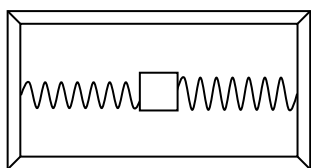
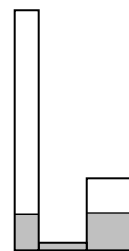


Решения и критерии оценивания
Заключительный тур олимпиады Росатом, физика, 10 класс
2019-2020 учебный год

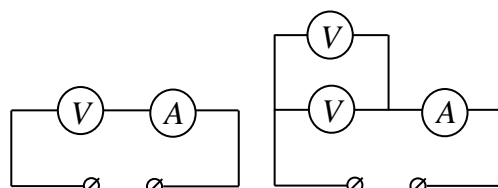


1. Тело прикрепляют с помощью двух пружин, коэффициенты жесткости которых отличаются в два раза, к прямоугольной рамке. При этом тело может двигаться только вдоль длинной стороны рамки. Когда рамку расположили горизонтально (см. рисунок), тело оказалось точно посередине рамки, при этом пружины действуют на тело с силами F . Когда рамку расположили вертикально так, что более жесткая пружина находится вверху, одна из пружин оказалась недеформированной. Найти массу тела. Считать, что для любых деформаций пружин справедлив закон Гука.

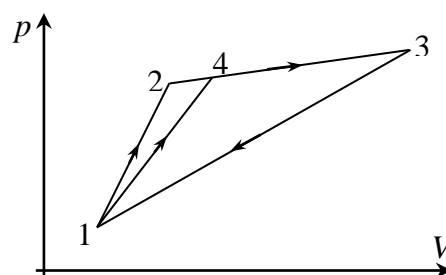
2. Сообщающиеся сосуды представляют собой два вертикальных цилиндрических сосуда, соединенные внизу тонкой трубкой. Радиус узкого сосуда R , широкого $2R$. Широкий сосуд имеет высоту h , узкий – очень высокий. В сосуды налита вода так, что ее уровень расположен на высоте $h/2$ от поверхности. В узкое колено аккуратно наливают масло, плотность которого составляет четыре пятых от плотности воды. Какой максимальный объем масла можно налить в сосуды? Объемом соединяющей сосуда трубки пренебречь.



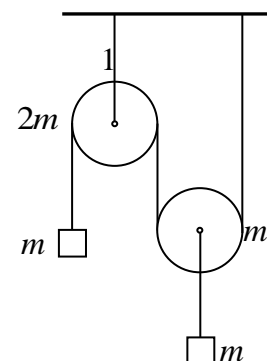
3. Когда к источнику постоянного напряжения подключили последовательно соединенные амперметр и вольтметр (левый рисунок), вольтметр показал напряжение U . Когда параллельно этому вольтметру подключили еще один такой же вольтметр (правый рисунок), вольтметры в сумме показали напряжение $12U/7$. Затем параллельно этим двум вольтметрам подключают еще очень много точно таких же вольтметров. Какое напряжение они покажут в сумме? Сопротивлением подводящих проводов пренебречь.



4. С идеальным газом проводят циклический процесс 1-2-3-1, график которого в координатах «давление-объем» представляет собой треугольник, причем прямые 1-2, 2-3 и 1-3 являются возрастающими (см. рисунок). Известно, что термодинамический КПД процесса 1-2-3-1 равен η . Найти КПД процесса 1-4-3-1, если прямая 1-4 делит отрезок 2-3 на части, длины которых 2-4 и 4-3 относятся друг к другу как 1:4 соответственно.



5. Через блоки переброшена легкая нерастяжимая веревка, к одному концу которой прикреплено тело массой m , второй конец которой прикреплен к горизонтальному потолку. Левый блок имеет массу $2m$, правый - m , причем масса блоков практически сосредоточена в их осях. Систему удерживают, а в некоторый момент времени веревку 1 перерезают и предоставляют систему самой себе. Найти ускорения тел после этого.



Решения

1. Условию задачи не противоречат два положения – когда в горизонтальном положении пружины растянуты или сжаты.

