



210524  
Регистрационный номер

Фамилия Синельников  
Имя Артём  
Отчество Витальевич

4049  
(не заполнять)  
Алсу  
Подпись



«Утверждаю»  
Председатель оргкомитета конкурса  
[Signature]

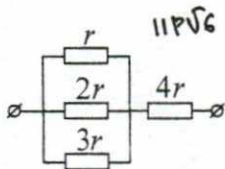
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,  
Заключительный этап, 10 класс

1. В комнате висят двое плоских настенных часов, с длиной минутных стрелок 15 см и 20 см соответственно. Расстояние между началами минутных стрелок равно 1 м. Время, показываемое на часах, всегда отличается на 15 мин, хотя часовые механизмы обоих часов исправны. Найти максимальное и минимальное возможное расстояние между концами минутных стрелок.

2. Два угла треугольника  $ABC$  равны  $45^\circ$  и  $75^\circ$ . Точки  $M, N, P$  – основания высот, проведенных из вершин треугольника  $ABC$ . Найти отношение площадей треугольников  $MNP$  и  $ABC$ .

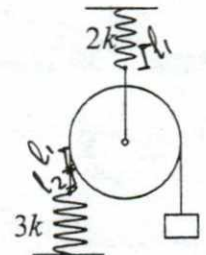
3. Найти простые числа  $p$ , при которых уравнение  $p^x = y^2 - 9$  имеет решение  $(x, y)$  с натуральными  $x$  и  $y$ .

2! (4,5)  
3! (3,6)

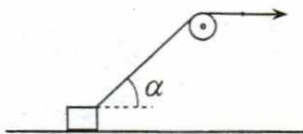


4. К электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, приложено некоторое напряжение. Известно, что мощность, которая выделяется на сопротивлении  $r$ , равна  $P$ . Найти мощность, которая выделяется на сопротивлении  $4r$ .

5. Через невесомый блок, прикрепленный к потолку с помощью пружины, перебросили веревку. К одному концу веревки прикрепили тело массой  $m$ , к другому пружину, второй конец которой закрепили на полу. Коэффициенты жесткости пружин  $2k$  и  $3k$  (см. рисунок). Насколько переместится тело по сравнению с положением, когда пружины не деформированы?

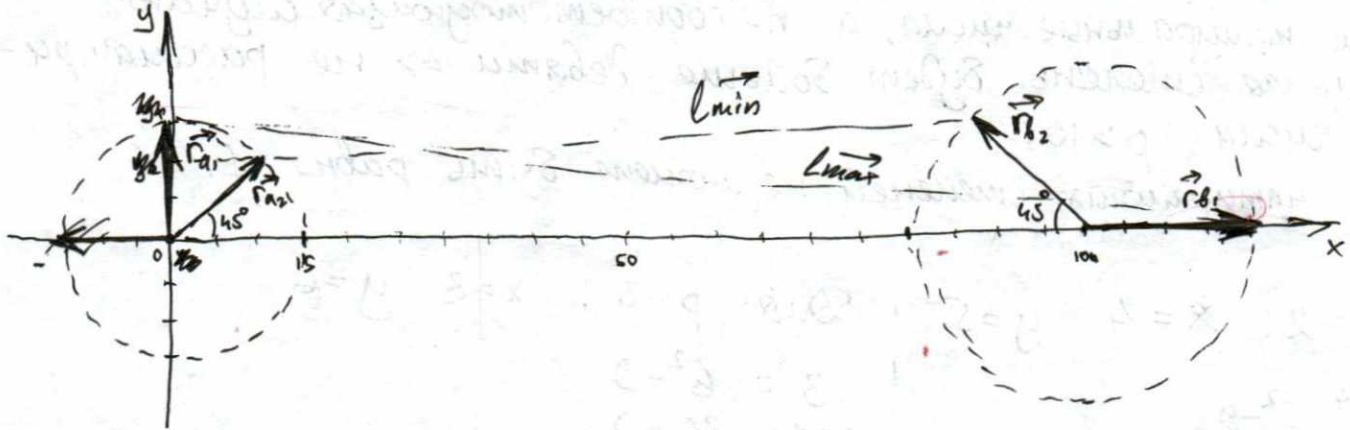


6. К телу, находящемуся на гладкой горизонтальной поверхности, прикрепена нерастяжимая нить, переброшенная через блок (см. рисунок). Угол между нитью и горизонтом равен  $\alpha$ , после блока нить горизонтальна. Какое минимальное ускорение нужно сообщить концу нити, чтобы тело сразу же оторвалось от поверхности?





№1. Для начала наглядно изобразим расположение часов в декартовой координатной плоскости; где началом отсчёта будет являться центр часов с меньшей длиной стрелки; за единичный отрезок берём 5 см.



Точками на рисунке показаны окружности, по которым движется стрелка.

