Задания первого очного отборочного тура
Отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом»
(олимпиада им.проф. И.В.Савельева)
Физика, 9 класс
23 октября 2016 г.

1. До какой минимальной температуры нужно нагреть стальной кубик, чтобы при постановке его на лед с температурой $t_0 = 0°$ С он смог полностью погрузиться в лед. Плотность льда $\rho_0 = 900$ кг/м^3, плотность стали $\rho = 7800$ кг/м^3, удельная теплоемкость стали $c = 4{,}6 \cdot 10^2$ Дж/(кг·град), удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}4 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Решение. Чтобы куб мог полностью погрузиться в лед, нужно чтобы количество теплоты, выделившееся при его остывании от начальной температуры до температуры льда ($t_0 = 0°$ С) было достаточно, чтобы растопить лед, объем которого больше или равен объему куба. Минимальной начальной температуре льда t_x, достаточной для этого, отвечает ситуация, когда объем растаявшего льда равен объему куба. Поэтому для минимальной температуры куба получим

$$\lambda\rho_0 V = c\rho V\left(t_x - t_0\right)$$

где V - объем куба. Отсюда получаем

$$t_x = t_0 + \frac{\lambda\rho_0}{c\rho} = 105°C$$

2. В метро есть два эскалатора. Один из них работает на подъем, второй не работает. Чебурашка спустился по работающему эскалатору, а затем поднялся по неработающему, затратив на это движение время t. Затем он спустился по неработающему эскалатору, а поднялся по работающему, затратив на это движение время $2t/3$. Найти скорость движущегося эскалатора, если скорость Чебурашки относительно эскалатора при движении вниз равна v и вдвое больше скорости его скорости при движении вверх.

Решение. Соотношения «расстояние-время-скорость» для спуска-подъема по работающему-неработающему эскалатору и наоборот дают

$$\frac{l}{v-u} + \frac{l}{v/2} = t$$
$$\frac{l}{v/2+u} + \frac{l}{v} = \frac{2t}{3}$$

где l - длина эскалатора, u - его скорость. Из этой системы уравнений получаем квадратное уравнение для u:

$$2u^2 - 11uv + 3v^2 = 0$$

Отсюда

$$u = \frac{\left(11-\sqrt{97}\right)}{4}v$$

(второй корень не удовлетворяет условию, т.к. $u > v$).

3. Два одинаковых амперметра A_1 и A_2 и два одинаковых вольтметра V_1 и V_2 включены в электрическую цепь так, как показано на рисунке. Показания приборов оказались следующими: амперметра A_1: I_1, вольтметра V_1 - U_1, вольтметра V_2 - U_2. Найти ток через амперметр A_2 и сопротивления амперметров и вольтметров.

Решение. Так как вольтметры обладают одинаковым сопротивлением, то отношение напряжения на них равно отношению токов. Поэтому через вольтметр V_2 течет ток $I_1 U_2 / U_1$. Поэтому ток, текущий через амперметр A_2 равен

$$I_2 = I_1 + \frac{I_1 U_2}{U_1} = I_1 \frac{U_1 + U_2}{U_1}$$

Сопротивление вольтметра найдем по закону Ома: ток через вольтметр V_1 равен I_1 (такой же как через амперметр A_1), напряжение на нем - U_1. Поэтому

$$R_V = \frac{U_1}{I_1}.$$

Ток через амперметр A_1 равен I_1, напряжение на нем $U_2 - U_1$. Поэтому

$$R_A = \frac{U_2 - U_1}{I_1}.$$

4. Со ступеньки высотой h под некоторым углом к горизонту бросают тело. Известно, что полное время движения тела равно t. Найти отношение времени подъема тела до верхней точки траектории ко времени спуска от верхней точки до поверхности земли.

Решение. Пусть тело бросают с начальной скоростью v_0 под углом α к горизонту. Тогда время подъема тела до верхней точки и ее высота над ступенькой определяется соотношением

$$t_{под} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}, \quad H = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

Время спуска тела от точки максимального подъема до поверхности земли равно времени падения тела с высоты $h + H$

$$t_{сп}^2 = \frac{2(H+h)}{g} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{g^2} + \frac{2h}{g} = t_{под}^2 + \frac{2h}{g}.$$

Таким образом, время подъема и время спуска удовлетворяют следующим уравнениям

$$\begin{cases} t_{сп} + t_{под} = t \\ t_{сп}^2 - t_{под}^2 = \dfrac{2h}{g} \end{cases}$$

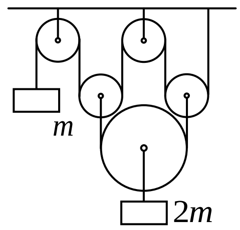
Решая систему уравнений, находим

$$t_{сп} = \frac{t}{2} + \frac{h}{gt}, \qquad t_{под} = \frac{t}{2} - \frac{h}{gt}$$

Отсюда

$$\frac{t_{под}}{t_{сп}} = \frac{gt^2 - 2h}{gt^2 + 2h}$$

5. В системе из пяти блоков и двух грузов блоки и нити невесомы, нити нерастяжимы. Массы грузов равны m и $2m$ (см. рисунок). Найти ускорения грузов.



Решение. На тела действуют силы тяжести и силы натяжения нитей, к которым тела привязаны. Второй закон Ньютона для тел в проекциях на ось x, направленную вертикально вниз, дает

$$\begin{aligned} mg - T_1 &= ma_{1,x} \\ 2mg - T_2 &= 2ma_{2,x} \end{aligned} \qquad (*)$$

где $a_{1,x}$ и $a_{2,x}$ - проекции ускорения тела массой m и массой $2m$ на указанную ось соответственно, T_1 - сила натяжения нити, прикрепленной к телу массой m, T_2 - сила натяжения нити, прикрепленной к телу массой $2m$. Найдем условия связи ускорений и сил натяжения. На систему из большого блока и двух подвижных маленьких действуют сила T_2 и четыре силы T_1. А поскольку эти блоки не имеют массы, то сумма этих сила равна нулю. Отсюда

$$T_2 = 4T_1 \qquad (**)$$

Связь ускорений можно найти так. Если тело с массой m опустится на величину Δx, то два маленьких подвижных блока поднимутся на величину $\Delta x/4$. Поэтому ускорение тела массой $2m$ по модулю в четверо меньше ускорения тела с массой m. А поскольку их направления противоположны, то

$$a_{1,x} = -4a_{2,x} \qquad (***)$$

Решая систему уравнений (*)-(***), получим

$$a_{1,x} = \frac{4g}{9}; \qquad a_{2,x} = -\frac{g}{9}$$

Поскольку проекция ускорения тела с массой m на ось, направленную вертикально вниз, оказалась положительной, то это тело движется вниз, второе вверх.