Рассмотрим первый случай: в горизонтальном положении пружины растянуты. Тогда, поскольку при перевороте рамки в вертикальное положение растяжение нижней пружины должно уменьшиться, а верхней – увеличиться, то именно нижняя пружина будет не деформирована, а груз будет удерживать верхняя пружина. Поскольку величина укорочения нижней пружины равна величине удлинения верхней (при перевороте рамки), то со стороны нижней пружины пропадает сила F (эта пружина станет недеформированной), а со стороны верхней добавляется сила $2F$. Отсюда заключаем, что

$$m = \frac{3F}{g}$$

Второй случай: в горизонтальном положении обе пружины сжаты. Тогда в вертикальном положении недеформированной будет верхняя пружина, а силу тяжести компенсировать нижняя. При этом поскольку при перевороте рамки дополнительное удлинение верхней пружины равно дополнительному укорочению нижней, к силе упругости нижней пружины F за счет ее дополнительной деформации добавится сила $F/2$ (поскольку коэффициент жесткости нижней пружины вдвое меньше). Поэтому

$$m = \frac{3F}{2g}$$

Таким образом, масса тела может принимать два значения

$$m_1 = \frac{3F}{g} \text{ и } m_2 = \frac{3F}{2g}$$

Критерии оценки задачи

1. Правильно использован закон Гука – 0,5 балла,
2. Правильно рассмотрен случай вертикальной рамки, когда в горизонтальном положении пружины были сжаты – 0,5 балла,
3. Правильно рассмотрен случай вертикальной рамки, когда в горизонтальном положении пружины были растянуты – 0,5 балла,
4. Правильные ответы – 0,5 балла (если участник рассмотрел только один случай, его максимальная оценка за задачу не превышает 1 балла).

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

2. Пока в сосуде есть только вода, ее уровень в обоих коленах одинаковый. Когда мы наливаем масло в узкое колено, оно размещается выше воды (плотность масла – меньше), давление в узком сосуде увеличивается, и масло выталкивает воду в широкое колено. Когда вся вода перейдет в широкое колено (а оно еще не будет заполнено доверху – его объем больше имеющейся у нас воды), туда из узкого колена начнет перетекать и масло. В результате жидкость дойдет до верхнего края широкого колена и далее будет выливаться из сосуда. Поэтому максимальный объем масла, который можно

налить в узкое колено, это такой объем масла, который обеспечивает полное заполнение широкого колена и такое давление масла в узком колене, которое равно давлению жидкости в широком колене. Найдем этот объем.

Во-первых, объем воды в сосуде равен

$$V_6 = \pi R^2 \frac{h}{2} + \pi (2R)^2 \frac{h}{2} = \frac{5}{2} \pi R^2 h$$

А поскольку объем широкого колена равен $4\pi R^2 h$, то объем масла, необходимый для заполнения широкого колена есть

$$V_1 = 4\pi R^2 h - \frac{5}{2} \pi R^2 h = \frac{3}{2} \pi R^2 h$$

Эта жидкость обеспечивает следующее давление около дна широкого сосуда

$$p = \frac{(5/2)\pi\rho g R^2 h}{4\pi R^2} + \frac{(3/2)\pi(4/5)\rho g R^2 h}{4\pi R^2} = \frac{5}{8}\rho gh + \frac{3}{10}\rho gh = \frac{37}{40}\rho gh$$

Масло в узком колене должно обеспечить это же давление поэтому высота уровня масла в узком колене может быть найдена так

$$\frac{4}{5}\rho gh_1 = \frac{37}{40}\rho gh \quad \Rightarrow \quad h_1 = \frac{37}{32}h$$

А объем этого масла равен

$$V_2 = \frac{37}{32}\pi R^2 h$$

Отсюда находим полный объем масла, который можно налить в узкое колено сосуда

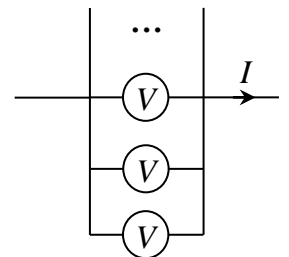
$$V = V_1 + V_2 = \frac{3}{2}\pi R^2 h + \frac{37}{32}\pi R^2 h = \frac{85}{32}\pi R^2 h$$

Критерии оценки задачи

1. Понято, что есть ограничение объема масла, который можно налить в сосуд (если налить больше этого объема, масло будет выливаться из широкого колена) – 0,5 балла,
2. Правильно написано условие равновесия масла в сосуде – 0,5 балла,
3. Правильно учтено перетекание воды и части масла в широкий сосуд – 0,5 балла,
4. Правильный ответ – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

