Решения
Отборочный тур олимпиады Росатом 2018-2019 учебного года, физика, 11 класс
Комплект 4

1. Идеальный газ расширяется по закону: $pV^3 = \text{const}$ (p и V - давление и объем газа). Во сколько раз изменяется внутренняя энергия газа при увеличении его объема в $n = 3$ раза?

2. На гладком горизонтальном столе лежит пробирка длиной l и массой $5m$. По оси пробирки горизонтально со скоростью v летит шарик массой m. Шарик влетает в пробирку, упруго отражается от ее дна, а затем вылетает из нее. Через какое время после влета в пробирку это произойдет? Искривлением траектории шарика за счет силы тяжести пренебречь.

3. Несколько одинаковых тел спускаются с парашютом с установившейся скоростью v_1. Когда одно тело оторвалось, установилась скорость падения v_2. Какая установится скорость, если оторвется еще одно тело? Считать, что сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости и определяется только парашютом - тела вклада в силу сопротивления воздуха не дают.

4. В цилиндрическом сосуде с водой площадью сечения S плавает кусочек льда с вмороженным в него телом. Масса тела m, плотность ρ (плотность тела больше плотности воды). Понизится или повысится уровень воды в сосуде и на сколько, если лед полностью растает? Плотность воды ρ_0.

5. На гибкую замкнутую непроводящую нить длиной l нанизаны три бусинки с зарядами одного знака q, $2q$ и $3q$, которые могут без трения скользить по нити. Бусинки отпускают, и они приходят в состояние равновесия. Найти силу натяжения нити. Ответ обосновать.

Ответы и решения

1. Пусть начальные объем и давление газа равны V_1 и p_1. Тогда начальная внутренняя энергия газа равна

$$U_1 = \alpha \nu R T_1 = \alpha p_1 V_1$$

где α - числовой коэффициент, зависящий от атомности молекул газа (3/2 для одноатомного газа и т.д.). Конечное давление газа находим из уравнения процесса

$$p_2 V_2^3 = p_1 V_1^3 \qquad \Rightarrow \qquad p_2 = \frac{p_1}{n^3}$$

Поэтому конечная внутренняя энергия газа равна

$$U_2 = \alpha \nu R T_2 = \alpha p_2 V_2 = \alpha \frac{p_1}{n^3} n V_1 = \frac{1}{n^2} \alpha p_1 V_1$$

Отсюда заключаем, что внутренняя энергия газа в рассматриваемом процессе уменьшилась в $n^2 = 9$ раз.

Критерии оценки задачи

1. Использована правильная связь внутренней энергии с давлением и объемом – 0,5 балла
2. Правильное использование уравнения состояния газа – 0,5 балла
3. правильное выражение для конечной внутренней энергии – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

Максимальная оценка за задачу – 2 балла

2. Шарик долетит до дна пробирки за время

$$t_1 = \frac{l}{v}$$

Далее используем законы сохранения импульса и энергии в момент удара

$$mv = -mv_1 + 5mv_2$$
$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{5mv_2^2}{2}$$

Решая эту систему уравнений относительно v_1 и v_2, получим

$$v_1 = \frac{2v}{3}, \qquad v_2 = \frac{v}{3}$$

Учитывая, что скорости шарика и пробирки направлены противоположно, находим относительную скорость шарика относительно пробирки

$$v_{отн} = v_1 + v_2 = v$$

А это значит, что шарик вылетит из пробирки за такое же время. Поэтому шарик вылетит из пробирки через время

$$t = \frac{2l}{v} \qquad (*)$$

А от масс шарика и пробирки это время не зависит. В эту формулу укладываются и два предельных случая. Если масса пробирки много больше массы шарика, пробирка после удара будет стоять, а шарик двигаться с той же скоростью и проведет в пробирке время (*). Если соотношение масс обратное (масса шарика много больше массы пробирки), шарик при ударе не изменит скорость, а пробирка будет двигаться со скоростью $2v$, и, следовательно, шарик проведет в пробирке время (*).

