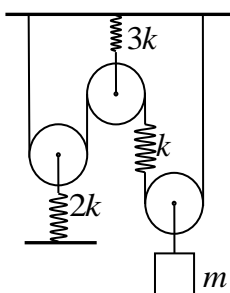


Решения и критерии оценивания
Заключительный тур олимпиады Росатом, физика, 8 класс
2019-2020 учебный год

1. Лазанья представляет собой вид итальянской пасты (макарон), в котором пласты макаронного теста прослаивают мясным фаршем с соусом бешамель. Считая, что слои теста и фарша имеют постоянную толщину, причем толщина слоя фарша на 20% больше толщины слоя теста, а плотность теста на 15% больше плотности фарша с соусом, найти среднюю плотность лазаньи. Плотность фарша с соусом равна ρ .

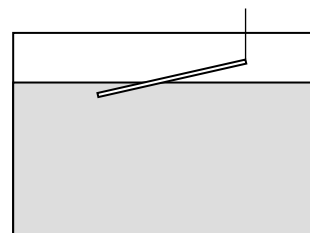
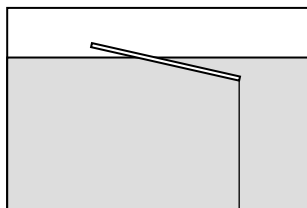
2. Три машины одновременно выехали из города А в город В и ехали по одной дороге с постоянными скоростями. Скорость первой машины была v , второй - $2v/3$. Известно, что первая машина приехала в город В, когда часы показывали время t часов, вторая – когда часы показывали время $t+1$ часов, третья – когда часы показывали время $t+2$ часов. Найти скорость третьей машины.

3. Два автомобиля едут в противоположные стороны со скоростями v и $2v$. К одному автомобилю привязан трос, который переброшен через блок, привязанный ко второму автомобилю. Второй конец троса привязан к тележке (см. рисунок). Найти ее скорость.



4. На какое расстояние переместится тело массой m в системе, показанной на рисунке, по сравнению с положением, в котором пружины не деформированы. Коэффициенты жесткости пружин показаны на рисунке, блоки невесомы, нити нерастяжимы.

5. Один конец тонкой деревянной палочки привязывают к веревке, второй конец которой привязывают к дну сосуда с водой. При этом веревка оказывается натянутой, палочка занимает наклонное положение и погружена в воду на $4/5$ своей длины (левый рисунок).



Затем ту же палочку привязывают к веревке, заканчивающейся на некоторой высоте над поверхностью воды, опускают в воду, и палочка принимает положение, показанное на правом рисунке. На какую часть своей длины она будет погружена в воду?

Решения

1. Пусть плотность фарша с соусом равна ρ . Тогда, поскольку плотность теста ρ_m по условию на 15% больше, ее можно найти из следующего соотношения

$$\frac{\rho_m - \rho}{\rho} = 0,15 \quad \Rightarrow \quad \rho_m = 1,15\rho$$

Среднюю плотность лазаньи можно найти через ее массу m и объем V

$$\rho_{cp} = \frac{m}{V} = \frac{\rho_m V_m + \rho V}{V_m + V}$$

где V_m - объем теста, V - объем фарша. Поскольку количество слоев фарша и теста по условию одинаково, а объем фарша на 20% больше объема теста, то для объема теста и фарша справедливо соотношение

$$\frac{V - V_m}{V_m} = 0,2$$

Откуда находим - $V_m = V / 1,2$. Поэтому для средней плотности лазаньи получаем

$$\rho_{cp} = \frac{1,15\rho \frac{V}{1,2} + \rho V}{\frac{V}{1,2} + V} = \frac{2,35}{2,2} \rho = 1,068\rho$$

Критерии оценки задачи

1. Использована правильная формула для средней плотности лазаньи – 0,5 балла,
2. Правильные формулы для соотношения объемов теста и фарша – 0,5 балла,
3. Правильные формулы для соотношения плотностей теста и фарша – 0,5 балла,
4. Правильный ответ – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

2. Применяя формулу «расстояние-время-скорость» к первой и второй машинам, получим

$$v(t - t_0) = \frac{2}{3}v(t + 1 - t_0)$$

где t_0 - время выхода машин из города А. Отсюда

$$t_0 = t - 2$$

Теперь применяя ту же формулу к первой и третьей машинам, получим для скорости третьей машины v_3

$$2v = 4v_3$$

Или

$$v_3 = \frac{v}{2}$$

Критерии оценки задачи

1. Правильное использование формулы «расстояние-время-скорость» – 0,5 балла,
2. Правильно написано уравнение для первой и второй машин – 0,5 балла,

