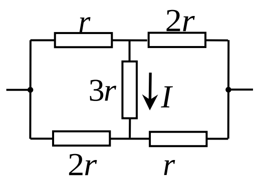
Отборочный тур
Отраслевой физико-математической олимпиады «Росатом»,
2019-2020 учебный год,
физика, 11 класс
(комплект 2)

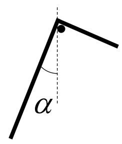
1. Три машины одновременно выехали из города А в город В и ехали с постоянными скоростями. Первая машина - со скоростью v, вторая - $2v/3$. Известно, что вторая машина пришла в город В на время Δt позже первой машины, а третья – на такое же время позже второй. Найти скорость третьей машины.

2. Горизонтальный цилиндрический сосуд длиной l разделен на две части подвижной перегородкой. С одной стороны от перегородки содержится 1 моль кислорода, с другой – 1 моль гелия и 1 моль кислорода, а перегородка находится в равновесии. В некоторый момент времени перегородка становится проницаемой для гелия и остается непроницаемой для кислорода. Найти перемещение перегородки. Температура не меняется в течение всего процесса.

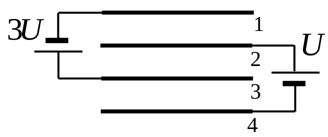
3. К электрической цепи, схема которой приведена на рисунке, приложили некоторое напряжение. Известна сила тока I, текущего через центральное сопротивление. Найти силу тока через верхние сопротивления r и $2r$. Значения всех сопротивлений приведены на схеме.



4. Однородный стержень длиной l сгибают под прямым углом в точке, делящей стержень в отношении 2:1. Стержень повешен на горизонтально расположенную ось (см. рисунок). Найти угол α между длинной стороной прямого угла и вертикалью.



5. Четыре параллельные пластины находятся на равных расстояниях друг от друга. Пластины попарно подключают к источникам напряжения U и $3U$ как это показано на рисунке. Найти разность потенциалов между пластинами 2 и 3 $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_3$. Краевыми эффектами пренебречь.



Решения

1. Пусть расстояние между городами равно l. Тогда для времени Δt отставания второго автомобиля от первого имеем

$$\Delta t = \frac{l}{(2v/3)v} - \frac{l}{v} = \frac{l}{2v} \qquad (*)$$

А для времени отставания третьего автомобиля от второго –

$$\Delta t = \frac{l}{v_3} - \frac{l}{(2v/3)} \qquad (**)$$

где v_3 - скорость третьего автомобиля. Приравнивая формулы (*) и (**) и решая уравнение относительно v_3, получим

$$\frac{l}{2v}=\frac{l}{v_3}-\frac{l}{(2v/3)} \qquad \Rightarrow \qquad v_3=\frac{1}{2}v$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Использование правильной формулы, связывающей расстояние-время-скорость – 0,5 балла
2. Правильно найдено время отставания второго автомобиля от первого – 0,5 балла
3. Правильно найдено время отставания третьего автомобиля от второго – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

2. Из условия равновесия перегородки (равенство давлений справа и слева от нее), находим, что в начальный момент она расположена на расстоянии $2l/3$ и $l/3$ от концов сосуда. После того, как гелий распределится по сосуду равномерно, его парциальные давления справа и слева от перегородки (независимо от ее расположения) будут равны. Поэтому перегородка расположится так, что парциальные давления кислорода справа и слева будут одинаковы. А поскольку количества вещества кислорода справа и слева от перегородки одинаковы, она расположится посередине. Следовательно, перемещение перегородки после перераспределения гелия составляет

$$\Delta x=\frac{2l}{3}-\frac{l}{2}=\frac{l}{6}$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильная идея решения – равенство давлений слева и справа от перегородки в равновесии – 0,5 балла
2. Правильное использование законов Дальтона и Клапейрона-Менделеева – 0,5 балла
3. Правильно найдено начальное положение перегородки – 0,5 балла
4. Правильно найдено конечное положение перегородки и ответ – 0,5 балла

