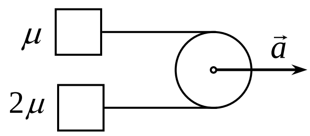
Решения и критерии оценивания
Заключительный тур олимпиады Росатом, физика, 10 класс
международный комплект
2019-2020 учебный год

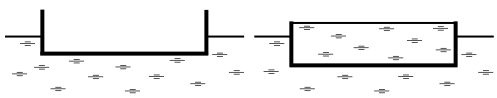
1. Три машины одновременно выехали из города А в город В и ехали по одной дороге с постоянными скоростями. Скорость первой машины была v, второй - $2v/3$. Известно, что первая машина приехала в город В, когда часы показывали t часов, вторая – когда часы показывали $t+1$ часов, третья – когда часы показывали $t+2$ часов. Найти скорость третьей машины.

2. На шероховатой горизонтальной поверхности покоятся два бруска с одинаковой массой m. Коэффициенты трения брусков о поверхность равны μ и 2μ. К брускам привязана веревка, которая переброшена через легкий горизонтально расположенный блок (см. рисунок; вид сверху). Какое минимальное горизонтальное ускорение $\vec{a}$ нужно сообщить блоку, чтобы оба бруска стронулись с места?

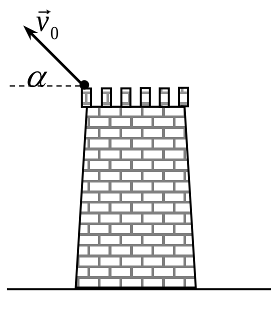


3. Порция гелия участвует в следующем процессе: сначала газ совершает изотермическое расширение, получив количество теплоты Q, затем его подвергли изобарическому сжатию, совершив над ним работу $A = Q/3$, а затем изохорически вернули к первоначальному состоянию. Найти термодинамический КПД этого цикла и среднюю мощность двигателя, работающего по такому циклу, если весь цикл длится Δt.

4. Прямоугольная деревянная коробка имеет массу m и вмещает объем воды V. Если опустить коробку в воду (левый рисунок), над поверхностью будет выступать край коробки высотой h_1. На какую высоту над поверхностью воды будет выступать край коробки, если ее полностью заполнить водой и опустить в воду (правый рисунок)? Плотность дерева составляет 2/3 от плотности воды.



5. С высокой башни бросают два маленьких камешка с интервалом времени Δt. Начальные скорости камешков одинаковы и направлены под одним и тем же углом α ($\alpha > 0$; см. рисунок). Найти минимальное расстояние между камешками в процессе последующего движения. В какой момент времени расстояние между камешками достигнет минимального значения. Начальные скорости камешков v_0, сопротивлением воздуха пренебречь.



Решения

1. Применяя формулу «расстояние-время-скорость» к первой и второй машинам, получим

$$v\left(t-t_0\right)=\frac{2}{3}v\left(t+1-t_0\right)$$

где t_0 - время выхода машин из города А. Отсюда

$$t_0=t-2$$

Теперь применяя ту же формулу к первой и третьей машинам, получим для скорости третьей машины v_3

$$2v=4v_3$$

Или

$$v_3=\frac{v}{2}$$

Критерии оценки задачи

1. Правильное использование формул «расстояние-время-скорость» – 0,5 балла,
2. Правильные уравнения движения для первой и второй машин – 0,5 балла,
3. Правильное нахождение времени выхода машин из города А – 0,5 балла,
4. Правильное уравнение движения для третьей машины и правильное нахождение ее скорости – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

2. Понятно, что при небольшом ускорении блока сила натяжения веревки будет небольшой и сможет сдвинуть только тело с меньшим трением. Второй же груз в этом случае будет стоять. При увеличении ускорения блока будет возрастать сила натяжения нити, и при определенном ускорении блока тело с большим трением сдвинется. Найдем этот момент, постепенно увеличивая ускорение блока.