3. Правильно найдено время выхода машин из города А – 0,5 балла,

4. Правильный ответ – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

3. Пусть в некоторый момент времени машины и тележка занимают некоторые положения, и пусть после этого момента проходит некоторый интервал времени Δt . Найдем насколько переместится за это время тележка. Поскольку правая машина переместится направо на расстояние $2v\Delta t$, а левая машина переместится налево на расстояние $v\Delta t$, то длина веревки между блоками стала больше на величину $3v\Delta t$. Значит, длина куска веревки от левого блока до тележки стала короче на эту величину. И, кроме того, та точка, откуда начинается этот кусок, передвинулся влево на $v\Delta t$. Поэтому тележка переместится налево на $4v\Delta t$. Следовательно, скорость тележки направлена налево и равна

$$v_m = 4v$$

Критерии оценки задачи

1. Правильная идея решения – вычисление перемещения тележки по известным перемещениям машин – 0,5 балла,

2. Правильно использована формула «расстояние-время-скорость» – 0,5 балла,

3. Правильная связь перемещений машин и тележки – 0,5 балла,

4. Правильный ответ – 0,5 балла.

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

4. Поскольку тело находится в равновесии, сила натяжения веревки, привязанной к телу, равна mg . Следовательно, сила натяжения веревки, которая охватывает все три блока, равна $mg/2$, а сила натяжения веревки, привязывающей к полу левый блок, и удерживающей центральный, равна mg . Поэтому веревка, привязывающая к полу левый блок, растянется на

$$\Delta x_1 = \frac{mg}{2k}$$

Веревка, удерживающая центральный блок, растянется на

$$\Delta x_2 = \frac{mg}{3k}$$

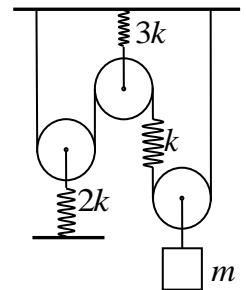
а веревка, охватывающая правый блок, растянется на

$$\Delta x_3 = \frac{mg}{2k}$$

Поэтому часть веревки, охватывающей правый блок, станет длиннее на

$$\Delta l = 2\Delta x_1 + 2\Delta x_2 + \Delta x_3 = \frac{13mg}{6k}$$

что приведет к опусканию тела на



$$\Delta x = \frac{\Delta l}{2} = \frac{13mg}{12k}$$

Критерии оценки задачи

1. Правильно используется закон Гука – 0,5 балла,
2. Правильно определены силы натяжения всех веревок – 0,5 балла,
3. Правильно определена связь величины опускания груза и удлинения каждой веревки – 0,5 балла,
4. Правильный ответ – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

5. В положении равновесия момент силы тяжести и момент силы Архимеда относительно нити равны друг другу. А поскольку сила тяжести приложена к центру палочки, а сила Архимеда к центру той части палочки, которая находится в воде, условие равновесия дает

$$\rho g l S \frac{l}{2} = \rho_0 g x l S \frac{x l}{2}$$

где ρ - плотность дерева, ρ_0 - плотность воды, S - площадь сечения палочки, l - ее длина, x - доля длины палочки, находящаяся в воде ($x = 3/5$). Отсюда находим связь плотностей дерева и воды.

$$\rho = \rho_0 x^2 \quad (*)$$

(отметим, что от того, на какой глубине заканчивается веревка, величина x не зависит, если палочка занимает наклонное положение). Рассмотрим теперь условие равновесия палочки, если один ее конец подвешен на нити, а второй опущен в воду. В этом случае также равны друг другу моменты силы тяжести и силы Архимеда относительно точки крепления нити. А поскольку точкой приложения силы Архимеда является центр погруженной в воду части палочки, имеем

$$\rho g l S \frac{l}{2} = \rho_0 g y l S \frac{(2l - yl)}{2}$$

Или, используя формулу (*), получим квадратное уравнение относительно доли палочки y , находящейся в воде во втором случае

$$y(2 - y) = x^2 \quad (**)$$

(отметим, что величина y не зависит от того, на какой высоте над поверхностью заканчивается веревка, при условии, что палочка занимает наклонное положение). Решая квадратное уравнение (**), находим

$$y_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1 - x^2}$$

Корень со знаком «+» дает долю, большую 1; поэтому он не подходит. Поэтому

$$y = 1 - \sqrt{1 - x^2} = \frac{1}{5}$$

Таким образом, во втором случае палочка будет погружена в воду на пятую часть своей длины.

Критерии оценки задачи

1. Правильная идея решения – уравнение моментов для палочки относительно точки привязывания нити – 0,5 балла,
2. Правильно вычисляется момент силы Архимеда - – 0,5 балла,

3. Правильные условия равновесия палочки для первого и второго случаев – 0,5 балла,

4. Правильный ответ – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.