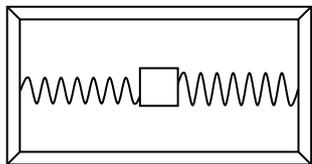


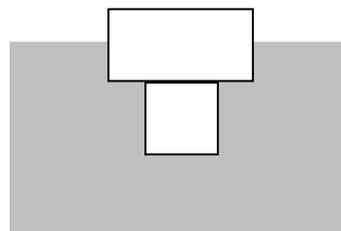
Решения и критерии оценивания
Заключительный тур олимпиады Росатом, физика, 9 класс
2019-2020 учебный год

1. Тело бросили под углом к горизонту с края ступеньки. Известно, что максимальной высоты тело достигло через время $t = 0,5$ с после броска, а через время $5t$ упало на землю. Найти высоту ступеньки. $g = 10 \text{ м/с}^2$.



2. Тело прикрепляют с помощью двух пружин, коэффициенты жесткости которых отличаются в два раза, к прямоугольной рамке. При этом тело может двигаться только вдоль длинной стороны рамки. Когда рамку расположили горизонтально (см. рисунок), тело оказалось точно посередине рамки, при этом пружины действуют на тело с силами F . Когда рамку расположили вертикально так, что более жесткая пружина находится вверху, одна из пружин оказалась недеформированной. Найти массу тела. Считать, что для любых деформаций пружин справедлив закон Гука.

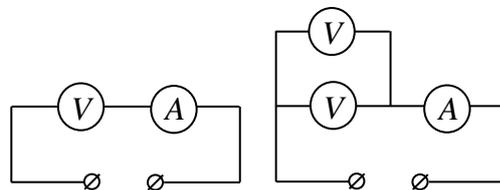
3. Имеется стакан, составленный из двух цилиндрических частей: узкой с дном, и открытой с радиусом вдвое большим радиуса узкой части. Высота частей стакана одинакова. Стакан опускают в воду вниз дном, и он погружается на половину высоты широкой части и далее остается в таком положении (см. рисунок). Какой максимальный объем воды можно налить



в стакан, чтобы он не затонул. Объем стакана V . Считать, что стенки стакана очень тонкие.

4. Незнайка поехал на автомобиле из Цветочного города в Солнечный город. По дороге между ними находится деревня Простоквашино. Через время t_1 после выезда расстояние от Незнайки до Простоквашино оказалось вдвое большим того расстояния, которое он проехал. Когда после этого Незнайка проехал еще расстояние x , расстояние от Незнайки до Солнечного города оказалось вдвое большим расстояния от него до Простоквашино. Через время t_2 после этого Незнайка приехал в Солнечный город. Найти скорость автомобиля, считая ее постоянной.

5. Когда к источнику постоянного напряжения подключили последовательно соединенные амперметр и вольтметр (левый рисунок), вольтметр показал напряжение U . Когда параллельно этому вольтметру подключили еще один такой же вольтметр



(правый рисунок), вольтметры в сумме показали напряжение $12U/7$. Затем параллельно этим двум вольтметрам подключают еще очень много точно таких же вольтметров. Какое напряжение они покажут в сумме? Сопротивлением подводящих проводов пренебречь.

Решения

1. Пусть начальная скорость камня v_0 , угол под которым его бросили - α . Время подъема на максимальную высоту определяется из условия равенства нулю вертикальной составляющей скорости тела выражением

$$0 = v_0 \sin \alpha - gt \quad \Rightarrow \quad v_0 \sin \alpha = gt \quad (*)$$

Полное время движения t_1 определяется из уравнения для вертикальной координаты тела

$$0 = h + v_0 \sin \alpha t_1 - \frac{gt_1^2}{2} \quad (**)$$

Где h - высота ступеньки, t_1 - полное время движения. Используя формулу (*), получим из (**)

$$h = \frac{1}{2} gt_1 (t_1 - 2t) = \frac{15}{2} gt^2 = 18,8 \text{ м}$$

Критерии оценки задачи

1. правильная идея решения – использование уравнений равноускоренного движения - 0,5 балла,
2. Правильная формула для времени подъема на максимальную высоту – 0,5 балла,
3. Правильная формула для дальности полета – 0,5 балла,
4. Правильный ответ, правильные вычисления – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

2. Условию задачи не противоречат два положения – когда в горизонтальном положении пружины растянуты или сжаты.