Критерии оценки задачи

1. Правильно использованы законы сохранения энергии и импульса – 0,5 балла

2. Из законов сохранения правильно найдены конечные скорости тел – 0,5 балла

3. Правильно найдена скорость шарика относительно пробирки – 0,5 балла

4. Правильно найдено время движения шарика в пробирке – 0,5 балла

Максимальная оценка за задачу – 2 балла

3. Для установившейся скорости падения в первом и втором случае имеем

$$kv_1^2 = Nmg$$
$$kv_2^2 = (N-1)mg$$
$$kv_3^2 = (N-2)mg$$

где k - коэффициент пропорциональности силы сопротивления воздуха и скорости, N - количество тел, m - масса одного тела, v_3 - искомая скорость. Вычитая второе уравнение из первого, получим для k

$$k = \frac{mg}{v_1^2 - v_2^2}$$

А, вычитая третье из второго, найдем

$$kv_2^2 - kv_3^2 = mg, \qquad \Rightarrow \qquad v_3^2 = v_2^2 - \frac{mg}{k} = v_2^2 - \left(v_1^2 - v_2^2\right) = 2v_2^2 - v_1^2$$

Или

$$v_3 = \sqrt{2v_2^2 - v_1^2}$$

При этом для данных скоростей должно быть выполнено условие $v_1 < \sqrt{2}v_2$.

Критерии оценки задачи

1. Правильно записаны условия для установившихся скоростей падения тел для разного их количества – 0,5 балла

2. Правильно найден коэффициент пропорциональности между силой сопротивления и квадратом скорости парашюта – 0,5 балла

3. Получен правильный ответ для скорости в случае трех тел – 0,5 балла

4. Сформулировано ограничение на скорости для случая двух и трех тел – 0,5 балла

Максимальная оценка за задачу – 2 балла

4. Пусть масса льда M. Тогда условие плавания льда с телом в воде дает

$$\left(m+M\right)g=\rho_0 g V_1,$$

где V_1 - объем погруженной в воду части льда. Или, другими словами, объем вытесненной воды в начальном состоянии равен

$$V_1=\frac{m}{\rho_0}+\frac{M}{\rho_0}. \qquad (*)$$

После того, как лед растаял, в сосуде появилось дополнительное количество воды массой M и, следовательно, объемом

$$V_2=\frac{M}{\rho_0} \qquad (**)$$

Но вытеснен объем воды равный объему тела (тело имеет плотность, большую плотности воды, поэтому оно утонуло).

Очевидно, если величина $V_{тела}+V_2$ больше объема вытесненной в первом случае воды, уровень воды в сосуде повысится. Если меньше – понизится, если равен – не изменится. Поэтому сравним эти объемы

$$V_{тела}+V_2 \vee V_1 \qquad (***)$$

С помощью формул (*), (**) сравнение (***) приводится к виду

$$V_{тела} \vee \frac{m}{\rho_0}$$

Но в этом неравенстве левая часть, очевидно, меньше правой, поскольку плотность тела есть m/ρ, а плотность тела больше плотности воды. Следовательно, в конечном состоянии вытесняется объем воды, меньший на величину

$$\Delta V=\frac{m}{\rho_0}-V_{тела}=\frac{m}{\rho_0}-\frac{m}{\rho}=\frac{m\left(\rho-\rho_0\right)}{\rho_0\rho}.$$

Этот объем распределяется равномерно по всему сосуду, поэтому уровень воды опустится на величину

$$\Delta h=\frac{\Delta V}{S}=\frac{m\left(\rho-\rho_0\right)}{S\rho_0\rho}$$

Критерии оценки задачи

1. Понята основная идея решения – сравнение вытесненных объемов воды в случаях, когда тело в коробке и когда утонуло – 0,5 балла

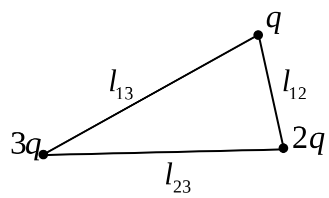
2. Правильно найден объем вытесненной воды, когда тело лежит в коробке – 0,5 балла

