1}{I_1}.$$

3. Со ступеньки высотой h под некоторым углом к горизонту бросают тело. Известно, что полное время движения тела равно t. Найти отношение времени подъема тела до верхней точки траектории ко времени спуска от верхней точки до поверхности земли.

Решение. Пусть тело бросают с начальной скоростью v_0 под углом α к горизонту. Тогда время подъема тела до верхней точки и ее высота над ступенькой определяется соотношением

$$t_{под} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}, \; H = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

Время спуска тела от точки максимального подъема до поверхности земли равно времени падения тела с высоты $h + H$

$$t_{сп}^2 = \frac{2(H+h)}{g} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{g^2} + \frac{2h}{g} = t_{под}^2 + \frac{2h}{g}.$$

Таким образом, время подъема и время спуска удовлетворяют следующим уравнениям

$$\begin{cases} t_{сп} + t_{под} = t \\ t_{сп}^2 - t_{под}^2 = \dfrac{2h}{g} \end{cases}$$

Решая систему уравнений, находим

$$t_{сп} = \frac{t}{2} + \frac{h}{gt}, \qquad t_{под} = \frac{t}{2} - \frac{h}{gt}$$

Отсюда

$$\frac{t_{под}}{t_{сп}} = \frac{gt^2 - 2h}{gt^2 + 2h}$$

4. Чтобы пробить закрепленную дощечку пуля должна иметь минимальную скорость v. Какую минимальную скорость должна иметь пуля, чтобы пробить эту же дощечку, подвешенную на длинной нити? Масса пули m, дощечки – $10m$.

Решение. Когда дощечка не закреплена, она после попадания пули будет, поэтому вся энергия пули затрачивается на совершение работы против сил сопротивления. Когда же дощечка может двигаться, часть энергии пули будет потрачена на то, чтобы заставить ее двигаться, и поэтому для пробивания дощечки начальная энергия пули должна быть больше. Найдем ее.

Пусть при пробивании пулей дощечки она должна совершить работу против сил сопротивления A. Поскольку при минимальной скорости пробивания дощечки поля вылетает практически с нулевой скоростью, то

$$\frac{mv^2}{2} = A \qquad (*)$$

Когда дощечка не закреплена, то для системы дощечка-пуля выполнены законы сохранения импульса и энергии, причем при минимальной скорости пробивания скорость пули при вылете из дощечки практически равна скорости дощечки, а работа против сил сопротивления такая же, как и в случае закрепленной дощечки (поскольку она определяется силами взаимодействия пули и дощечки, которые не зависят от того, двигается дощечка или нет). Поэтому

$$mv_1 = (m+M)u$$
$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{(m+M)u^2}{2} = A$$

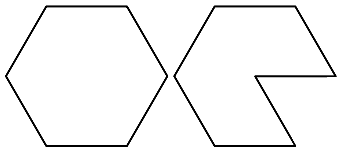
где v_1 минимальная скорость пули, необходимая для пробивания незакрепленной дощечки, u - скорость дощечки и пули в момент вылета пули из дощечки. Решая систему уравнений с учетом условия (*), получим

$$v_1 = \sqrt{\frac{m+M}{M}}v$$

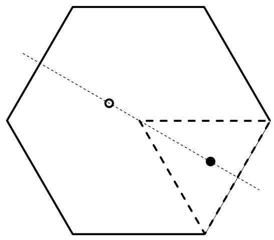
В первом варианте $M = 10m$. Поэтому

$$v_1 = \sqrt{\frac{11}{10}}v$$

5. Имеется однородный плоский правильный шестиугольник, длина ребра которого равна a. Из шестиугольника вырезан правильный треугольник так, как показано на рисунке. Насколько сместился при этом центр тяжести фигуры?



Решение. Рассмотрим «целый» шестиугольник. Его центр тяжести находится в центре (из симметрии). С другой стороны, этот центр тяжести можно найти как центр тяжести мысленно выделенного треугольника (показан на рисунке черным кружком) и части шестиугольника без треугольника (показан на рисунке прозрачным кружком). Но центр тяжести треугольника находится в точке пересечения медиан, т.е. на расстоянии



$$\frac{\sqrt{3}a}{3}$$

(где a - длина стороны шестиугольника) от центра шестиугольника. Поэтому расстояние от центра шестиугольника до центра тяжести шестиугольника без треугольника x можно найти из соотношения

$$5mx = m\frac{\sqrt{3}}{3}a$$

Отсюда

$$x = \frac{\sqrt{3}a}{15}$$