Рассмотрим первый случай: в горизонтальном положении пружины растянуты. Тогда, поскольку при перевороте рамки в вертикальное положение растяжение нижней пружины должно уменьшиться, а верхней – увеличиться, то именно нижняя пружина будет не деформирована, а груз будет удерживать верхняя пружина. Поскольку величина укорочения нижней пружины равна величине удлинения верхней (при перевороте рамки), то со стороны нижней пружины пропадает сила F (эта пружина станет недеформированной), а со стороны верхней добавляется сила $2F$. Отсюда заключаем, что

$$m = \frac{3F}{g}$$

Второй случай: в горизонтальном положении обе пружины сжаты. Тогда в вертикальном положении недеформированной будет верхняя пружина, а силу тяжести компенсировать нижняя. При этом поскольку при перевороте рамки дополнительное удлинение верхней пружины равно дополнительному укорочению нижней, к силе упругости нижней пружины F за счет ее дополнительной деформации добавится сила $F/2$ (поскольку коэффициент жесткости нижней пружины вдвое меньше).

Поэтому

$$m = \frac{3F}{2g}$$

Таким образом, масса тела может принимать два значения

$$m_1 = \frac{3F}{g} \text{ и } m_2 = \frac{3F}{2g}$$

Критерии оценки задачи

1. Правильно использован закон Гука – 0,5 балла,
2. Правильно рассмотрен случай вертикальной рамки, когда в горизонтальном положении пружины были сжаты – 0,5 балла,
3. Правильно рассмотрен случай вертикальной рамки, когда в горизонтальном положении пружины были растянуты – 0,5 балла,
4. Правильные ответы – 0,5 балла (если участник рассмотрел только один случай, его максимальная оценка за задачу не превышает 1 балла).

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

3. Поскольку стакан в показанном на рисунке положении находится в равновесии, сила тяжести стакана равна силе Архимеда

$$mg = \rho g V_{n.ч.}$$

где m - масса стакана, ρ - плотность воды, $V_{n.ч.}$ - объем погруженной в воду части стакана. Если обозначить радиус узкой части стакана как r , а высоту и широкую, и узкой части как h , то

$$V_{n.ч.} = \pi r^2 h + \pi (2r)^2 \frac{h}{2} = 3\pi r^2 h$$

Или

$$m = 3\pi \rho r^2 h$$

Когда в стакан наливают воду, он погружается глубже, и условие равновесия стакана с водой дает

$$(m + M)g = \rho g V_{n.ч.} \quad \Rightarrow \quad mg = g(\rho V_{n.ч.} - M) = g\rho(V_{n.ч.} - V) \quad (*)$$

где V - объем налитой в стакан воды. С другой стороны, разность $V_{n.ч.} - V$ имеет смысл объема, погруженной в воду части стакана, в которой нет воды. Таким образом, из формулы (*) заключаем, что при налипании в стакан воды он погружается в воду так, что объем незаполненной водой «подводной» части стакана определяется только массой самого стакана, т.е. не меняется.

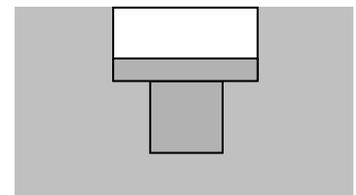
Используем это утверждение для нахождения максимального объема воды, который можно налить в стакан. Очевидно, что при налипании максимального объема стакан погрузится в воду по самые края.

При этом согласно доказанному утверждению объем стакана, не заполненный водой, будет таким же как объем погруженной в воду части стакана, когда в нем совсем нет воды, т.е. $3\pi r^2 h$.

Поэтому в стакане можно полностью заполнить узкую часть, а широкую до такой высоты x , что

$$\pi (2r)^2 (h - x) = 3\pi r^2 h \quad \Rightarrow \quad x = \frac{h}{4}$$

Следовательно, максимальный объем воды, который можно налить в стакан, равен



$$V_1 = \pi r^2 h + \pi (2r)^2 x = \pi r^2 h + 4\pi r^2 \frac{h}{4} = 2\pi r^2 h$$

Поскольку объем стакана $V = 5\pi r^2 h$, то в стакан можно налить максимальный объем воды

$$V_1 = \frac{2}{5}V$$

Критерии оценки задачи

1. Правильное условие равновесия стакана с водой – 0,5 балла,
2. Правильно найдена масса стакана – 0,5 балла,
3. Правильное условие равновесия стакана, максимально погруженного в воду – 0,5 балла,
4. Правильный ответ – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

4. Составим уравнения, отвечающие условию. Пусть скорость автомобиля - v , расстояние между Цветочным городом и Солнечным Городом - L , между Цветочным городом и Простоквашино - l .