3. Очевидно, что если в проводник, по которому течет ток I , включены соединенные последовательно какое-то количество одинаковых вольтметров, то сумма показаний всех вольтметров равна произведению тока I на сопротивление одного вольтметра. Действительно, пусть имеется цепь, содержащая n вольтметров, показанная на рисунке справа. Тогда поскольку вольтметры одинаковы, через каждый течет ток I/n , показания каждого (а вольтметр показывает напряжение на самом себе) равны $U_1 = IR/n$ (R - сопротивление вольтметра), а сумма показаний вольтметров равна



$$nU_1 = IR$$

Построим теперь формулу для напряжения одного, суммы напряжений двух или большого количества вольтметров. Когда в цепь включен один вольтметр (левый рисунок в условии задачи), его показания U можно найти по закону Ома для данного участка цепи

$$I = \frac{U_0}{R+r} \Rightarrow U = IR = \frac{U_0 R}{R+r} \quad (*)$$

(U_0 - напряжение источника, R - сопротивление одного вольтметра, r - сопротивление амперметра). Когда в цепь включены два вольтметра (правый рисунок условия задачи), сумму показаний вольтметров можно найти как

$$I = \frac{U_0}{(R/2)+r} = \frac{2U_0}{R+2r} \Rightarrow \frac{12}{7}U = IR = \frac{2U_0 R}{R+2r} \quad (**)$$

Если в цепь включены очень много вольтметров n , то сумму показаний всех вольтметров можно найти как

$$I = \frac{U_0}{(R/n)+r} = \frac{nU_0}{R+nr} \approx \frac{U_0}{r} \Rightarrow U_{\Sigma} = IR = \frac{U_0 R}{r} \quad (***)$$

Таким образом, для нахождения суммы показаний большого количества вольтметров нужно знать величину $U_0 R / r$. Найдем ее из формул (*), (**). «Переверачивая» эти формулы, получим

$$\begin{aligned} \frac{1}{U} &= \frac{1}{U_0} + \frac{r}{U_0 R} \\ \frac{7}{12U} &= \frac{1}{2U_0} + \frac{r}{U_0 R} \end{aligned}$$

Умножая теперь первое уравнение системы на $\frac{1}{2}$ и вычитая первое уравнение из второго, получим

$$\frac{r}{U_0 R} = \frac{1}{6U}$$

И из формулы (***) заключаем, что сумма показаний большого количества вольтметров, включенных в нашу цепь, будет равна

$$U_{\Sigma} = 6U$$

Критерии оценки задачи

1. Доказано, что если в систему параллельно соединенных одинаковых вольтметров втекает ток I , то сумма показаний всех вольтметров равна IR (R - сопротивление одного вольтметра) – 0,5 балла,
2. Правильный расчет цепи с одним вольтметром (связь показаний вольтметра с напряжением источника) – 0,5 балла,
3. Правильный расчет цепи с двумя вольтметрами – 0,5 балла,
4. Правильный ответ – 0,5 балла

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

4. Поскольку все участки процессов – растущие прямые, на каждом из них газ контактирует либо только с нагревателем (и получает положительное тепло), либо только с холодильником (отдает по-

ложительное тепло). Очевидно, что в процессе 1-2-3-1 контакт с нагревателем имеет место в процессах 1-2 и 2-3, контакт с холодильником – в процессе 3-1. Поэтому

$$\eta = \eta_{1231} = \frac{A_{1-2-3-1}}{Q_{1-2-3}}$$

где $A_{1-2-3-1}$ - работа газа за цикл 1-2-3-1, Q_{1-2-3} - количество теплоты, полученное газом в процессе 1-2-3. Эту же формулу можно переписать через количество теплоты, отданное холодильнику. Поскольку тепло отдается холодильнику в процессе 3-1, а $A_{1-2-3-1} = Q_{1-2-3} - Q_{3-1}$, где Q_{3-1} - количество теплоты, переданное холодильнику в процессе 3-1, то

$$\eta_{1231} = \frac{A_{1-2-3-1}}{A_{1-2-3-1} + Q_{3-1}} = \frac{1}{1 + (Q_{3-1} / A_{1-2-3-1})} \quad (*)$$

