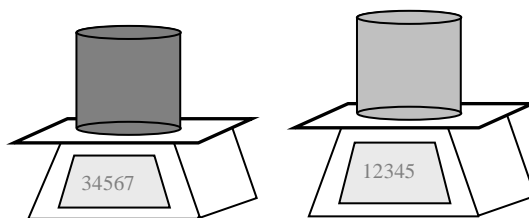


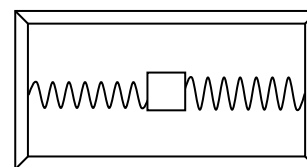
Решения и критерии оценивания
Заключительный тур олимпиады Росатом, физика, 8 класс
2019-2020 учебный год

1. На концах невесомой доски длиной l стоят мальчики, массы которых равны m и $1,5m$. Посередине доски находится опора. Мальчики начинают аккуратно двигаться к середине доски со скоростями v и $2v$ соответственно. Через какое время доска окажется в горизонтальном положении?

2. На двое весов поставили два одинаковых цилиндрических стакана и налили в них одинаковые объемы двух разных жидкостей. Разность показаний весов при этом составила Δm . Стаканы оставили открытыми, и жидкости начали испаряться. Известно, что скорость испарения (по объему) более тяжелой жидкости вдвое больше скорости испарения более легкой. Оказалось, что максимальная величина разности показаний весов составила $2\Delta m$. Найти отношение плотности более легкой жидкости к более тяжелой.



3. Тело прикрепляют с помощью двух пружин, коэффициенты жесткости которых отличаются вдвое, к прямоугольной рамке. При этом тело может двигаться только вдоль длинной стороны рамки. Когда рамку расположили горизонтально (см. рисунок), тело оказалось точно посередине рамки, при этом пружины действуют на тело с силами F . Когда рамку расположили вертикально так, что более жесткая пружина находится сверху, одна из пружин оказалась недеформированной. Найти массу тела. Считать, что для любых деформаций пружин справедлив закон Гука.



4. На тело действуют силы: $F_1 = 1$ Н, $F_2 = 2$ Н, $F_3 = 3$ Н, ..., $F_{100} = 100$ Н, направленные в одну сторону, и силы $F'_1 = 3$ Н, $F'_2 = 6$ Н, $F'_3 = 9$ Н, ... $F'_{50} = 150$ Н, направленные противоположно. Найти равнодействующую этих сил.

5. Незнайка поехал на автомобиле из Цветочного города в Солнечный город. По дороге между ними находится деревня Простоквашино. Через время t_1 после выезда расстояние от Незнайки до Простоквашино оказалось вдвое большим того расстояния, которое он проехал. Когда после этого Незнайка проехал еще расстояние x , расстояние от Незнайки до Солнечного города оказалось вдвое большим расстояния от него до Простоквашино. Через время t_2 после этого Незнайка приехал в Солнечный город. Найти скорость автомобиля, считая ее постоянной.

Решения

1. В начальный момент перевешивает более тяжелый мальчик, поскольку плечи рычага от опоры до мальчиков одинаковы, а масса больше. Доска придет в горизонтальное положение в тот момент, когда моменты сил тяжести мальчиков относительно опоры станут одинаковыми. Или

$$m\left(\frac{l}{2} - vt\right) = \frac{3}{2}m\left(\frac{l}{2} - 2vt\right)$$

Отсюда находим

$$t = \frac{l}{8v}$$

Критерии оценки задачи

1. Правильно используется формула «расстояние-время-скорость» – 0,5 балла,
2. Правильно используется правило рычага – 0,5 балла,
3. Составлено правильное условия равновесия рычага с учетом движения мальчиков – 0,5 балла,
4. Правильный ответ – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

2. Поскольку объемы жидкостей вначале одинаковы, то больше масса тяжелой жидкости, и для плотностей жидкостей ρ_1 и ρ_2 и объема стакана V выполнено условие

$$(\rho_1 - \rho_2)V = \Delta m \quad (*)$$

Так как скорость испарения тяжелой жидкости вдвое больше скорости испарения легкой, а площади открытых частей стакана одинаковы, уровень жидкости в стакане с тяжелой жидкостью будет опускаться с вдвое большей скоростью. Поэтому разность показаний весов будет сначала уменьшаться, потом станет равной нулю, потом масса легкой жидкости станет больше массы тяжелой, и разность их масс будут расти. Поэтому максимальной разность масс будет тогда, когда тяжелая жидкость полностью испарится. В этот момент легкая жидкость будет занимать половину объема стакана. Следовательно

$$\rho_2 \frac{V}{2} = 2\Delta m \quad (**)$$

Деля равенства (*) и (**) друг на друга, получим

$$\frac{2(\rho_1 - \rho_2)}{\rho_2} = \frac{1}{2}$$

Откуда находим

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{5}{4}$$

Критерии оценки задачи

1. Понята главная идея задачи – максимальная разность показаний будет достигаться тогда, когда более летучая жидкость полностью испарится – 0,5 балла,
2. Правильно используется связь массы, плотности и объема – 0,5 балла,
3. Правильно найдена масса легкой жидкости, когда тяжелая полностью испарится – 0,5 балла,
4. Правильный ответ – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

3. Условию задачи не противоречат два положения – когда в горизонтальном положении пружины растянуты или сжаты.