3. Правильно найден объем вытесненной воды, когда тело вынуто и утонуло – 0,5 балла

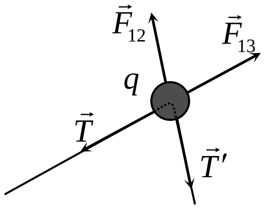
4. Правильный ответ – 0,5 балла

Максимальная оценка за задачу – 2 балла

5. Благодаря кулоновскому отталкиванию бусинки натянут нить и расположатся в вершинах треугольника. Поскольку заряды бусинок разные по величине, положение равновесия бусинок будет достигаться при различных расстояниях между ними. Поэтому треугольник, в который растянется нить, будет неправильным (см. рисунок).



Рассмотрим условия равновесия бусинки с зарядом q. На нее действуют силы отталкивания от зарядов $2q$ и $3q$ (силы $\vec{F}_{12}$ и $\vec{F}_{13}$ соответственно). Кроме того, на бусинку действует сила со стороны нити, которая равна сумме сил натяжения нити $\vec{T}$ и $\vec{T}'$ в тех точках, где пропадает контакт между нитью и бусинкой (по аналогии с силой, действующей на блок со стороны переброшенной через него нити). Эти силы, действующие на бусинку с зарядом q, показаны на рисунке. Условие равновесия бусинки имеет вид



$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{T} + \vec{T}' = 0 \qquad (*)$$

Очевидно, силы $\vec{F}_{12}$ и $\vec{T}'$ направлены вдоль одной и той же прямой (соединяющей заряды q и $2q$), силы $\vec{F}_{13}$ и $\vec{T}$ - также вдоль одной и той же, но другой по сравнению с первой, прямой (соединяющей заряды q и $3q$). Поэтому, проецируя уравнение (*) на оси, перпендикулярные сначала одной, а затем другой прямой, получим

$$\left|\vec{F}_{12}\right| = \left|\vec{T}'\right| \qquad\qquad \left|\vec{F}_{13}\right| = \left|\vec{T}\right| \qquad (**)$$

А поскольку величины сил натяжения участков нити между зарядами q и $2q$, а также между зарядами q и $3q$ одинаковы (это одна и та же нить), из формулы (**) заключаем, что $F_{12} = F_{13}$. Аналогично доказываем, что $F_{12} = F_{23}$. Таким образом в равновесии бусинки занимают такое положение на нити, что силы их взаимодействия одинаковы (и равны силе натяжения нити). Поэтому с использованием закона Кулона получаем

$$F_{12} = T = \frac{2kq^2}{l_{12}^2} \qquad F_{13} = T = \frac{3kq^2}{l_{13}^2} \qquad F_{23} = T = \frac{6kq^2}{l_{23}^2} \qquad (***)$$

где $k = \left(4\pi\varepsilon_0\right)^{-1}$ - постоянная в законе Кулона, l_{12}, l_{13} и l_{23} - расстояния между бусинками q и $2q$, q и $3q$ и $2q$ и $3q$. Выражая из формул (***) величины l_{12}, l_{13} и l_{23} и учитывая, что их сумма равна длине нити, получим

$$l = \sqrt{\frac{2kq^2}{T}} + \sqrt{\frac{3kq^2}{T}} + \sqrt{\frac{6kq^2}{T}} = \sqrt{\frac{kq^2}{T}}\left(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6}\right) \qquad (4*)$$

Из формулы (4*) находим

$$T = \frac{kq^2\left(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6}\right)^2}{l^2}$$

Критерии оценки задачи

1. Понято, что расстояния между зарядами могут меняться, и они расположатся так, что для каждого выполнено условие равновесия – 0,5 балла

2. Правильные условия равновесия для каждого заряда и доказательство, что силы взаимодействия каждой пары зарядов одинаковы – 0,5 балла

3. Правильная система уравнения для длин участков нити – 0,5 балла

4. Правильный ответ – 0,5 балла

Максимальная оценка за задачу – 2 балла

Оценка работы. Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов. «Полуцелая» оценка не округляется.