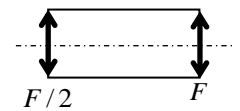


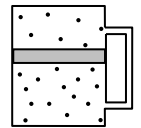
Решения
Заключительный тур олимпиады Росатом,
физика, 11 класс, 2017-2018 учебный год, комплект 4

1. Две собирающие линзы одинакового диаметра вставлены в трубу с зачерненными внутренними боковыми стенками (все лучи, падающие на стенки, поглощаются). Известно, что фокусное расстояние одной линзы вдвое больше фокусного расстояния другой, и что параллельные лучи, падающие вдоль оси трубы с любой стороны, после прохождения трубы остаются параллельными. На трубу падает пучок параллельных лучей одинаковой интенсивности сначала слева, а потом справа. Найти отношение освещенностей экрана, расположенного соответственно справа и слева от трубы. **Указание.** Освещенностью поверхности называется отношение световой энергии, падающей на малый элемент поверхности, к его площади.

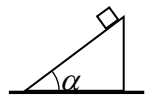


2. Граната брошена вертикально вверх с начальной скоростью v_0 . В верхней точке своей траектории граната разрывается на множество осколков, которые разлетаются во все стороны с одинаковыми скоростями. Известно, что осколки падали на землю в течение интервала времени Δt . Через какое время после взрыва упал на землю самый первый осколок?

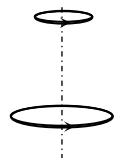
3. Вертикальный цилиндрический сосуд разделен подвижным поршнем массой m и площадью S на два отсека. Под действием силы тяжести поршень медленно опускается. При этом давления газа в сосуде остаются неизменными, что обеспечивается перетеканием газа по трубке малого объема. Температуры газа в отсеках поддерживаются постоянными: T в верхнем и $1,2T$ в нижнем. Найти давление газа в отсеках.



4. На вершину клина, одна грань которого наклонена под углом α , а вторая перпендикулярна горизонтальной поверхности, кладут маленькое тело массой m (см. рисунок). Коэффициент трения между телом и клином равен k , трение между клином и поверхностью таково, что клин не скользит по поверхности. Возможно ли опрокидывание клина? При какой массе клина?

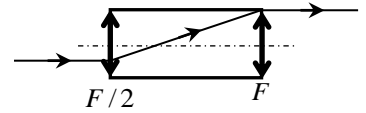


5. Имеется два кольца с радиусами R и $2R$, плоскости которых параллельны друг другу. Кольца расположены на очень большом расстоянии d друг от друга так, что их центры лежат на одной прямой, перпендикулярной плоскости колец. В кольцах текут одинаковые токи I . Найти силу взаимодействия колец.



Решения

1. Чтобы пучок оставался параллельным, у линз должны совпадать фокусы. При падении лучей на левую линзу на правую линзу попадут лучи, идущие на расстоянии, не большем половины радиуса левой линзы. Поэтому на площадь, равную площади падающего пучка, придется одна четверть его энергии (остальная попадет на боковые стенки трубы). При падении лучей справа, луч, идущий через край правой линзы, окажется на расстоянии, равном половине радиуса левой. Поэтому вся энергия пучка придется на четверо меньшую площадь. Поэтому



$$\frac{W_{\text{правый экран}}}{W_{\text{левый экран}}} = \frac{1}{16}$$

2. Граната поднимается на высоту

$$h = \frac{v_0^2}{2g}$$

В этот момент времени граната взрывается и осколки разлетаются во все стороны с одинаковыми скоростями. Пусть скорости осколков сразу после взрыва равна v . Тогда, очевидно, осколки будут падать на землю в течение времени

$$\Delta t = \frac{2v}{g} \quad (*)$$

Действительно, первым на землю упадет осколок, летящий после взрыва вертикально вниз, последним – вертикально вверх. А поскольку последний вернется в точку взрыва через время $(*)$ после взрыва, а затем в точности повторит движение первого, то время $(*)$ и будет интервалом между падениями на землю последнего и первого. Из формулы $(*)$ находим скорости осколков сразу после взрыва

$$v = \frac{g\Delta t}{2}$$

Чтобы найти время падения на землю первого осколка применим к нему закон равноускоренного движения

$$h = vt + \frac{gt^2}{2} \quad (**)$$

где t - время падения на землю первого осколка. Решая квадратное уравнение $(**)$, находим

$$t = \sqrt{\left(\frac{v_0}{g}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2} - \frac{\Delta t}{2}$$

3. Поскольку поршень движется медленно, то он в любой момент времени находится в равновесии. Поэтому

$$mg = (p_n - p_e)S \quad (*)$$

где p_n и p_e - давления газа снизу и сверху от поршня, S - площадь сосуда. Поскольку давления и температуры газов над и под поршнем не изменяются, то не изменяются и концентрации газов. А поскольку изменения объемов верхнего и нижнего отсеков одинаковы по величине, и все молекулы из нижнего отсека переходят в верхний, то концентрации газов над и под поршнем одинаковы. Используя далее основное уравнение МКТ $p = nkT$, где n - концентрация молекул газа, k - постоянная Больцмана, T - абсолютная температура, получим из $(*)$

$$n = \frac{mg}{kS(T_n - T_e)} = \frac{mg}{0,2kST} = \frac{5mg}{kST}$$

Теперь из основного уравнения МКТ находим давления

$$p_n = nkT_n = \frac{5mgT_n}{ST} = \frac{6mg}{S}, \quad p_e = nkT_e = \frac{5mgT_e}{ST} = \frac{5mg}{S}$$