- $\vec{r}_{a1}$  - стрелка первых часов в первом случае (макс. расстояние)
- $\vec{r}_{b1}$  - стрелка вторых часов во втором случае (макс. расстояние)
- $\vec{r}_{a2}$  - стрелка первых часов во втором случае (мин. расстояние)
- $\vec{r}_{b2}$  - стрелка вторых часов во втором случае (мин. расстояние)

Расстояние при максимуме/минимуме

Длина минимального вектора, соединяющего концы стрелок в соответствующем случае.

$$① \quad |\vec{r}_{max}| = \sqrt{15^2 + 120^2} = \sqrt{14400 + 225} = \sqrt{14625} = \sqrt{5 \cdot 2925} = \sqrt{5 \cdot 5 \cdot 585} = 5\sqrt{5 \cdot 117} = 5\sqrt{5 \cdot 9 \cdot 13} = 15\sqrt{65} \text{ см} \approx 120,9 \text{ см}$$

$$② \quad |\vec{r}_{min}| = \sqrt{(20\sqrt{2} - 15\sqrt{2})^2 + (100 - 20\sqrt{2} - 15\sqrt{2})^2} = \sqrt{50 + (100 - 35\sqrt{2})^2} = \sqrt{50 + 10000 - 7000\sqrt{2} + 1225 \cdot 2} = \sqrt{12500 - 7000\sqrt{2}} = 10\sqrt{125 - 700\sqrt{2}}$$

Ответ:  $15\sqrt{65}$  см;  $10\sqrt{125 - 700\sqrt{2}}$  см.

решит правильно ответ





$x^2 = y^2 - 9$

Haar impedens pascompens be alyhan, de x, y - kanyparahye b

$y = \sqrt{px - 9}$

~~Faranyg nepedopa domono~~

Dea emeneren uacel bawer 10 pagusa maway a, de a -

cedine kanyparahye uaca, a n-combemcnyoncas cugaro

kanyparahye emeneren byem bawer degnu => ne pascompeny

baem uaca  $p > 10$ ;

pagusa hamyparahye emeneren ne wocem bym pabra 1.

$p \neq 1$

$p = 2 : x = 4 \quad y = 5$

$p = 3 : x = 3 \quad y = 6$

$2^4 = 5^2 - 9$   
 $16 = 25 - 9$   
 $16 = 16$

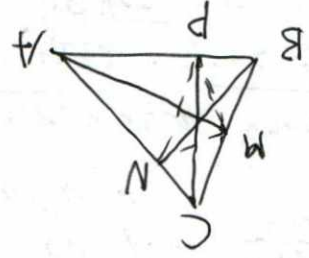
$3^3 = 6^2 - 9$   
 $27 = 36 - 9$   
 $27 = 27$

Ombem: 2, 3, 7

Dea  $p = 7, x = 1 \quad y = 4$

$7^1 = 4^2 - 9$   
 $7 = 16 - 9$   
 $7 = 7$

$n^2$   
 Dano:  $\triangle ABC$   
 $\angle A = 48^\circ, \angle B = 75^\circ$   
 Naam:  $\triangle ABC, \triangle BNC, \triangle PNB$   
 $CP \perp AB$   
 $\frac{S_{ABC}}{S_{BNC}} = ?$



penemuan  
 ke post  
 edwan

15

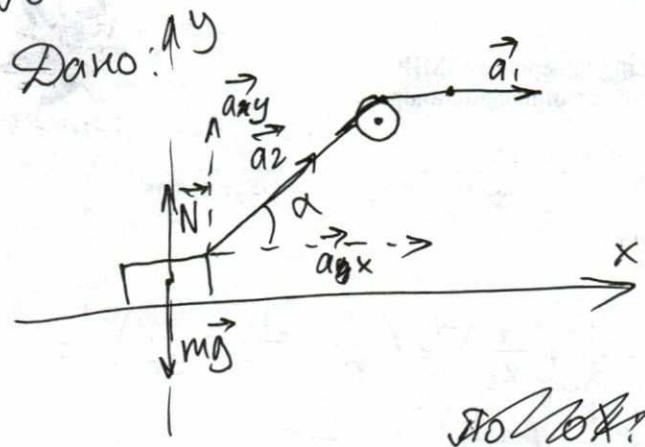
Penemuan:  
 ①  $\angle C = 180^\circ - (45 + 75) = 60^\circ$   
 ② Jo aburane arumaparahye emeneren: (de bicomi, nepeserem in nponubawerane cwopehi b wocax, cedunai nownpse norykarew nparah, arumaparahye nparah, nownpse nponubawerane bicomi) =>  $\triangle ABC \sim \triangle MNC, \triangle BCA \sim \triangle NPA \Rightarrow$

