



184 247
 Регистрационный номер

Фамилия Бакан
 Имя Егор
 Отчество Николаевич

НОЗ
 (не заполнять)

 Подпись



«Утверждаю»

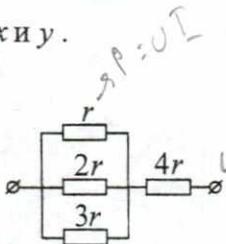
 Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
 Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
 Заключительный этап, 10 класс

1. В комнате висят двое плоских настенных часов, с длиной минутных стрелок 15 см и 20 см соответственно. Расстояние между началами минутных стрелок равно 1 м. Время, показываемое на часах, всегда отличается на 15 мин, хотя часовые механизмы обоих часов исправны. Найти максимальное и минимальное возможное расстояние между концами минутных стрелок.

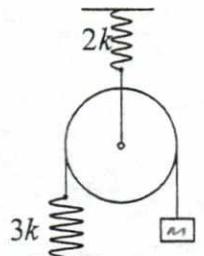
2. Два угла треугольника ABC равны 45° и 75° . Точки M, N, P – основания высот, проведенных из вершин треугольника ABC . Найти отношение площадей треугольников MNP и ABC .

3. Найти простые числа p , при которых уравнение $p^x = y^2 - 9$ имеет решение (x, y) с натуральными x и y .

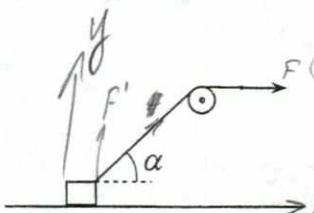


4. К электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, приложено некоторое напряжение. Известно, что мощность, которая выделяется на сопротивлении r , равна P . Найти мощность, которая выделяется на сопротивлении $4r$.

5. Через невесомый блок, прикрепленный к потолку с помощью пружины, перебросили веревку. К одному концу веревки прикрепили тело массой m , к другому пружину, второй конец которой закрепили на полу. Коэффициенты жесткости пружин $2k$ и $3k$ (см. рисунок). Насколько переместится тело по сравнению с положением, когда пружины не деформированы?



6. К телу, находящемуся на гладкой горизонтальной поверхности, прикрепена нерастяжимая нить, переброшенная через блок (см. рисунок). Угол между нитью и горизонтом равен α , после блока нить горизонтальна. Какое минимальное ускорение нужно сообщить концу нити, чтобы тело сразу же оторвалось от поверхности?



$F' = mg$
 $F \sin \alpha = \frac{F'}{\sin \alpha} \rightarrow F = \frac{F'}{\sin \alpha} = \frac{mg}{\sin \alpha}$

$p^x = y^2 - 9$

~~$p=1 \rightarrow y^2 = y^2 - 9 \rightarrow x = \dots$~~
 ~~$p=2 \rightarrow 2^x = y^2 - 9 \rightarrow x = 3, y = 5$~~

крестное число
негугельное!

~~y~~
 ~~p^x~~

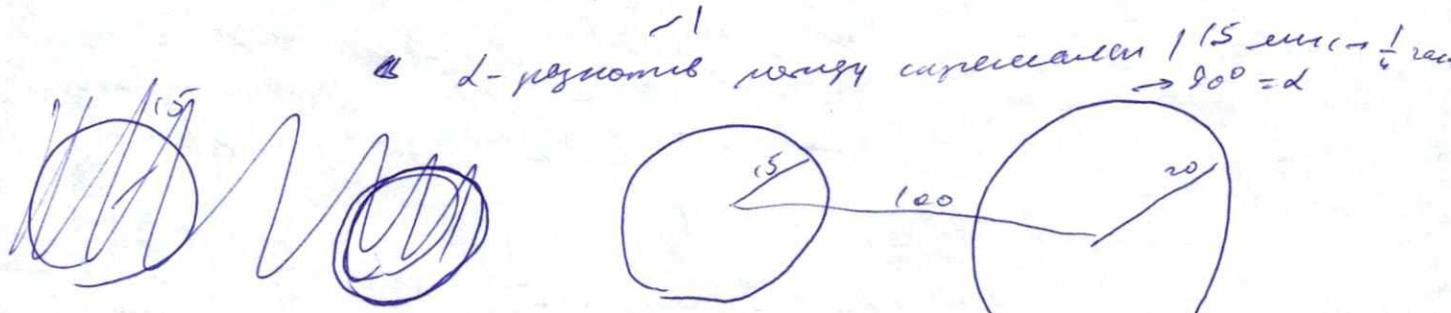
y	y ²	p ^x	p	x
0	0	-9		
1	1	-8	-2	3
2	4	-5		
3	9	0	0	N
4	16	7		
5	25	16	2	4
6	36	27		
7	49	40		
8	64	55		

$2^4 = 25 - 9 =$

0.5

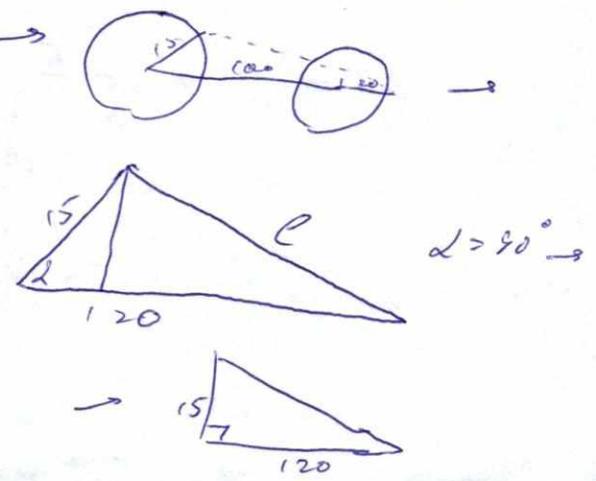
Ответ: $p \in \{-2, 0, 2\}$

не все p подходят



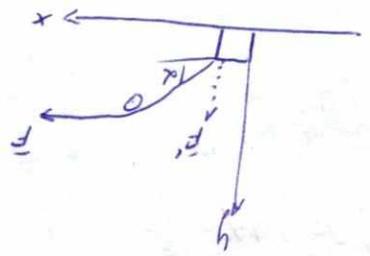
есть вариант варианта: когда соединяем (20) максимумом дугами \rightarrow

