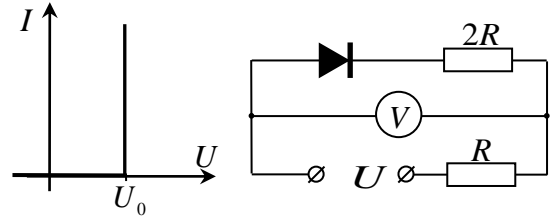


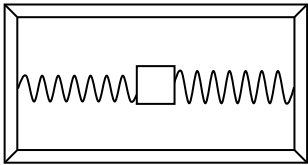
Решения и критерии оценивания
Заключительный тур олимпиады Росатом, физика, 11 класс (комплект 2)
2019-2020 учебный год

1. Схема электрической цепи представлена на рисунке.

Вольтметр и источник в ней идеальные, вольт-амперная характеристика диода (зависимость тока через диод от напряжения на нем) показана на рисунке. Здесь напряжение считается положительным, если падение потенциала происходит в направлении стрелки в обозначении диода.



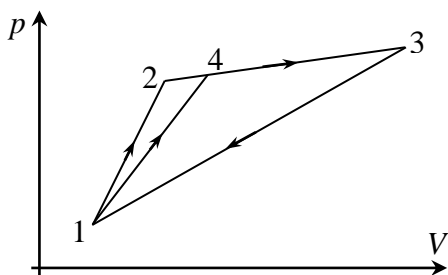
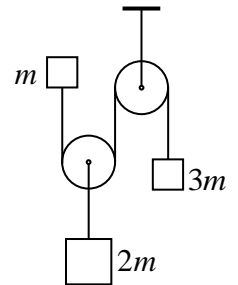
Построить график зависимости показаний вольтметра U_V в зависимости от напряжения на входе цепи U . Найти показания вольтметра при напряжении на входе цепи $5U_0$ (разной полярности). Сопротивления резисторов даны на схеме.



2. Тело прикрепляют с помощью двух пружин, коэффициенты жесткости которых отличаются в два раза, к прямоугольной рамке. При этом тело может двигаться только вдоль длинной стороны рамки. Когда рамку расположили горизонтально (см. рисунок), тело оказалось точно посередине рамки, при этом пружины действуют на тело с силами F .

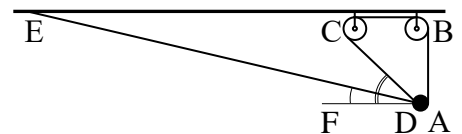
Когда рамку расположили вертикально так, что более жесткая пружина находится сверху, одна из пружин оказалась недеформированной. Найти массу тела. Считать, что для любых деформаций пружин справедлив закон Гука.

3. Имеется система из трех тел с массами m , $2m$ и $3m$ и двух невесомых блоков, один из которых неподвижный, второй - подвижный. Тела m и $3m$ привязывают к веревке, которую пропускают через блоки, тело $2m$ привязывают к оси подвижного блока. До некоторого момента тела удерживают, а затем отпускают. Найти ускорения тел.



4. С идеальным газом проводят циклический процесс 1-2-3-1, график которого в координатах «давление-объем» представляет собой треугольник, причем прямые 1-2, 2-3 и 1-3 являются возрастающими (см. рисунок). Известно, что термодинамический КПД процесса 1-2-3-1 равен η . Найти КПД процесса 1-4-3-1, если прямая 1-4 делит отрезок 2-3 на части, длины которых 2-4 и 4-3 относятся друг к другу как 1:4 соответственно.

5. Нерастяжимая нить прикреплена к маленькой массивной бусинке в точке А, затем переброшена через блоки В и С, затем пропущена через сквозной отверстие D в той же бусинке, а затем прикреплена к потолку в точке Е. Первоначально бусинку удерживают так, что участок нити АВ вертикален, $\angle FDE = \alpha$ (отмечен на рисунке одной дугой), $\angle FDC = 3\alpha$ (отмечен на рисунке двумя



дугами). Затем бусинку отпускают. Найти ускорение бусинки сразу после этого. Трения между нитью и стенками отверстия в бусинке отсутствует.

