



154588  
Регистрационный номер

Фамилия Росцин

205  
(не заполнять)

Имя Толст

Отчество Николаевич

Подпись



«Утверждаю»  
Председатель оргкомитета конкурса

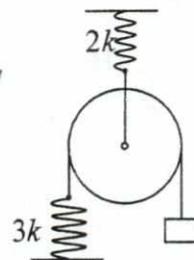
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,  
Заключительный этап, 11 класс

1. Трех товарищам, Пете, Коле и Васе, нужно попасть из пункта  $A$  в пункт  $B$ , находящихся на расстоянии 20 км друг от друга по шоссе. У них имеется один велосипед, на котором можно передвигаться вдвоем со скоростью 10 км/час и одному – со скоростью 15 км/час. Скорость перемещения по шоссе пешком для каждого одинаковая и равна 5 км/час. Втроем передвигаться на велосипеде невозможно. Решили действовать так: выходят из пункта  $A$  одновременно, Петя и Коля едут на велосипеде вместе в течении  $t$  час, а Вася идет пешком. После этого Коля сходит с велосипеда и оставшуюся часть пути до пункта  $B$  идет пешком. Петя мгновенно разворачивается, едет в обратном направлении, чтобы забрать идущего пешком Васю. Встретив на шоссе Васю, Петя мгновенно разворачивается, сажает Васю на велосипед, и они едут вместе до пункта  $B$ . По договоренности, тот кто прибудет в  $B$  раньше, ждет остальных. Временем  $T$  окончания операции считается время, когда вся компания соберется в пункте  $B$ . Найти значение  $t$ , при котором величина  $T$  наименьшая. Найти наименьшее значение  $T$ . ✓

2. Один из углов остроугольного треугольника  $ABC$  равен  $60^\circ$ . Точки  $M, N, P$  – основания высот треугольника  $ABC$ . Найти наибольшее значение отношения площадей треугольников  $MNP$  и  $ABC$ . ✓

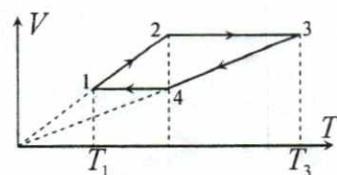
3. Найти целые числа  $x$  и  $y$ , для которых  $(x^2 - 4y^2)^2 = 24y + 1$ . ✓

4. Через невесомый блок, прикрепленный к потолку с помощью пружины, перебросили веревку. К одному концу веревки прикрепили тело массой  $m$ , к другому пружину, второй конец которой закрепили на полу. Коэффициенты жесткости пружин  $2k$  и  $3k$  (см. рисунок). На сколько переместится тело по сравнению с положением, когда пружины не деформированы? ✓



5. Сопротивление каждой стороны сделанного из проволоки восьмиугольника (см. рисунок) равно  $r$ . Каждую вершину восьмиугольника соединили с каждой другой так, что сопротивление каждого соединительного провода также равно  $r$ , а электрических контактов между соединительными проводами в точках их пересечения нет. Затем к вершинам 1 и 4 восьмиугольника подводят электрическое напряжение. Найти сопротивление восьмиугольника. ✓

6. С одним моле одноатомного идеального газа проводят циклический процесс. График зависимости объема газа от его абсолютной температуры в этом процессе представлен на рисунке. Известны абсолютные температуры газа в состояниях 1 и 3 -  $T_1 = T$  и  $T_3 = 4T$ . Известно также, что температуры газа в состояниях 2 и 4 одинаковы. Какое количество теплоты получает газ в процессе 1-2-3? Найти термодинамический КПД цикла. ✓



№3.

$$(x^2 - 4y^2)^2 = 24y + 1 \quad (y^2 - 3^2)^2 = 24y + 1$$

$$5^2 = 25 \text{ верто}$$

$$24y + 1 \geq 0$$

$$y \geq -\frac{1}{24} \Rightarrow y \geq 0.$$

$$\begin{cases} y=0 \\ x=1 \end{cases} \text{ или}$$

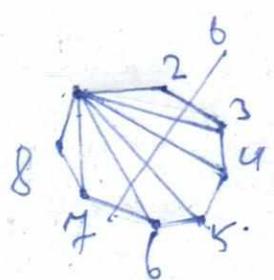
$$\begin{cases} y=0 \\ x=1 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} x=3 \text{ (полюс)} \\ y=1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x=-3 \\ y=1 \end{cases}$$

①

Ответ: (1; 0); (3; 1); (-1; 0); (-3; 1). *не все ответ*



№5.