$\frac{AC}{MP} = \frac{AB}{MN} = \frac{BC}{PN}$

③ Jo nepeserane curyco:  
 $\frac{S_{BC}}{S_{ABC}} = \frac{S_{NC}}{S_{ABC}} = \frac{AB}{AC} = \frac{MN}{MP}$   
 $\frac{PN}{BC} = \frac{MP}{AC} = \frac{MN}{MP}$

(m. dace)

N6



$$|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a$$

$$|\vec{a}_x| = a \cos \alpha$$

$$|\vec{a}_y| = a \sin \alpha$$

По второму закону Ньютона;

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}_2$$

По OX! По OY!

$$-mg + N = ma \sin \alpha$$

Преодолеваем  $mg$ , прикладывая к телу силу, противоположную и равную  $mg$ ,  $N$  становится равным 0, как и  $mg$ .  $\Rightarrow$  требуется только преодолеть  $(mg) \Rightarrow$

$$ma \sin \alpha = mg$$

$$a_{\min} = \frac{mg}{m \sin \alpha} = \frac{g}{\sin \alpha}$$

Ответ:  $\frac{g}{\sin \alpha}$  0,5

№2 (прод.)

$$BC = \frac{AB \sin \angle A}{\sin \angle C}$$

$$AC = \frac{AB \sin \angle B}{\sin \angle C}$$

По м. Герона:

$$P_1 = \frac{AB + BC + CA}{2}$$

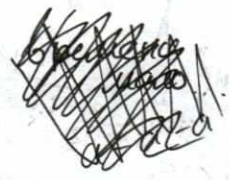
$$P_1 = AB \left( 1 + \frac{\sin \angle A + \sin \angle B}{\sin \angle C} \right)$$

$$S = \sqrt{P_1(P_1 - AB)(P_1 - BC)(P_1 - CA)}$$

$$S^2 = AB \left( 1 + \frac{\sin \angle A + \sin \angle B}{\sin \angle C} \right)$$

$$\frac{AB \sin \angle A}{PN \sin \angle C} = \frac{1}{MN} = \frac{\sin \angle B}{\sin \angle C \cdot MP}$$

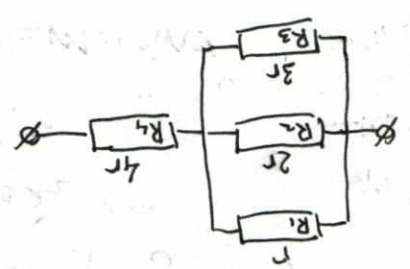
0,5







№4  
 Дано:  $R_1 = R$   
 $R_4 = ?$



Решение

$$R_{123} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{3R} \right)^{-1} = \left( \frac{6}{6R} + \frac{3}{6R} + \frac{2}{6R} \right)^{-1} = \left( \frac{11}{6R} \right)^{-1} = \frac{6R}{11}$$

$$I_{123} = I_0 \cdot I_1 = I_2 = I_3 = I_0$$

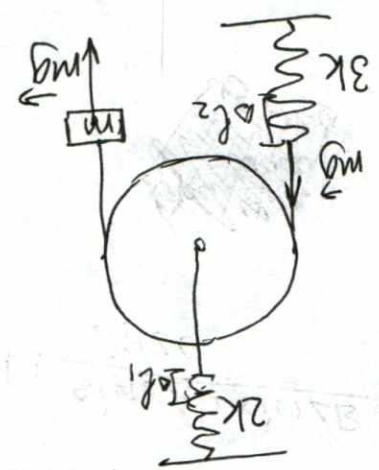
$P_4 = U_4 \cdot I_4$

$I_4 = I_{123}$      $U_{123} = U_1 = U_2 = U_3 = U_4$   
 $I_{123} = \frac{U_{123}}{R_{123}} = \frac{U_4}{\frac{6R}{11}} = I_4 = I_0$

$U_0 = I_0 \cdot R_0$   
 $R_0 = \frac{11}{6}R + 4R = \frac{35}{6}R$   
 $U_0 = \frac{35}{6}U_4$

$U_4 = U_0 - U_{123} = \frac{6}{35}U_0 - U_4 = \frac{6}{35}U_0 - \frac{6}{35}U_0 = 0$   
 $P_4 = \frac{3}{22}U_0 \cdot \frac{6}{11}I_0 = \frac{9}{121}P_0$

Объем:  $\frac{4mg}{3k} = \frac{8mg}{6k}$



№5  
 Дано:

$mg = 3k \Delta l_2$   
 $\Delta l_2 = \frac{mg}{3k}$   
 $2k \Delta l_1 = -mg$   
 $\Delta l_1 = -\frac{mg}{2k}$

$\Delta l = \Delta l_2 - \Delta l_1 = \frac{mg}{3k} - \left( -\frac{mg}{2k} \right) = \frac{2mg}{6k} + \frac{3mg}{6k} = \frac{5mg}{6k}$