Решения

1. Будем считать приложенное к цепи напряжение положительным, если потенциал левой входной клеммы цепи (см. рисунок в условии задачи) выше потенциала правой, и отрицательным в противоположном случае. При отрицательном напряжении ток через источник не течет, поскольку диод закрыт, а вольтметр идеален. Поэтому вольтметр показывает напряжение источника U : $U_v = U$.

Если к входу цепи приложено отрицательное напряжение, величиной меньше U_0 , диод по-прежнему закрыт, ток через источник не течет, вольтметр показывает напряжение источника U . Как только напряжение источника U станет большим положительного значения U_0 , диод открывается и пропускает через себя такой ток I , при котором сумма падений напряжения на резисторах равняется $U - U_0$

$$3IR = U - U_0$$

Отсюда находим ток в цепи

$$I = \frac{U - U_0}{3R}$$

При этом вольтметр показывает напряжение на диоде (U_0) и на резисторе $2R$, т.е.

$$U_v = U_0 + 2RI = \frac{2}{3}U + \frac{1}{3}U_0$$

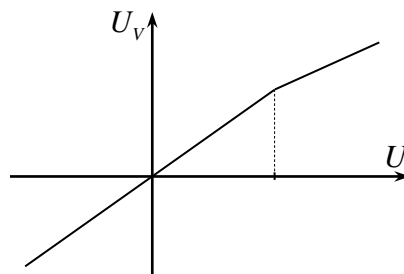
Таким образом

$$U_v = \begin{cases} U, & U < U_0 \\ U_v = \frac{2}{3}U + \frac{1}{3}U_0, & U > U_0 \end{cases} \quad (*)$$

График зависимости $U_v(U)$ приведен на рисунке. При напряжении источника $\pm 5U_0$ показания вольтметра находим из формулы (*):

$$\text{при } U = -5U_0, \quad U_v = U = -5U_0$$

$$\text{при } U = 5U_0, \quad U_v = U = (11/3)U_0$$



Критерии оценки задачи

1. Правильные принципы работы с вольтамперными характеристиками нелинейных элементов - 0,5 балла
2. Найдена зависимость показаний вольтметра от напряжения источника в случае закрытого диода - 0,5 балла,
3. Понято, когда диод будет открываться и найдено напряжение вольтметра при открытом диоде - 0,5 балла,
4. Правильный ответ, правильный график - 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

2. Условию задачи не противоречат два положения – когда в горизонтальном положении пружины растянуты или сжаты.

Рассмотрим первый случай: в горизонтальном положении пружины растянуты. Тогда, поскольку при перевороте рамки в вертикальное положение растяжение нижней пружины должно уменьшиться, а верхней – увеличиться, то именно нижняя пружина будет не деформирована, а груз будет удерживать верхняя пружина. Поскольку величина укорочения нижней пружины равна величине удлинения верхней (при перевороте рамки), то со стороны нижней пружины пропадает сила F (эта пружина станет недеформированной), а со стороны верхней добавляется сила $2F$. Отсюда заключаем, что

$$m = \frac{3F}{g}$$

Второй случай: в горизонтальном положении обе пружины сжаты. Тогда в вертикальном положении недеформированной будет верхняя пружина, а силу тяжести компенсировать нижняя. При этом поскольку при перевороте рамки дополнительное удлинение верхней пружины равно дополнительному укорочению нижней, к силе упругости нижней пружины F за счет ее дополнительной деформации добавится сила $F/2$ (поскольку коэффициент жесткости нижней пружины вдвое меньше). Поэтому

$$m = \frac{3F}{2g}$$

Таким образом, масса тела может принимать два значения

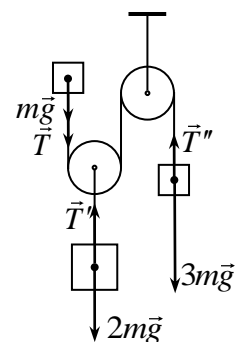
$$m_1 = \frac{3F}{g} \text{ и } m_2 = \frac{3F}{2g}$$

Критерии оценки задачи

1. Правильно использован закон Гука – 0,5 балла,
2. Правильно рассмотрен случай вертикальной рамки, когда в горизонтальном положении пружины были сжаты – 0,5 балла,
3. Правильно рассмотрен случай вертикальной рамки, когда в горизонтальном положении пружины были растянуты – 0,5 балла,
4. Правильные ответы – 0,5 балла (если участник рассмотрел только один случай, его максимальная оценка за задачу не превышает 1 балла).