$\rightarrow l = \sqrt{15^2 + 120^2} \approx 121$

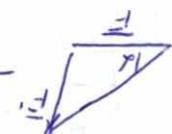


Ответ: 121 см

0

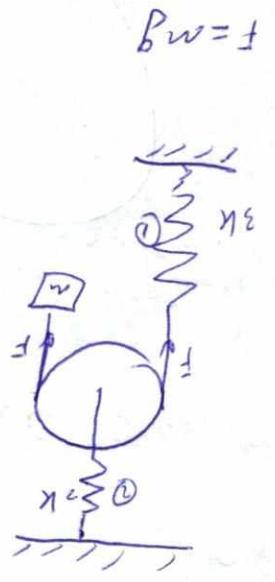


3) $\sin \alpha = \frac{F}{mg}$
 $F = mg \sin \alpha$
 $F' = \frac{F}{\sin \alpha} = mg$
 $F'' = \frac{F}{\cos \alpha} = \frac{mg}{\cos \alpha}$



Искомое: $a = \frac{g}{3}$
 $mg - F = ma$
 $mg - \frac{mg}{3} = ma$
 $\frac{2}{3}mg = ma$
 $a = \frac{2}{3}g$

1) $F' = mg$ (вертикальная составляющая) равнодействующая
 2) $F'' = \frac{mg}{\cos \alpha}$ (горизонтальная составляющая) равнодействующая

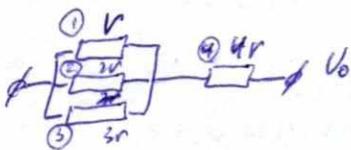


$F_{\text{упр}2} = 2k \Delta l_2$
 $F_{\text{упр}1} = 3k \Delta l_1$
 $F = 3k \Delta l_1 \rightarrow \Delta l_1 = \frac{F}{3k}$ (сжатие пружины)
 $F_{\text{упр}1} (\text{в об. сторону}) = 2F \rightarrow \Delta l_2 = \frac{F}{k}$ (растяжение пружины)

$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{F}{3k} + \frac{F}{k} = \frac{4F}{3k} = \frac{4}{3} \frac{F}{k}$

Искомое: $\Delta l = \frac{4}{3} \frac{F}{k}$

1) Если пружина 1 растягивается на Δl_1 , то масса тоже растягивается на $2\Delta l_1$.
 2) Если пружина 1 не будет растягиваться, то масса не будет растягиваться, но пружина 2 не будет растягиваться, но масса растягивается на $2\Delta l_2$.



где P_1 и P_4
найти P_4

1) ток на клеммах задается напряжением U_0

2) рассчитаем R :

$$R_{13} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = \frac{r \cdot 3r}{r + 3r} = \frac{3}{4}r \quad (\text{парал. сог.})$$

$$R_{123} = \frac{R_{13} \cdot R_2}{R_{13} + R_2} = \frac{\frac{3}{4}r \cdot 2r}{\frac{3}{4}r + 2r} = \frac{6}{11}r \quad (\text{парал. сог.})$$

$$R_0 = R_{123} + R_4 = \frac{6}{11}r + 4r = \frac{50}{11}r \quad (\text{послед. сог.})$$

3) рассчитаем P :

$$P = U I = U \cdot \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R}$$

4) рассчитаем U :

$$\frac{U_4}{U_{123}} = \frac{R_4}{R_{123}} \rightarrow \frac{U_4}{U_{123}} = \frac{4r}{\frac{6}{11}r} = \frac{11}{6} \rightarrow \begin{cases} 6U_4 = 11U_{123} \\ U_4 + U_{123} = U_0 \end{cases} \rightarrow$$

$$U_4 = \frac{11}{6} U_{123}$$

$$\frac{11}{6} U_{123} + U_{123} = U_0$$

$$\frac{17}{6} U_{123} = U_0 \rightarrow U_{123} = \frac{6}{17} U_0$$

$$U_4 = \frac{11}{17} U_0$$

$$U_1 = U_2 = U_3 = U_{123} \quad (\text{м.к. сог. параллель.})$$

15
11

5) рассчитаем P :

$$P_1 = \frac{U_1^2}{R_1} = \frac{U_{123}^2}{R_1} = \frac{\left(\frac{6}{17} U_0\right)^2}{r} = \frac{36}{289} U_0^2$$

$$P_4 = \frac{U_4^2}{R_4} = \frac{\left(\frac{11}{17} U_0\right)^2}{4r} = \frac{121}{289} U_0^2$$

$$\frac{P_4}{P_1} = \frac{\frac{121}{289} U_0^2 \cdot r}{4r \cdot \frac{36}{289} U_0^2} = \frac{121}{36} \rightarrow P_4 = \frac{121}{36} P_1 = \frac{121}{36} P \approx 3,36P$$

Ответ: $P_4 = \frac{121}{36} P \approx 3,36P$

