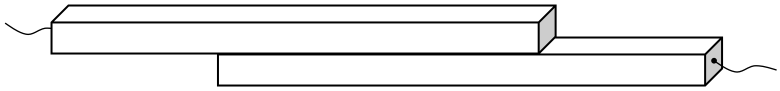
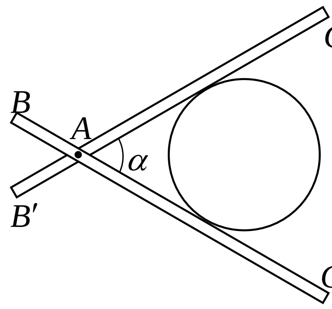
Решения и критерии оценивания
Заключительный тур олимпиады Росатом, физика, 9 класс
2019-2020 учебный год

1. Два очень тонких и очень длинных проводящих стержня прямоугольного сечения имеют одинаковые размеры. Удельное сопротивление материала одного стержня вдвое меньше удельного сопротивления материала второго. Стержни плотно прижимают друг к другу боковой стороной так, что прижатыми оказываются две третьих длины стержней. Стержни включаются в электрическую цепь своими неперекрытыми торцами (см. рисунок). Найти сопротивление системы стержней, если сопротивление стержня с меньшим сопротивлением $R = 10$ Ом.



2. Полностью заполненный водой калориметр с электронагревателем имеет комнатную температуру t_0. Нагреватель включают, и через время $T = 30$ с температура калориметра увеличивается на величину Δt. Затем воду из калориметра быстро выливают, вместо нее наливают такое же количество воды комнатной температуры и снова включают нагреватель. Чтобы теперь нагреть калориметр до температуры $t_0 + \Delta t$ требуется время $5T/6$. После этого воду из калориметра снова быстро выливают, а наливают такое же количество воды с температурой на величину Δt ниже комнатной. Сколько понадобится времени, чтобы нагреть калориметр тем же нагревателем до комнатной температуры? Считать, что калориметр не отдает тепло в окружающее пространство. Температуры воды и калориметра уравниваются очень быстро.

3. На горизонтальной поверхности между двумя одинаковыми стержнями BC и $B'C'$ находится шайба (см. рисунок; вид сверху). Стержни скреплены шарнирно в точке А. Концы стержней B и B' сжимают, перемещая шайбу по поверхности. При каком угле между стержнями α наступит заклинивание - шайба перестанет двигаться при любом усилии, прикладываемом к точкам B и B'? Коэффициент трения между стержнями и шайбой - μ, трение между шайбой и поверхностью отсутствует.

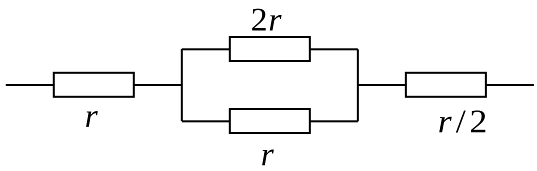


4. Граната, брошенная с начальной скоростью v_0 под углом α к горизонту, в верхней точке своей траектории разорвалась на множество осколков, которые в системе отсчета, связанной с гранатой, летят во все стороны с одинаковыми скоростями. Известно, что осколки падали на землю в течение времени Δt. Через какое время после взрыва упал на землю самый первый осколок?

5. Тело движется вдоль оси x из точки с координатой x ($x > 0$).. Проекция скорости тела на ось x зависит от его координаты x по закону $v_x = c/x$, где $c > 0$ - известная постоянная. Через какое время тело окажется в точке с координатой $2x$?

Решения

1. Поскольку стержни очень тонкие, падением напряжения в поперечном направлении можно пренебречь. Кроме того, электрическое напряжение линейно падает вдоль длины каждого стержня в месте их «бокового» контакта, следовательно, электрический ток через боковые поверхности стержней течь не будет. Поэтому можно считать, что данная электрическая цепь сводится к цепи, показанной на рисунке