Итак, пусть ускорение блока a таково, что тело с меньшим трением движется, а с бóльшим – покоится. Тогда второй закон Ньютона для движущегося тела в проекциях на ось, направленную вдоль ускорения блока дает

$$ma_1=T-\mu mg \qquad (*)$$

где a_1 - ускорение движущегося тела. Очевидно, что ускорение тела a_1 вдвое превосходит ускорение блока a. Действительно, если блок перемещается на некоторую величину Δx, то с той стороны от блока, где находится покоящееся тело, требуется лишний кусочек веревки длиной Δx. Поэтому веревка с другой стороны становится короче на величину Δx. Кроме того, блок, от которого начинается веревка, привязанная ко второму телу, тоже перемещается на Δx. Следовательно, перемещение второго тела составляет $2\Delta x$, т.е. скорость второго тела вдвое больше скорости блока в любой момент времени. Поэтому и ускорение второго тела больше ускорения блока в два раза. В результате из (*) имеем

$$T=2ma+\mu mg \qquad (**)$$

Из формулы (**) следует, что при малом ускорении блока сила T, больше μmg, но меньше $2\mu mg$. А поскольку при увеличении ускорения блока сила T возрастает, при некотором ускорении второе тело сдвинется с места. Это произойдет, если

$$T = 2ma + \mu mg \geq 2\mu mg \qquad \Rightarrow \qquad a \geq \mu g / 2$$

Критерии оценки задачи

1. Правильная идея решения – использование уравнений динамики при том, что при минимальном ускорении a, когда оба груза стронулись с места, ускорение груза с бóльшим трением равно нулю - 0,5 балла,
2. Правильная связь ускорения блока и ускорения тела с меньшим трением – 0,5 балла,
3. Правильные уравнения динамики и использование формулы для максимальной силы трения при движении или в момент начала движения – 0,5 балла,
4. Правильный ответ для ускорения блока – 0,5 балла

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

3. Поскольку изменение энергии газа в изотермическом процессе равно нулю, работа газа в этом процессе A_T равна количеству полученной им в этом процессе теплоты $A_T = Q$. В изохорическом процессе не совершается работа, поэтому работа газа за цикл равна

$$A_c = A_T - A = Q - A$$

Найдем теперь количество теплоты, полученное газом в течение цикла от нагревателя $Q_н$. Газ получал энергию от нагревателя в изотермическом (Q) и изохорическом (Q_V) процессах. А поскольку в изохорическом процессе не совершалась работа, $Q_V = \Delta U_V$, где ΔU_V - изменение внутренней энергии газа в изохорическом процессе. Поэтому

$$Q_н = Q + \Delta U_V$$

Но изменения внутренней энергии газа в изобарическом и изохорическом процессе совпадают (с точностью до знака), а изменение внутренней энергии одноатомного газа в изобарическом процессе составляет три вторых от его работы (гелий – одноатомный газ), то

$$\Delta U_V = \frac{3}{2}A$$

Отсюда получаем

$$Q_н = Q + \frac{3}{2}A$$

В результате находим коэффициент полезного действия процесса

$$\eta = \frac{A_c}{Q_н} = \frac{Q - A}{Q + \frac{3}{2}A} = \frac{2(Q - A)}{2Q + 3A}$$

Для $A = Q/3$

$$\eta = \frac{4}{9}$$

Мощность двигателя можно найти как отношение работы за цикл к продолжительности цикла

$$N=\frac{Q-A}{\Delta t}=\frac{2Q}{3\Delta t}$$

Критерии оценки задачи
1. Правильное нахождение работы газа за цикл – 0,5 балла,
2. Правильное применение первого начала термодинамики к третьему процессу и нахождение количества теплоты, полученного от нагревателя в течение цикла – 0,5 балла,
3. Правильный ответ для термодинамического КПД цикла – 0,5 балла,
4. Правильный ответ для мощности двигателя – 0,5 балла
Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

4. Пусть S - площадь наружного сечения коробки, L - ее высота. Поскольку ее объем складывается из объема дерева и внутреннего пустого пространства, имеем

$$SL=\frac{m}{\rho}+V \qquad \Rightarrow \qquad L=\frac{m}{\rho S}+\frac{V}{S} \tag{*}$$

(m - масса коробки, ρ - плотность дерева, V - объем внутреннего пространства в коробке). Условия плавания коробки без воды дает

$$m=\rho_0 S\left(L-h_1\right) \qquad \Rightarrow \qquad L=\frac{m}{S\rho_0}+h_1 \tag{**}$$

где ρ_0 - плотность воды. Отсюда

$$\frac{m}{S\rho_0}+h_1=\frac{m}{\rho S}+\frac{V}{S} \qquad \Rightarrow \qquad S=\frac{1}{h_1}\left[\frac{m\left(\rho_0-\rho\right)}{\rho_0\rho}+V\right]$$

Запишем теперь условие плавания коробки с водой. Поскольку масса коробки увеличилась на $V\rho_0$, глубина ее погружения должна увеличится на такую величину, чтобы добавка к силе Архимеда компенсировала дополнительную силу тяжести. Поэтому если расстояние от верхнего края коробки до поверхности воды уменьшилось от величины h_1 до величины h_2, то увеличение силы Архимеда составит $\rho_0 g\left(h_1-h_2\right)S$. Отсюда