3. Пусть через верхнее сопротивление r течет ток I_1, через верхнее сопротивление $2r$ - ток I_2 (см. рисунок; если какое-то из направлений тока выбрано неправильно, то соответсвующие токи получатся отрицательными). Тогда, из условия токов в верхнем узле имеем

$$I_1=I+I_2 \qquad (*)$$

С другой стороны, благодаря симметрии цепи в нижнем сопротивлении r течет такой же ток (см. рисунок). Поэтому из условия равенства нулю суммы падений напряжения в правом контуре (при его обходе против часовой стрелки) имеем

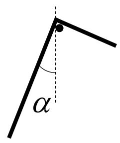
$$I3r+I_1r-I_2 2r=0 \qquad (**)$$

Решая систему уравнений (*) и (**), получим

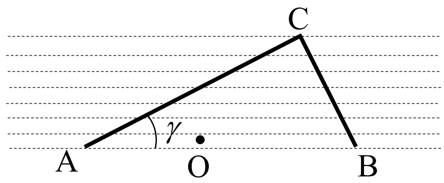
$$I_1=5I, \quad I_2=4I$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильные соотношения между токами в различных участках цепи (с учетом симметрии и равенства втекающих и вытекающих из каждого узла токов) – 0,5 балла
2. Правильное использование условия равенства нулю суммы падений напряжений на любом замкнутом контуре цепи – 0,5 балла
3. Правильное уравнение для токов – 0,5 балла
4. Правильные ответы

4. Однородный стержень длиной l сгибают под прямым углом в точке, делящей стержень в отношении 2:1. Стержень повешен на горизонтально расположенную ось (см. рисунок). Найти угол α между длинной стороной прямого угла и вертикалью.

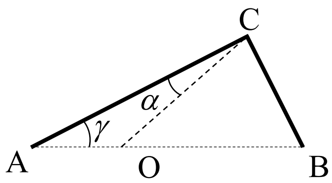


Решение. Стержень будет расположен так, что его центр тяжести будет лежать на одной вертикали с осью. Поэтому искомый угол α - это угол между длиной стороной стержня и направлением на его центр тяжести. Найдем положение его центра тяжести.



Мысленно «разрежем» стержень прямыми, параллельными прямой AB на бесконечно узкие «полоски» толщиной Δh (см. рисунок). Каждая «полоска», на которые мы «разрезаем» стержень, состоит из двух участков левого и правого катета (см. рисунок) длиной $\Delta h/\sin\gamma$ слева и $\Delta h/\cos\gamma$ справа (здесь γ - угол CAB; см. рисунок). Поэтому отношение расстояний от левого и правого катетов до центра тяжести каждой «полоски» (точка O на рисунке) равно

$$\frac{AO}{OB} = \mathrm{tg}\gamma = \frac{1}{2}$$



Следовательно, центр тяжести стержня лежит на прямой CO, которая делит сторону AB треугольника ABC на отрезки AO и OB, длины которых относятся друг к другу как $AO:OB = 1:2$ (см. рисунок). Поэтому, если $CB = a$, то $AC = 2a$, $AB = \sqrt{5}a$, $AO = a\sqrt{5}/3$. Используя далее теорему косинусов для треугольника ACO находим длину отрезка CO

$$CO^2 = AC^2 + AO^2 - 2AC\,AO\cos\gamma = \frac{17}{9}a^2 \qquad \Rightarrow \qquad CO = \frac{\sqrt{17}}{3}a$$

Отсюда по теореме синусов для треугольника ACO находим синус искомого угла α

$$\frac{AO}{\sin\alpha} = \frac{OC}{\sin\gamma} \qquad \Rightarrow \qquad \sin\alpha = \frac{AO}{OC}\sin\gamma = \frac{1}{\sqrt{17}} = 0,243$$

