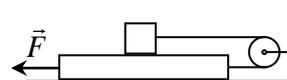


Отборочный тур
Отраслевой физико-математической олимпиады «Росатом»,
2019-2020 учебный год,
физика, 11 класс
(комплект 3)

1. Три резистора с сопротивлениями r , $2r$ и $3r$ соединили последовательно и подключили к источнику постоянного напряжения. В результате на резисторе с сопротивлением r выделяется мощность P . Какая мощность будет выделяться на этом резисторе, если резистор с сопротивлением $2r$ заменить резистором с сопротивлением $4r$. Остальные элементы цепи не изменяются.

2. Симметричная граната, брошенная вертикально вверх с начальной скоростью v_0 , в верхней точке траектории разорвалась на множество одинаковых осколков. Через какое время после взрыва упал на землю самый первый осколок, если осколки падали на землю в течение времени Δt ?

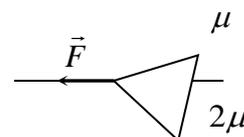
3. Тело массой m кладут на доску массой $4m$ и связывают с доской невесомой и нерастяжимой нитью, переброшенной через блок (см. рисунок),



прикрепленный к стене. Какую минимальную силу, направленную от стены, нужно приложить к доске, чтобы она начала двигаться? Коэффициент трения между всеми поверхностями равен k .

4. С одним молем идеального одноатомного газа происходит процесс, в котором объем газа зависит от температуры по закону $V = \alpha\sqrt{T}$ (где α - некоторая постоянная). Какое количество теплоты нужно сообщить газу для двукратного увеличения его объема. Начальная температура газа T .

5. Вырезанный из листа фанеры равносторонний треугольник массой m тянут за одну из вершин по горизонтальной поверхности так, что эта вершина движется равномерно по границе двух полуповерхностей (см. рисунок, вид сверху).



Коэффициент трения между треугольником и одной полуповерхностью μ , треугольником и второй полуповерхностью - 2μ . Какой горизонтальной силой, направленной вдоль границы полуповерхностей нужно действовать для этого на треугольник?

Решения

1. Пусть напряжение источника равно U . Тогда согласно закону Ома для участка цепи для тока через резисторы имеем

$$I = \frac{U}{6r}$$

Теперь по закону Джоуля-Ленца находим мощность, выделяемую на резисторе r

$$P = I^2 r = \frac{U^2}{36r}$$

Если резистор с сопротивлением $2r$ заменить резистором с сопротивлением $4r$, ток в цепи станет равным

$$I_1 = \frac{U}{8r}$$

и для новой мощности, выделяемой на сопротивлении r имеем

$$P_1 = I_1^2 r = \frac{U^2}{64r} = \frac{9}{16} P$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильно найдена (по закону Ома для участка цепи) ток в цепи – 0,5 балла
2. Правильно (по закону Джоуля-Ленца) найдена выделяемая мощность – 0,5 балла
3. То же самое сделано при изменении одного из сопротивлений цепи – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

2. Пусть осколки приобретают при взрыве скорость v - одинаковую у каждого осколка, т.к. граната по условию симметрична. Тогда очевидно, что первым упадет на землю осколок, летящий при взрыве вертикально вниз, последним – осколок, летящий вертикально вверх. Кроме того, понятно, что последний осколок будет двигаться так – после взрыва полетит вверх, достигнет некоторой максимальной высоты, затем будет двигаться вниз, снова попадет в ту точку, где взорвалась граната, а потом в точности повторит движение первого осколка. Поэтому интервал времени, в течение которого осколки падали на землю равен времени возвращения последнего осколка в точку взрыва гранаты. Следовательно

$$\Delta t = \frac{2v_1}{g}$$

где v_1 - скорость, которую приобретают осколки при взрыве. Отсюда

$$v_1 = \frac{g\Delta t}{2}$$

А поскольку взрыв гранаты произошел на высоте

$$h = \frac{v_0^2}{2g}$$

Для времени падения первого осколка t_1 имеем

$$\frac{gt_1^2}{2} + v_1 t_1 - \frac{v_0^2}{2g} = 0$$

Отсюда

$$t_1 = \frac{\sqrt{v_1^2 + v_0^2} - v_1}{g} = \sqrt{\frac{\Delta t^2}{4} + \frac{v_0^2}{g^2}} - \frac{\Delta t}{2}$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильно найдена высота подъема гранаты – 0,5 балла
2. Правильно найдена скорость, которую приобретают осколки при взрыве – 0,5 балла
3. Получено правильное уравнение для времени падения первого осколка – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