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

3. На каждое тело действуют сила тяжести и сила натяжения веревки. Поэтому второй закон Ньютона для всех тел в проекции на ось, направленную вертикально вниз, дает



$$\begin{cases} ma_1 = T + mg \\ 2ma_2 = 2mg - 2T \\ 3ma_3 = 3mg - T \end{cases}$$

Здесь a_1 , a_2 и a_3 - ускорения тел массой m , $2m$ и $3m$ соответственно, T - сила натяжения веревки, привязанной к телам массой m и $3m$, $2T$ - сила натяжения веревки, привязанной к телу $2m$. Умножая первое уравнение на 2 и складывая его со вторым, а последнее уравнение на 2 и вычитая из него второе уравнение, получим уравнения, в которые не входит сила натяжения веревки

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 &= 2g \\ 3a_3 - a_2 &= 2g \end{aligned} \quad (*)$$

Получим уравнение связи ускорений. Если тело m совершило перемещение Δx_1 , а тело $2m$ - перемещение Δx_2 , направленное вниз, то слева от неподвижного блока потребуется кусок веревки длиной $2\Delta x_2$ и освободится кусок веревки длиной Δx_1 . Поэтому тело $3m$ совершит перемещение $\Delta x_1 - 2\Delta x_2$, направленное вертикально вниз. А это значит, что

$$a_3 = a_1 - 2a_2 \quad (**)$$

Решая систему уравнений (*), (**), получим

$$a_1 = \frac{8}{5}g, \quad a_2 = \frac{2}{5}g, \quad a_3 = \frac{4}{5}g$$

Все ускорения получились положительными, что означает, что направления ускорений были выбраны верными – все тела движутся вниз.

Критерии оценки задачи

1. Правильно расставлены силы, действующие на тела системы – 0,5 балла,
2. Правильные законы Ньютона для всех тел – 0,5 балла,
3. Правильные условия связи сил и ускорений – 0,5 балла,
4. Правильные ответы – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

4. Поскольку все участки процессов – растущие прямые, на каждом из них газ контактирует либо только с нагревателем (и получает положительное тепло), либо только с холодильником (отдает положительное тепло). Очевидно, что в процессе 1-2-3-1 контакт с нагревателем имеет место в процессах 1-2 и 2-3, контакт с холодильником – в процессе 3-1. Поэтому

$$\eta = \eta_{1231} = \frac{A_{1-2-3-1}}{Q_{1-2-3}}$$

где $A_{1-2-3-1}$ - работа газа за цикл 1-2-3-1, Q_{1-2-3} - количество теплоты, полученное газом в процессе 1-2-3. Эту же формулу можно переписать через количество теплоты, отданное холодильнику. Поскольку тепло отдается холодильнику в процессе 3-1, а $A_{1-2-3-1} = Q_{1-2-3} - Q_{3-1}$, где Q_{3-1} - количество теплоты, переданное холодильнику в процессе 3-1, то

$$\eta_{1231} = \frac{A_{1-2-3-1}}{A_{1-2-3-1} + Q_{3-1}} = \frac{1}{1 + (Q_{3-1} / A_{1-2-3-1})} \quad (*)$$