Так как треугольники 123 и 143 имеют одинаковую высоту, а основание треугольника 143 составляет 4/5 от основания треугольника 123, то площадь треугольника 143 составляет 4/5 от площади треугольника 123. Поэтому работа газа в цикле 1-4-3-1 составляет 4/5 от работы газа в цикле 1-2-3-1

$$A_{1-4-3-1} = \frac{4}{5} A_{1-2-3-1}$$

А поскольку в циклах 1-2-3-1 и 1-4-3-1 одинаковый участок, где происходит контакт с холодильником, то количество теплоты, переданное в них холодильнику, одинаковое. Поэтому для КПД цикла 1-4-3-1 имеем

$$\eta_{1431} = \frac{(4/5)A_{1-2-3-1}}{(4/5)A_{1-2-3-1} + Q_{3-1}} = \frac{(4/5)}{(4/5) + (Q_{3-1} / A_{1-2-3-1})} \quad (**)$$

Выражая отношение $Q_{3-1} / A_{1-2-3-1}$ из формулы (*) и подставляя его в (**), получим

$$\eta_{1431} = \frac{(4/5)A_{1-2-3-1}}{(4/5)A_{1-2-3-1} + Q_{3-1}} = \frac{4\eta_{1-2-3-1}}{5 - \eta_{1-2-3-1}} = \frac{4\eta}{5 - \eta}$$

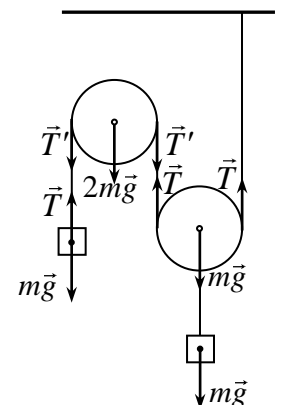
Критерии оценки задачи

1. Использовано правильное определение термодинамического КПД двигателя – 0,5 балла,
2. Понято, что в двух рассматриваемых циклах одинаковые участки, на которых газ отдает тепло холодильнику, в результате чего в двух циклах количество теплоты, отданное холодильнику одинаково – 0,5 балла,
3. Правильные связи работ, совершенных двигателями за цикл – 0,5 балла,
4. Правильные ответы – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов.

Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

5. Силы, действующие на тела и блоки, показаны на рисунке, причем модули сил \vec{T} и \vec{T}' равны друг другу (поскольку это силы натяжения одной и той же безмассовой нити). Второй закон Ньютона для левого тела, верхнего блока и системы «нижний блок-тело» в проекциях на ось, направленную вертикально вниз, дает



$$\begin{aligned}
 ma_1 &= mg - T \\
 2ma_2 &= 2mg + 2T \\
 2ma_3 &= 2mg - 2T
 \end{aligned}$$

где a_1 , a_2 и a_3 - ускорения левого груза, верхнего блока и системы нижний блок-тело соответственно. Поскольку первое и третье уравнение отличаются только множителем 2, то $a_1 = a_3$. Поэтому только два уравнения системы независимы

$$\begin{aligned}
 ma_1 &= mg - T \\
 2ma_2 &= 2mg + 2T
 \end{aligned}
 \quad (*)$$

Установим теперь связь ускорений. Во-первых, очевидно, что и левое тело, и система «нижний блок-тело» движутся вниз (если бы их ускорения были бы разные, одно из них могло бы двигаться вверх; одновременно двигаться вверх они не могут). Далее. Поскольку у левого тела и системы «нижний блок-тело» одинаковые ускорения, они движутся совершенно одинаково, имеют в любые моменты одинаковые скорости и совершают одинаковые перемещения за одинаковые интервалы времени. Поэтому, если за некоторый интервал времени левое тело переместилось вниз на некоторую величину Δx , то система «нижний блок-тело» переместилось вниз на такую же величину. Для таких перемещений потребуются лишняя нить длиной $3\Delta x$. Эта нить может освободиться только за счет перемещения верхнего блока, который должен, таким образом, сместиться вниз на величину $3\Delta x/2$. А следовательно, для ускорений имеет место связь

$$a_1 = \frac{3}{2} a_2 \quad (**)$$

Решая систему уравнений (*)-(**) найдем

$$a_1 = \frac{4}{5} g, \quad a_2 = \frac{6}{5} g$$

Критерии оценки задачи

1. Правильно расставлены силы, действующие на тела системы и блоки – 0,5 балла,
2. Правильно написаны законы Ньютона для всех тел и блоков – 0,5 балла,
3. Правильные условия связи сил и ускорений тел и блоков – 0,5 балла,
4. Правильные ответы – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.