для симметричных относительно  
плоскости  $\sigma$   $\Rightarrow$  при отражении  
точек "видны"  $\sigma$  будут противоположно

направлены с ними  $\sigma$ . т.е.  $|\sigma_{ij}| = 2$

$z \in \mathbb{Z} \setminus \{5\} \Rightarrow$  Тогда  $z$  симметричного

тогда  $(1-1, 1-6, \dots)$  (проводим  
симметрии вершины  $\sigma$  так же  $\sigma$

$$R_0 = r_{12} + r_{23} + r_{34} \dots + r_{81} = 8\sigma$$

Ответ:  $8\sigma$ .

②5



805

M1

$\uparrow = \frac{36}{16}$  ;  $\uparrow = \frac{13}{16}$  ;  $\uparrow = \frac{11}{10}$  ;  $\uparrow = \frac{13}{4}$   
 $\uparrow = 2 \frac{10}{13}$  ;  $\uparrow = 1 \frac{13}{3}$

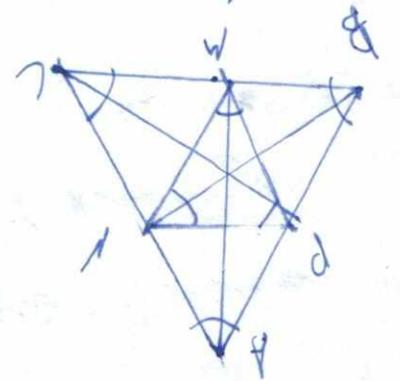
For power

Ответ:  $\uparrow = 2 \frac{10}{13}$  ;  $\uparrow = 1 \frac{13}{3}$  ;  $\uparrow = 1 \frac{13}{3}$

M2

$\angle B = 60^\circ$   
 $\triangle ABC$  остроугольный  
 $(\angle C < 90^\circ, \angle A < 90^\circ)$   
 $M_1, P$  - середины сторон

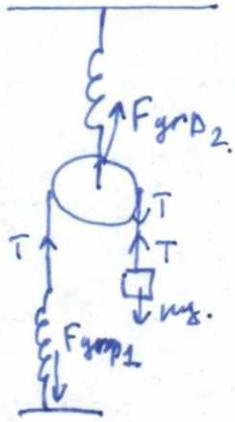
$\frac{SMNP}{SABC} = \dots$



Тогда  $PN$  - средняя линия  $\triangle ABC \Rightarrow PN \parallel BC$   
 $\triangle PMN \sim \triangle PNC \Rightarrow PN = \frac{1}{2} BC$   
 $\triangle PMN \sim \triangle PNC \Rightarrow PN = \frac{1}{2} BC$   
 $\triangle PMN \sim \triangle PNC \Rightarrow PN = \frac{1}{2} BC$   
 Тогда  $PN$  - средняя линия  $\triangle ABC$ , то  $AN = NC = AP$   
 $\triangle PMN \sim \triangle PNC$  подобны  
 $\angle A = 60^\circ$  ; тогда  $\triangle ABC$  подобен  $\triangle PMN$   
 $\angle A = 60^\circ$  ;  $\angle C = 60^\circ$  ;  $\angle B = 60^\circ$   
 т.к.  $\triangle PMN$  подобен  $\triangle ABC$ , то  $AN = NC = AP$   
 следовательно  $P$  и  $N$  - середины сторон  $AB$  и  $AC$

$\frac{S_{MNP}}{S_{ABC}} = \frac{1}{4}$   
 $\Rightarrow \frac{S_{MNP}}{S_{ABC}} = \frac{1}{4}$   
 $\Rightarrow \frac{S_{MNP}}{S_{ABC}} = \frac{1}{4}$

№4



1) по 2 закону Ньютона.

$$T = mg$$

$$T = F_{\text{супр}} = 3k \Delta x$$

$$F_{\text{супр}} = 3k \Delta x$$

$$\Rightarrow mg = 3k \Delta x_1$$

$$\Downarrow$$

$$\Delta x_1 = \frac{mg}{3k}$$

2) по 2 закону Ньютона.

$$F_{\text{супр}2} = 2T \Rightarrow 2k \Delta x_2 = 2 \cdot 3k \Delta x_1$$

$$F_{\text{супр}2} = 2k \cdot \Delta x_2$$

$$\Downarrow$$

$$\Delta x_2 = \frac{6k}{2k} \Delta x_1 \oplus$$

$$\oplus 3 \Delta x_1 = \frac{mg}{k}$$

$$l = \Delta x_1 + \Delta x_2 = \frac{mg}{k} + \frac{mg}{3k} = \frac{4}{3} \frac{mg}{k}$$

ответ:  $l = \frac{4}{3} \frac{mg}{k}$

1

№6.