Здесь левый резистор r - сопротивление одной трети стержня с бóльшим удельным сопротивлением, верхний резистор $2r$ - сопротивление двух третьих стержня с бóльшим удельным сопротивлением, нижний резистор r - сопротивление двух третьих стержня с меньшим удельным сопротивлением, $r/2$ - сопротивление одной трети стержня с меньшим удельным сопротивлением. А поскольку сопротивление стержня с меньшим удельным сопротивлением равно R, то

$$\frac{3r}{2} = R \qquad \Rightarrow \qquad r = \frac{2R}{3}$$

Складывая сопротивления цепи, показанной на рисунке, по правилам сложения последовательно и параллельно соединенных резисторов, найдем общее сопротивление стержней

$$R_{об} = \frac{13}{9} R = 14,4 \text{ Ом}$$

Критерии оценки задачи

1. Обоснование (со ссылкой на малость размеров в поперечном направлении и малое падение напряжения), что участок соединенных стержней – последовательное соединение резисторов – 0,5 балла,
2. Правильно перерисована цепь с учетом пропорциональности сопротивление длине стержня – 0,5 балла,
3. Правильно использованы формулы для расчета эквивалентного сопротивления – 0,5 балла,
4. Правильный ответ – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

2. Пусть теплоемкость воды в калориметре - C, теплоемкость калориметра - C_0, мощность нагревателя - P. Тогда уравнение теплового баланса для первого нагревания (начальные температуры воды и калориметра равны t_1) имеем

$$PT = \left(C + C_0\right)\Delta t \qquad (*)$$

(T - время нагревания, Δt - увеличение температуры калориметра при нагревании). После того как воду вылили, заполнили калориметр водой комнатной температуры, в калориметре установилась температура, большая, чем комнатная. При этом, поскольку потерь энергии нет, то количество необходимой для нагревания теплоты можно вычислить как количество теплоты, необходимое для нагревания воды (но не калориметра) от комнатной температуры на величину Δt. Поэтому уравнение теплового баланса для второго нагревания дает

$$P\frac{5}{6}T = C\Delta t \qquad (**)$$

Вычитая (**) и (*), получим

$$P\frac{1}{6}T = C_0\Delta t \qquad (***)$$

Количество теплоты, необходимое для третьего нагревания можно посчитать так. В третьем процессе вода должна нагреться на величину Δt (от температуры на Δt ниже комнатной до комнатной), а калориметр остыть на величину Δt (от температуры на Δt выше комнатной до комнатной). Поэтому уравнение теплового баланса дает

$$PT_1 + C_0\Delta t = C\Delta t$$

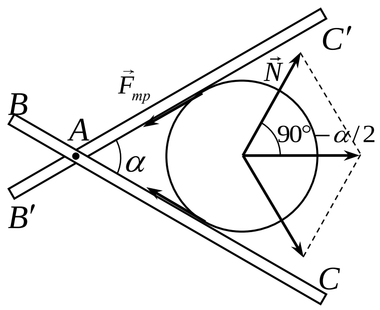
где T_1 - искомое время. Используя формулы (**) и (***), получим

$$T_1 = \frac{2}{3}T = 20 \text{ сек}$$

Критерии оценки задачи
1. Правильная идея решения – использование уравнения теплового баланса с калориметром и без калориметра - 0,5 балла,
2. Найдено соотношение теплоемкости калориметра и воды в калориметре – 0,5 балла,
3. Правильное уравнение теплового баланса для третьего случая – 0,5 балла,
4. Правильный ответ – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

3. При действии на точки B и B' «сжимающих» сил возникнут силы реакции, действующие со стороны стержней на шайбу, сумма которых направлена от шарнира, соединяющего стержни. Эта сила будет действовать на шайбу, выталкивая ее из системы стержней. С другой стороны, при этом возникнут силы трения, которые направлены к шарниру, скрепляющему стержни, и которые препятствуют движению шайбы (см. рисунок). Шайба будет двигаться, если сумма сил реакции (которые определяются тем, как мы сжимаем концы стержней B, и потому могут быть любыми) будет превосходить сумму двух сил трения, которая будет направлена к шарниру А. При этом силы трения будут принимать свои максимальные значения μN. То есть движение будет, если



$$2N\cos\left(90° - \frac{\alpha}{2}\right) \geq 2\mu N\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

или

$$\mu \leq tg\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

И соответственно движения не будет ни при какой силе N (т.е. произойдет заклинивание), если

$$\mu \geq tg\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

Критерии оценки задачи
1. Правильная расставлены силы, действующие на шайбу - 0,5 балла,
2. Правильное условие начала движения шайбы – 0,5 балла,
3. Использовано правильное условие для максимальной силы трения покоя – 0,5 балла,
4. Правильный ответ – 0,5 балла,

Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

4. Для исследования процесса разлета осколков перейдем в систему отсчета, которая имеет такую же скорость, как и граната до взрыва. В этой системе отсчета все осколки разлетаются с одинаковыми скоростями, поэтому первым на землю упадет тот осколок, который (в этой системе отсчета) движется вертикально вниз, последним – тот осколок, который (в этой системе отсчета) движется вертикально вверх. Пусть при взрыве осколки приобретают скорость v_1 (в системе отсчета, в которой граната покоилась). Тогда время падения на землю осколка, летящего после взрыва вертикально вниз и летящего после взрыва вертикально вверх, определяется из уравнений

$$h = v_1 t_1 + \frac{g t_1^2}{2}$$

$$h = -v_1 t_2 + \frac{g t_2^2}{2}$$

где $h = v_0^2 \sin^2 \alpha / 2g$ - высота, на которой произошел взрыв гранаты, t_1 и t_2 - время падения первого и последнего осколка. Отсюда находим

$$t_1 = \frac{-v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2gh}}{g} \qquad t_2 = \frac{v_1 + \sqrt{v_1^2 + 2gh}}{g}$$

Вычитая первое равенство из второго, получим $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2v_1}{g}$, или

$$v_1 = \frac{g \Delta t}{2}$$

Подставляя это значение в формулу для t_1 и используя известное выражение для высоты подъема тела, брошенного под углом к горизонту ($h = v_0^2 \sin^2 \alpha / 2g$), найдем время падения первого осколка на землю

$$t_1 = \frac{\Delta t}{2}\left(\sqrt{1 + \frac{4 v_0^2 \sin^2 \alpha}{g^2 \Delta t^2}} - 1\right)$$

Понятно, что ответ для времени падения этого осколка не зависит от системы отсчета, и потому это время будет таким же и в системе отсчета, связанной с землей.

Критерии оценки задачи

1. Правильная идея решения – в системе отсчета, связанной с гранатой, скорости осколков одинаковы по величине и направлены по всем направлениям – 0,5 балла,
2. Найдено время падения первого и последнего осколка на землю – 0,5 балла,
3. Правильно найдена скорость, которую приобретают осколки при взрыве в системе отсчета гранаты – 0,5 балла,
4. Правильный ответ – 0,5 балла.
Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.

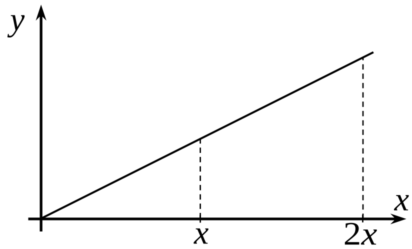
5. Движение тела не является ни равномерным, ни равноускоренным. Поэтому готовых соотношений для нахождения времени его попадания в те или иные точки нет. Поэтому будем вычислять время, исходя из определения скорости. Для этого мысленно разобьем траекторию на элементы Δx_1, Δx_2, Δx_3, … - настолько малые, что скорость на каждом из них можно считать постоянной. Тогда время прохождения n-го элемента Δx_n равно

$$\Delta t_n = \frac{\Delta x_n}{v(x_n)} = \frac{1}{c} x_n \Delta x_n$$

где $v(x_n)$ - скорость тела в какой-то точке внутри n-го элемента. Поэтому время прохождения участка траектории, лежащего от координаты x до координаты $2x$ определяется суммой времен прохождения всех малых элементов, на которые можно разделить этот участок траектории

$$t = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + ... = \frac{1}{c}\left(x_1 \Delta x_1 + x_2 \Delta x_2 + x_3 \Delta x_3 + ...\right) \qquad (*)$$

Сумму в скобках приходится вычислять при вычислении работы силы упругости. И вычисляется она графически. Для ее вычисления нужно построить график зависимости $y = x$. Тогда сумма (*) равна площади под графиком $y(x)$ между вертикальными прямыми x и $2x$ (показаны на рисунке пунктиром). Эта фигура представляет собой трапецию с высотой x и основаниями x и $2x$. Находя площадь этой трапеции, получим



$$t = \frac{3x^2}{2c}$$

Критерии оценки задачи
1. Правильная идея и обоснование решения – вычисление площади под графиком функции $1/v(x)$ - 0,5 балла,
2. Правильно построен график этой функции – 0,5 балла,
3. Правильно выбраны границы суммирования – 0,5 балла,
4. Правильный ответ – 0,5 балла,
Оценка за задачу находится как сумма оценок перечисленных пунктов. Максимальная оценка за задачу – 2 балла.