4. Если коэффициент трения таков, что тело покоится на наклонной грани клина ($k > \text{tg } \alpha$), то клин не может опрокинуться. Действительно, в этом случае сила, действующая на тело со стороны клина, направлена вертикально вверх и равна по величине силе тяжести тела (тело покоится!). Поэтому сила, действующая на клин со стороны тела, направлена вертикально вниз и не может опрокинуть

прямоугольный клин. Если же тело движется с ускорением, направленным вниз вдоль плоскости, то ситуация другая. В этом случае нормальная компонента силы реакции плоскости равна $mg \cos \alpha$ (m - масса тела), а компонента силы реакции, направленная вдоль плоскости (сила трения) меньше, чем $mg \sin \alpha$. А это значит, что суммарная сила, действующая на тело со стороны клина, направлена левее вертикали (см. рисунок), а на клин со стороны тела (противоположная и равная по величине первой силе) – правее. Следовательно, эта сила может опрокинуть клин.

Найдем «границу» опрокидывания клина через вершину прямого угла. В момент опрокидывания сила реакции будет сосредоточена в вершине, поэтому для опрокидывания клина момент суммарной силы, действующей на клин со стороны тела (сила реакции + трения), должен стать больше момента силы тяжести (относительно вершины прямого угла). Пусть ширина нижней грани клина равна a . Тогда момент силы тяжести относительно вершины прямого угла равен

$$M_{mg} = \frac{1}{3} Mga$$

Момент суммарной силы, действующей на клин со стороны тела, можно вычислить отдельно для сил реакции и трения, а затем сложить. Имеем

$$M_{mp} = kmg \cos \alpha \cdot a \sin \alpha$$

где $a \sin \alpha$ - плечо силы трения относительно вершины прямого угла. Аналогично для момента силы реакции имеем

$$M_{reak} = -mg \cos \alpha \cdot a \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} = -mga \sin^2 \alpha$$

где $a \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha}$ - плечо силы реакции относительно вершины прямого угла (знак «-» - потому что сила реакции «вращает» клин по часовой стрелке относительно вершины прямого угла). Отсюда заключаем, что клин перевернется, если

$$mga \sin^2 \alpha \geq kmg \sin \alpha \cos \alpha + \frac{1}{3} Mga$$

Или

$$m \geq \frac{M}{3 \sin \alpha (\sin \alpha - k \cos \alpha)}$$

5. Найдем индукцию магнитного поля, созданного кольцом радиуса $2R$ в области второго кольца, а затем по закону Ампера найдем силу взаимодействия колец.

Индукция магнитного поля кольца на его оси направлена вдоль оси, а в точках, расположенных на некотором расстоянии от оси (т.е. в области второго кольца) под некоторым углом к оси (см. рисунок). Используя далее, закон взаимодействия магнитного поля и тока (закон Ампера), заключаем, что суммарная сила Ампера, действующая на кольцо радиуса R со стороны магнитного поля второго кольца, направлена вдоль оси колец и определяется составляющей вектора \vec{B} , направленной перпендикулярно оси

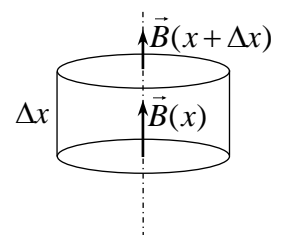
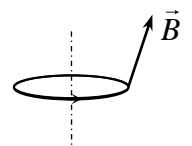
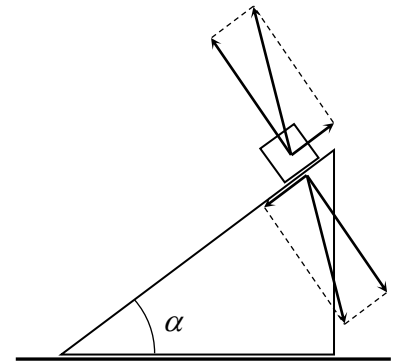
$$F = 2\pi RIB_{\perp} \quad (1)$$

где B_{\perp} - составляющая вектора индукции, перпендикулярная оси кольца. Найдем B_{\perp} .

Используем известное выражение для индукции магнитного поля кольца на его оси на расстоянии x от его плоскости

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{I(2R)^2}{((2R)^2 + x^2)^{3/2}} \quad (2)$$

где I - ток в кольце, $2R$ - его радиус. Рассмотрим вспомогательную цилиндрическую поверхность соосную оси кольца, с радиусом, равным радиусу второго кольца R , и малой высотой Δx (см. рисунок). Т.к. величина индукции на оси кольца уменьшается с ростом расстояния от кольца, то поток вектора магнитной



индукции через верхнее основание цилиндрической поверхности меньше потока через нижнее. А поскольку поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю (отсутствуют магнитные заряды), то разница потоков через основания

$$\Delta\Phi = \pi R^2 (B(x) - B(x + \Delta x)) \quad (3)$$

(πR^2 - площадь оснований цилиндра) равна потоку вектора магнитной индукции через боковую поверхность цилиндра

$$\Delta\Phi = B_{\perp} 2\pi R \Delta x \quad (4)$$

где $2\pi R \Delta x$ - площадь его боковой поверхности. Из формул (3), (4) находим

$$B_{\perp} = -\frac{R (B(x + \Delta x) - B(x))}{2 \Delta x} \quad (5)$$

Т.к. Δx мало, то выражение (5) сводится к производной величины индукции на оси кольца (2) по x . Дифференцируя функцию (2), находим по формулам (5), (1) в пределе $x \gg R$

$$F = 6\pi\mu_0 \frac{I^2 R^4}{x^4}.$$