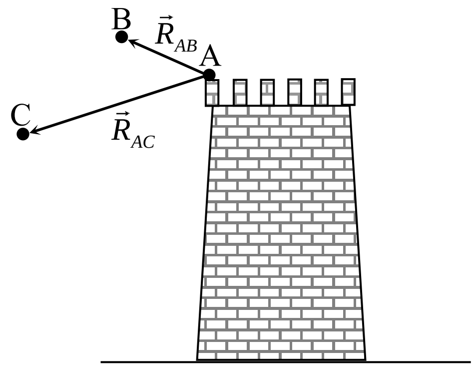
$$V=\left(h_1-h_2\right)S \qquad \Rightarrow \qquad h_2=h_1-\frac{V}{S}=h_1\left[1-\frac{V}{V+\dfrac{m\left(\rho_0-\rho\right)}{\rho_0\rho}}\right]=h_1\left[1-\frac{2\rho_0 V}{2\rho_0 V+m}\right]$$

Критерии оценки задачи
1. Правильное условие плавания коробки без воды – 0,5 балла,
2. Связь геометрических параметров коробки – 0,5 балла
3. Условия плавания коробки с водой – 0,5 балла,
4. Правильный ответ – 0,5 балла,
Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

5. Из законов равноускоренного движения имеем

$$\vec{R}(t)=\vec{R}_0+\vec{v}_0 t+\frac{\vec{g}t^2}{2} \tag{*}$$

где $\vec{R}(t)$ - радиус-вектор тела относительно некоторой системы координат, $\vec{R}_0$ - начальный радиус-вектор относительно той же системы координат. Помещая начало системы координат в точку А, получим из (*)



$$\begin{aligned}\vec{R}(\tau) &= \vec{R}_{AB} = \vec{v}_0\tau + \frac{\vec{g}\tau^2}{2} \\ \vec{R}(2\tau) &= \vec{R}_{AC} = 2\vec{v}_0\tau + 2\vec{g}\tau^2\end{aligned} \qquad (**)$$

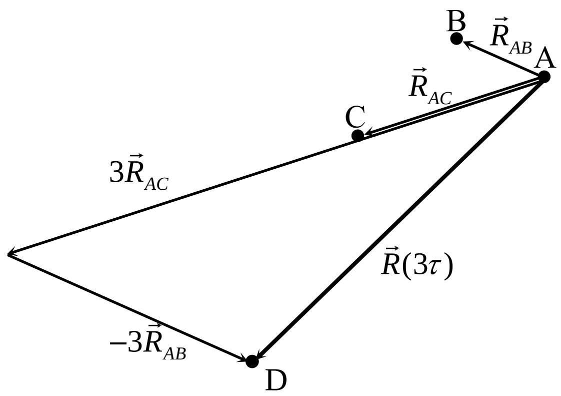
Из системы (**) находим

$$\frac{4\vec{R}_{AB} - \vec{R}_{AC}}{2} = \vec{v}_0\tau \qquad \vec{R}_{AC} - 2\vec{R}_{AB} = \vec{g}\tau^2$$

Используя теперь найденные векторы, получим

$$\vec{R}(3\tau) = 3\vec{v}_0\tau + \frac{9}{2}\vec{g}\tau^2 = \frac{3\left(4\vec{R}_{AB} - \vec{R}_{AC}\right)}{2} + \frac{9\left(\vec{R}_{AC} - 2\vec{R}_{AB}\right)}{2} = 3\left(\vec{R}_{AC} - \vec{R}_{AB}\right) = 3\vec{R}_{AC} - 3\vec{R}_{AB}$$

Построение вектора $\vec{R}(3\tau)$, который определяет положение тела в момент времени 3τ после броска по отношению к точке А, и положение тела в этот момент (точка D) показаны на рисунке. Вектор $3\left(\vec{R}_{AC} - \vec{R}_{AB}\right)$ выделен жирным. Конечно постороение вектора, соединяющего две точки, и его удлинение в три раза могут быть сделаны циркулем и линейкой.



Критерии оценки задачи

1. Правильная идея решения – использование векторного закона движения и правил сложения векторов для построения – 0,5 балла,
2. Правильно записаны законы движения для моментов τ и 2τ – 0,5 балла,
3. Правильно найден вектор $\vec{v}_0\tau$ и $\vec{g}\tau^2$ – 0,5 балла,
4. Правильное построение искомого радиус-вектора и точки, в которой тело будет через время 3τ после броска – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.