Можно дать и более простое решение: чтобы момент силы тяжести, действующей на стержень, относительно опоры равнялся бы нулю, нужно, чтобы равнялись друг другу моменты сил тяжести, действующих на каждую сторону угла – AC и CB. Учитывая, что и длина и масса одной стороны вдвое больше другой, получим

$$mg\frac{l}{2}\sin\alpha = \frac{mg}{2}\frac{l}{4}\cos\alpha$$

где m и l - масса и длина более длинной стороны угла. Отсюда

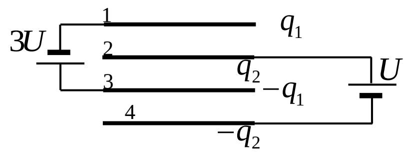
$$tg\ \alpha = \frac{1}{4} \text{ и } \sin\alpha = \frac{tg\ \alpha}{\sqrt{1+tg^2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{17}}$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильная идея решения – использование условия моментов относительно точки опоры - 0,5 балла

2. Правильно вычислены моменты сил тяжести, действующих на стороны угла – 0,5 балла.
3. Правильное уравнение моментов – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

5. Пластины приобретут такие заряды, что разность потенциалов 1-3 будет равна $-3U$, разность потенциалов 2-4 будет равна U. Пусть заряды пластин 1 и 3 равны q_1 и $-q_1$, пластин 2 и 4 q_2 и $-q_2$ соответственно (см. рисунок). Для определенности считаем q_1 и q_2 положительными; если они как решения нижеследующих уравнений окажутся отрицательными, это будет означать, что проекция вектора напряженности электрического поля между пластинами на ось, направленную вертикально вниз, является отрицательной. Тогда проекции напряженности электрического поля между пластинами 1 и 2, 2 и 3, 3 и 4 на ось, направленную вертикально вниз, соответственно равны



$$E_{1-2} = \frac{q_1}{S\varepsilon_0}, \qquad E_{2-3} = \frac{q_1 + q_2}{S\varepsilon_0}, \qquad E_{3-4} = \frac{q_2}{S\varepsilon_0}$$

Тогда для разности потенциалов между пластинами 1 и 3, и 2 и 4 имеем

$$-3U = \frac{q_1 l}{S\varepsilon_0} + \frac{(q_1 + q_2)l}{S\varepsilon_0},$$

$$U = \frac{(q_1 + q_2)l}{S\varepsilon_0} + \frac{q_2 l}{S\varepsilon_0}$$

где S - площадь пластин, l - расстояние между ближайшими пластинами, ε_0 - электрическая постоянная. Решая эту систему уравнений, находим

$$q_1 = -\frac{7US\varepsilon_0}{3l}, \qquad q_2 = \frac{5US\varepsilon_0}{3l}$$

Поэтому проекция вектора напряженности электрического поля между пластинами 2 и 3 на ось, направленную вертикально вниз, составляет

$$E_{2-3} = \frac{q_1 + q_2}{S\varepsilon_0} = -\frac{2U}{3l},$$

а вектор напряженности направлен вертикально вниз. Поэтому

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_3 = -\frac{2U}{3}.$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильное нахождение поля во областях между всеми пластинами – 0,5 балла
2. Правильное вычисление разности потенциалов между пластинами через работу, которую совершает электрическое поле при переносе пробного заряда между ними – 0,5 балла
3. Правильное нахождение зарядов пластин – 0,5 балла
4. Получен правильный ответ для разности потенциалов между второй и третьей пластинами – 0,5 балла
Примечание. Использование «конденсаторных» формул без обоснования, почему их можно использовать в данных условиях, когда пластины одного конденсатора находятся между пластинами другого и наоборот, даже если эти формулы приводят к правильному ответу, не засчитывается.

Оценка работы. Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов. «Полуцелая» оценка не округляется.