3. Чтобы доска начала двигаться сила F должна превысить максимальную силу трения между доской и полом $F_{mp,1}$, максимальную силу трения между доской и телом $F_{mp,2}$ и силу натяжения нити T

$$F \geq F_{mp,1} + F_{mp,2} + T \quad (*)$$

Чтобы тело начало двигаться сила натяжения нити должна превысить максимальную силу трения между телом и доской $F_{mp,2}$

$$T \geq F_{mp,2} \quad (**)$$

Подставляя силу натяжения из (**) в (*) и используя закон Кулона-Амонтона для максимальных сил трения, получим

$$F \geq F_{mp,1} + 2F_{mp,2} = 5kmg + 2kmg = 7kmg$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Использовано правильное условие начала движения доски – внешняя сила должна превосходить силу натяжения и две силы трения – 0,5 балла
2. Использовано правильное условие начала движения тела – сила натяжения должна превосходить силу трения – 0,5 балла
3. Для сил трения использован правильный закон Кулона-Амонтона – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

4. Из закона Клапейрона-Менделеева имеем

$$pV = \nu RT = \frac{\nu R V^2}{\alpha^2} \quad \Rightarrow \quad p = \frac{\nu R}{\alpha^2} V$$

Таким образом, зависимость давления газа от его объема линейная. Применяем далее к рассматриваемому процессу первый закон термодинамики

$$Q = \Delta U + A \quad (*)$$

где ΔU - изменение внутренней энергии газа, A - его работа. Для изменения внутренней энергии газа получим из закона Клапейрона-Менделеева и данной в условии зависимости объема газа от его температуры

$$\Delta U = \frac{3}{2} R \Delta T = \frac{3}{2} (p_{\kappa} V_{\kappa} - p_{\eta} V_{\eta}) = \frac{3}{2} (\beta V_{\kappa}^2 - \beta V_{\eta}^2) = \frac{3}{2} (4\beta V_{\eta}^2 - \beta V_{\eta}^2) = \frac{9}{2} \beta V_{\eta}^2 = \frac{9}{2} RT$$

($\beta = \nu R / \alpha^2 = const$). Работу газа найдем как площадь под графиком давления от объема

$$A = \frac{(p_{\kappa} + p_{\eta})(V_{\kappa} - V_{\eta})}{2} = \frac{1}{2} (\beta V_{\kappa}^2 - \beta V_{\eta}^2) = \frac{1}{2} (4\beta V_{\eta}^2 - \beta V_{\eta}^2) = \frac{3}{2} \beta V_{\eta}^2 = \frac{3}{2} RT$$

В результате получаем

$$Q = 6RT$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Доказано, что в рассматриваемом процессе давление газа пропорционально его объему – 0,5 балла
2. Правильно найдена работа газа – 0,5 балла
3. Правильно найдено изменение внутренней энергии газа – 0,5 балла
4. По первому началу термодинамики получен правильный ответ – 0,5 балла

5. Поскольку треугольник движется равномерно, сумма сил и сумма моментов сил, действующих на треугольник, равны нулю. А так как силы трения, действующие на части треугольника, расположенные над одной и над второй полуповерхностями, направлены параллельно границе раздела (противоположно скорости движения треугольника относительно поверхности; см. рисунок) и приложены к центрам тяжести этих частей, то

$$F = F_{mp,1} + F_{mp,2} \quad (*)$$

Пусть граница полуповерхностей делит треугольник на два треугольника с высотами h_1 и h_2 (см. рисунок).

Тогда уравнение моментов относительно точки приложения силы \vec{F} дает

$$F_{mp,1}h_1 = F_{mp,2}h_2 \quad (**)$$

А так как силы трения $F_{mp,1}$ и $F_{mp,2}$ пропорциональны массам (и, следовательно, площадям) треугольников, на которые большой треугольник делится границей раздела полуповерхностей, а плечи этих сил составляют $1/3$ от высот соответствующих треугольников, из формулы (**), получим

$$2\mu h_1^2 = \mu h_2^2$$

Откуда находим

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

С другой стороны, поскольку массы треугольников m_1 и m_2 , на которые большой треугольник делится границей раздела полуповерхностей, относятся так же как и их площади, а, следовательно, высоты h_1 и h_2 , а в сумме они равны массе всего треугольника, находим

$$m_1 = \frac{mh_1}{h_1 + h_2}, \quad m_2 = \frac{mh_2}{h_1 + h_2}$$

Теперь по формуле (*) находим силу, с которой необходимо действовать на треугольник для его равномерного перемещения по границе раздела полуповерхностей

$$F = 2\mu m_1 g + \mu m_2 g = \frac{2\mu m g h_1}{h_1 + h_2} + \frac{\mu m g h_2}{h_1 + h_2} = \frac{2\mu m g}{1 + (h_2/h_1)} + \frac{\mu m g}{1 + (h_1/h_2)} = \sqrt{2}\mu m g$$

Критерии оценки задачи (Максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Использована правильная идея – равенство моментов сил трения, действующих на части треугольника, относительно вершины – 0,5 балла
2. Использованы правильные формулы для моментов сил трения – силы трения приложены к центрам масс частей треугольника, а их массы пропорциональны высотам – 0,5 балла
3. Получена правильная формула для отношения высот частей треугольника – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

Оценка работы. Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов. «Полуцелая» оценка не округляется.