Рассмотрим первый случай: в горизонтальном положении пружины растянуты. Тогда, поскольку при перевороте рамки в вертикальное положение растяжение нижней пружины должно уменьшиться, а верхней – увеличиться, то именно нижняя пружина будет не деформирована, а груз будет удерживать верхняя пружина. Поскольку величина укорочения нижней пружины равна величине удлинения верхней (при перевороте рамки), то со стороны нижней пружины пропадает сила F (эта пружина станет недеформированной), а со стороны верхней добавляется сила $2F$. Отсюда заключаем, что

$$m = \frac{3F}{g}$$

Второй случай: в горизонтальном положении обе пружины сжаты. Тогда в вертикальном положении недеформированной будет верхняя пружина, а силу тяжести компенсировать нижняя. При этом поскольку при перевороте рамки дополнительное удлинение верхней пружины равно дополнительному укорочению нижней, к силе упругости нижней пружины F за счет ее дополнительной деформации добавится сила $F/2$ (поскольку коэффициент жесткости нижней пружины вдвое меньше). Поэтому

$$m = \frac{3F}{2g}$$

Таким образом, масса тела может принимать два значения

$$m_1 = \frac{3F}{g} \text{ и } m_2 = \frac{3F}{2g}$$

Критерии оценки задачи

1. Правильно использован закон Гука – 0,5 балла,
2. Правильно рассмотрен случай вертикальной рамки, когда в горизонтальном положении пружины были сжаты – 0,5 балла,
3. Правильно рассмотрен случай вертикальной рамки, когда в горизонтальном положении пружины были растянуты – 0,5 балла,
4. Правильные ответы – 0,5 балла (если участник рассмотрел только один случай, его максимальная оценка за задачу не превышает 1 балла).

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

4. Силы $F_1, F_2, F_3, \dots, F_{100}$ можно записать как

$$F_n = nf_0$$

где n - целое число, $f_0 = 1$ Н. Поэтому, используя формулу для суммы целых чисел от 1 до N

$$1 + 2 + 3 + \dots + N = \frac{N(N+1)}{2}, \quad (*)$$

получим

$$F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_{100} = f_0 \frac{100 \cdot 101}{2} = 5050 f_0$$

Силы $F'_1, F'_2, \dots, F'_{50}$ можно записать как

$$F'_n = 3n f_0$$

где n - целое число. Поэтому

$$F'_1 + F'_2 + \dots + F'_{50} = 3f_0 \frac{50 \cdot 51}{2} = 3825 f_0$$

И, следовательно, равнодействующая данных в условии задачи сил направлена так же как силы $F_1, F_2, F_3, \dots, F_{100}$ и равна

$$F_p = 5050 f_0 - 3825 f_0 = 1225 f_0 = 1225 \text{ Н}$$

(Формулу для суммы целых чисел от 1 до N (*) легко получить так. Сгруппируем слагаемые в сумме таким образом – первое с последним, второе с предпоследним, третье с предпредпоследним и т.д.

$$1 + 2 + 3 + \dots + (N - 2) + (N - 1) + N = (1 + N) + (2 + (N - 1)) + (3 + (N - 2)) + \dots$$

Тогда все слагаемые в скобках справа равны $N + 1$. И таких пар будет $N/2$, если N - четное, и $(N - 1)/2$ пар, если N - нечетное, плюс одно число посередине нашей последовательности, которому не нашлось пары, т.е. число $(N + 1)/2$. Поэтому для четных N

$$1 + 2 + 3 + \dots = \frac{N(N + 1)}{2}$$

Для нечетных N

$$1 + 2 + 3 + \dots = \frac{(N - 1)(N + 1)}{2} + \frac{(N + 1)}{2} = \frac{N(N + 1)}{2}$$

Т.е. и в том, и в другом случае сумма определяется формулой (**))

Критерии оценки задачи

1. Использовано, что в случае одинаковых направлений сил, силы складываются, противоположных - вычитаются – 0,5 балла,
 2. Правильно найдена сумма $F_1 + F_2 + F_3 + \dots$ – 0,5 балла,
 3. Правильно найдена сумма $F'_1 + F'_2 + F'_3 + \dots$ – 0,5 балла,
 4. Правильный ответ – 0,5 балла,
- Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.**

5. Составим уравнения, отвечающие условию. Пусть скорость автомобиля - v , расстояние между Цветочным городом и Солнечным Городом - L , между Цветочным городом и Простоквашино - l .

Тогда для времени t_1 имеем

$$vt_1 = \frac{l - vt_1}{2} \quad (*)$$

Согласно условию задачи, когда Незнайка проехал еще расстояние x , расстояние от него до Солнечного города было стало вдвое большим расстояния от него до Простоквашино. Это условие может реализовываться двумя способами. Первый - Незнайка уже проехал Простоквашино. Второй - Незнайка еще не проехал Простоквашино. В первом случае имеем

$$L - (vt_1 + x) = 2(vt_1 + x - l). \quad (**)$$

Во втором

$$L - (vt_1 + x) = 2(l - (vt_1 + x)). \quad (***)$$

И для прибытия в Солнечный город имеем

$$vt_1 + x + vt_2 = L \quad (4*)$$

Решение системы уравнений (*), (**), (4*) или (*), (***), (4*) дает

$$v_1 = \frac{2x}{4t_1 + t_2}, \quad v_2 = \frac{2x}{4t_1 - t_2}, \quad (t_1 > t_2/4)$$

Критерии оценки задачи

1. Правильно использованы формулы «расстояние-время-скорость» – 0,5 балла,
2. Правильно составлена система уравнений для движения Незнайки – 0,5 балла,
3. Участник заметил, что с условием задачи совместимы две ситуации – проехав расстояние x , Незнайка еще не проехал, или уже проехал Простоквашино – 0,5 балла,
4. Правильные ответы – 0,5 балла (если участник рассмотрел только один случай, его максимальная оценка за задачу не превышает 1 балла).

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.