Так как треугольники 123 и 143 имеют одинаковую высоту, а основание треугольника 143 составляет 4/5 от основания треугольника 123, то площадь треугольника 143 составляет 4/5 от площади треугольника 123. Поэтому работа газа в цикле 1-4-3-1 составляет 4/5 от работы газа в цикле 1-2-3-1

$$A_{1-4-3-1} = \frac{4}{5} A_{1-2-3-1}$$

А поскольку в циклах 1-2-3-1 и 1-4-3-1 одинаковый участок, где происходит контакт с холодильником, то количество теплоты, переданное в них холодильнику, одинаковое. Поэтому для КПД цикла 1-4-3-1 имеем

$$\eta_{1431} = \frac{(4/5) A_{1-2-3-1}}{(4/5) A_{1-2-3-1} + Q_{3-1}} = \frac{(4/5)}{(4/5) + (Q_{3-1} / A_{1-2-3-1})} \quad (**)$$

Выражая отношение $Q_{3-1} / A_{1-2-3-1}$ из формулы (*) и подставляя его в (**), получим

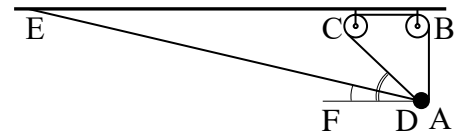
$$\eta_{1431} = \frac{(4/5) A_{1-2-3-1}}{(4/5) A_{1-2-3-1} + Q_{3-1}} = \frac{4\eta_{1-2-3-1}}{5 - \eta_{1-2-3-1}} = \frac{4\eta}{5 - \eta}$$

Критерии оценки задачи

1. Использовано правильное определение термодинамического КПД двигателя – 0,5 балла,
2. Понято, что в двух рассматриваемых циклах одинаковые участки, на которых газ отдает тепло холодильнику, в результате чего в двух циклах количество теплоты, отданное холодильнику одинаково – 0,5 балла,
3. Правильные связи работ, совершенных двигателями за цикл – 0,5 балла,
4. Правильные ответы – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

5. Найдем, как движется бусинка. Пусть скорость бусинки v и направления она так, как показано на рисунке. Тогда, поскольку нить нерастяжима, сумма проекций скорости бусинки на направления всех ниток, которые к ней привязаны, должна быть равна нулю. Поэтому, если скорость бусинки направлена под углом x к горизонтали, то



$$v \cos(x + \alpha) + v \cos(x + 3\alpha) + v \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

где v - скорость бусинки. Отсюда

$$\cos(x + \alpha) + \cos(x + 3\alpha) = \sin x \quad (*)$$

Используя формулы сложения тригонометрических функций, получим

$$\operatorname{tg} x = \frac{\cos \alpha + \cos 3\alpha}{1 + \sin \alpha + \sin 3\alpha} \quad (**)$$

Это равенство определяет направление движения бусинки в первый момент времени, причем угол x , определяемый равенством (**), - острый, поскольку все тригонометрические функции в (**), - положительны.

Очевидно, ускорение бусинки определяется проекцией ускорения свободного падения на направление движения бусинки (**), а силы натяжения нити не оказывают никакого влияния на это ускорение. Действительно, во второй закон Ньютона в проекции на направление движения бусинки войдет сумма

$$T \cos(x + \alpha) + T \cos(x + 3\alpha) + T \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

(T - сила натяжения нити) которая равна нулю в соответствии с (*). Поэтому ускорение бусинки есть

$$a = g \sin x$$

где

$$x = \operatorname{arctg}\left(\frac{\cos \alpha + \cos 3\alpha}{1 + \sin \alpha + \sin 3\alpha}\right)$$

Выражая синус через тангенс, можно получить еще одно выражение для ответа

$$a = g \frac{\cos \alpha + \cos 3\alpha}{\sqrt{(1 + \sin \alpha + \sin 3\alpha)^2 + (\cos \alpha + \cos 3\alpha)^2}} = g \frac{\cos \alpha + \cos 3\alpha}{\sqrt{3 + 2 \sin \alpha + 2 \sin 3\alpha + 2 \cos 2\alpha}}$$

Критерии оценки задачи

1. Использовано утверждение, что сумма проекции скорости бусинки на нитки равна нулю – 0,5 балла,
 2. Правильно найдено направление движения бусинки в первый момент времени после ее отпускания – 0,5 балла,
 3. Доказано, что силы натяжения не совершают работу – 0,5 балла,
 4. Правильный ответ – 0,5 балла,
- Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.