Тогда для времени t_1 имеем

$$vt_1 = \frac{l - vt_1}{2} \quad (*)$$

Согласно условию задачи, когда Незнайка проехал еще расстояние x , расстояние от него до Солнечного города было стало вдвое большим расстояния от него до Простоквашино. Это условие может реализовываться двумя способами. Первый - Незнайка уже проехал Простоквашино. Второй - Незнайка еще не проехал Простоквашино. В первом случае имеем

$$L - (vt_1 + x) = 2(vt_1 + x - l). \quad (**)$$

Во втором

$$L - (vt_1 + x) = 2(l - (vt_1 + x)). \quad (***)$$

И для прибытия в Солнечный город имеем

$$vt_1 + x + vt_2 = L \quad (4*)$$

Решение системы уравнений (*), (**), (4*) или (*), (***), (4*) дает

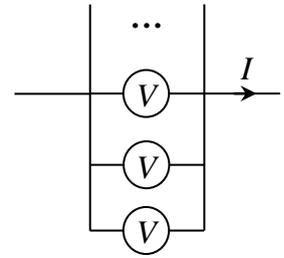
$$v_1 = \frac{2x}{4t_1 + t_2}, \quad v_2 = \frac{2x}{4t_1 - t_2}, \quad (t_1 > t_2 / 4)$$

Критерии оценки задачи

1. Правильно использованы формулы «расстояние-время-скорость» – 0,5 балла,
2. Правильно составлена система уравнений для движения Незнайки – 0,5 балла,
3. Участник заметил, что с условием задачи совместимы две ситуации – проехав расстояние x , Незнайка еще не проехал, или уже проехал Простоквашино – 0,5 балла,
4. Правильные ответы – 0,5 балла (если участник рассмотрел только один случай, его максимальная оценка за задачу не превышает 1 балла).

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

5. Очевидно, что если в проводник, по которому течет ток I , включены соединенные последовательно какое-то количество одинаковых вольтметров, то сумма показаний всех вольтметров равна произведению тока I на сопротивление одного вольтметра. Действительно, пусть имеется цепь, содержащая n вольтметров, показанная на рисунке справа. Тогда поскольку вольтметры одинаковы, через каждый течет ток I/n , показания каждого (а вольтметр показывает напряжение на самом себе) равны $U_1 = IR/n$ (R - сопротивление вольтметра), а сумма показаний вольтметров равна



$$nU_1 = IR$$

Построим теперь формулу для напряжения одного, суммы напряжений двух или большого количества вольтметров. Когда в цепь включен один вольтметр (левый рисунок в условии задачи), его показания U можно найти по закону Ома для данного участка цепи

$$I = \frac{U_0}{R+r} \Rightarrow U = IR = \frac{U_0 R}{R+r} \quad (*)$$

(U_0 - напряжение источника, R - сопротивление одного вольтметра, r - сопротивление амперметра). Когда в цепь включены два вольтметра (правый рисунок условия задачи), сумму показаний вольтметров можно найти как

$$I = \frac{U_0}{(R/2)+r} = \frac{2U_0}{R+2r} \Rightarrow \frac{12}{7}U = IR = \frac{2U_0 R}{R+2r} \quad (**)$$

Если в цепь включены очень много вольтметров n , то сумму показаний всех вольтметров можно найти как

$$I = \frac{U_0}{(R/n)+r} = \frac{nU_0}{R+nr} \approx \frac{U_0}{r} \Rightarrow U_\Sigma = IR = \frac{U_0 R}{r} \quad (***)$$

Таким образом, для нахождения суммы показаний большого количества вольтметров нужно знать величину $U_0 R/r$. Найдём её из формул (*), (**). «Переворачивая» эти формулы, получим

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{U_0} + \frac{r}{U_0 R}$$

$$\frac{7}{12U} = \frac{1}{2U_0} + \frac{r}{U_0 R}$$

Умножая теперь первое уравнение системы на $\frac{1}{2}$ и вычитая первое уравнение из второго, получим

$$\frac{r}{U_0 R} = \frac{1}{6U}$$

И из формулы (***) заключаем, что сумма показаний большого количества вольтметров, включенных в нашу цепь, будет равна

$$U_\Sigma = 6U$$

Критерии оценки задачи

1. Доказано, что если в систему параллельно соединенных одинаковых вольтметров втекает ток I , то сумма показаний всех вольтметров равна IR (R - сопротивление одного вольтметра) – 0,5 балла,
2. Правильный расчет цепи с одним вольтметром (связь показаний вольтметра с напряжением источника) – 0,5 балла,
3. Правильный расчет цепи с двумя вольтметрами – 0,5 балла,
4. Правильный ответ – 0,5 балла

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.