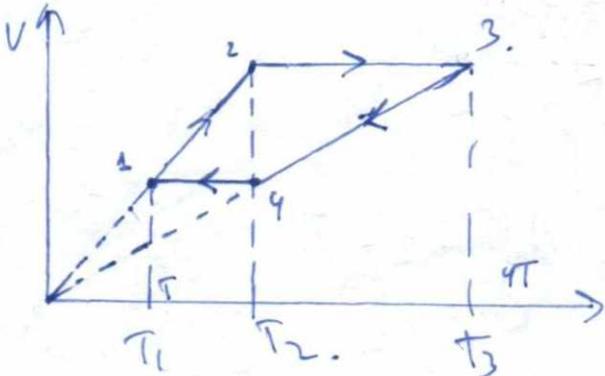
(1-2):  $V = k_1 T, k_1 = \text{const}$ .

(3-4):  $V = k_2 T, k_2 = \text{const}$ .

$$V_1 = k_1 T; V_3 = k_2 4T = V_2 \Rightarrow$$

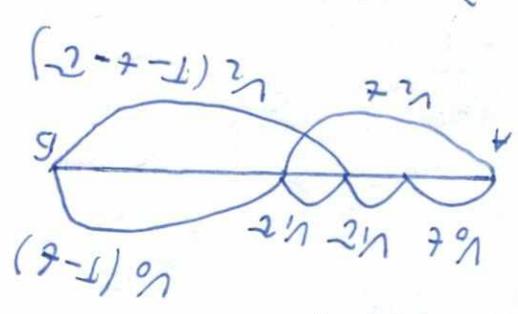
$$T \cdot V_2 = k_2 T_2; V_4 = k_2 T_2 = V_1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_1 = k_1 T \\ V_1 = k_2 T_2 \\ V_2 = k_2 T_2 \\ V_2 = k_2 4T \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 = \frac{k_1}{k_2} = \frac{T}{T_2} \\ 1 = \frac{T_2^2}{4T^2} \Rightarrow T_2 = \sqrt{4T^2} = 2T. \end{cases}$$



$t = ?$   
 $T_{min} = ?$   
 $T_{max} = ?$

- $S = 20 \text{ km/h}$
- $V_1 = 15 \text{ km/h}$
- $V_2 = 10 \text{ km/h}$
- $V_0 = 5 \text{ km/h}$



2)  $S V_2 T + V_1 T = V_2 T - V_0 T$   
 $5T + 15T = 10T - 5T = 5T$   
 $4T = 5T$   
 $T = \frac{5}{4}$

1)  $V_1 T + V_0(T-t) = 20$   
 $10T + 5T - 5t = 20$   
 $T + t = 4$   
 $T = 4 - t$

4)  $\begin{cases} T = 2 + \frac{8}{5} t \\ T = 4 t \end{cases}$

$2 + \frac{8}{5} t = 4 - t \cdot 1.8$   
 $16 + 5t = 32 - 8t$   
 $13t = 16$   
 $t = \frac{16}{13}$

3)  $V_0 t + V_2 t + V_1(T-t) = 20$   
 $5t + 5t + 10T - 10t - 10t = 20$   
 $2T - t - 2 = 4$   
 $T = 2 + \frac{8}{5} t$

Order  $V_2 = \frac{11}{2}$   
 $\frac{11}{2} < 0$   
 (qs)

$Q_{total} = Q_{12} + Q_{23}$   
 $Q_{23} = u_2 - u_1 + A_{21} = \frac{2}{3} v (v_2 - v_1) + \rho v_1$   
 $\rho v_1 = \frac{2}{5} v (v_2 - v_1) = \frac{2}{5} v R T$   
 $Q_{12} = A_{21} + \frac{2}{3} v (v_2 - v_1) = \frac{2}{3} v R T + \frac{2}{5} v R T$   
 $Q_{12} = \frac{2}{5} v R T + \frac{2}{3} v R T = \frac{2}{15} v R T$   
 $Q_{12} = \frac{2}{15} v R T$

