



211732
Регистрационный номер

Фамилия Бердникова
Имя Александрина
Отчество Анатольевна

228
(не заполнять)
Подпись



«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса
[Signature]

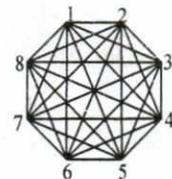
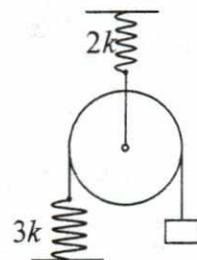
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Заключительный этап, 11 класс

1. Трех товарищам, Пете, Коле и Васе, нужно попасть из пункта A в пункт B , находящихся на расстоянии 20 км друг от друга по шоссе. У них имеется один велосипед, на котором можно передвигаться вдвоем со скоростью 10 км/час и одному – со скоростью 15 км/час. Скорость перемещения по шоссе пешком для каждого одинаковая и равна 5 км/час. Втроем передвигаться на велосипеде невозможно. Решили действовать так: выходят из пункта A одновременно, Петя и Коля едут на велосипеде вместе в течении t час, а Вася идет пешком. После этого Коля сходит с велосипеда и оставшуюся часть пути до пункта B идет пешком. Петя мгновенно разворачивается, едет в обратном направлении, чтобы забрать идущего пешком Васю. Встретив на шоссе Васю, Петя мгновенно разворачивается, сажает Васю на велосипед, и они едут вместе до пункта B . По договоренности, тот кто прибывает в B раньше, ждет остальных. Временем T окончания операции считается время, когда вся компания соберется в пункте B . Найти значение t , при котором величина T наименьшая. Найти наименьшее значение T .

2. Один из углов остроугольного треугольника ABC равен 60° . Точки M, N, P – основания высот треугольника ABC . Найти наибольшее значение отношения площадей треугольников MNP и ABC .

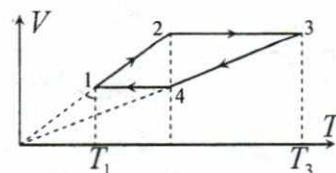
3. Найти целые числа x и y , для которых $(x^2 - 4y^2)^2 = 24y + 1$.

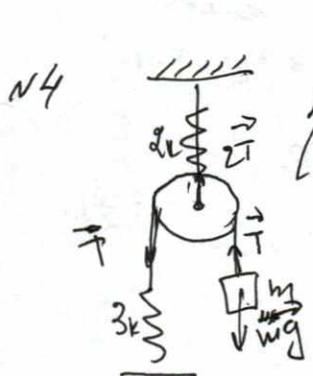
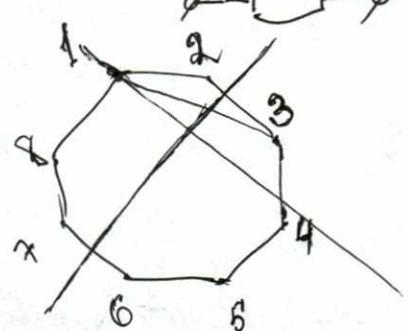
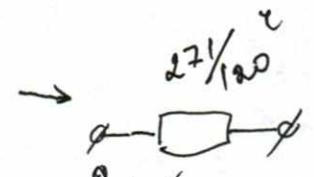
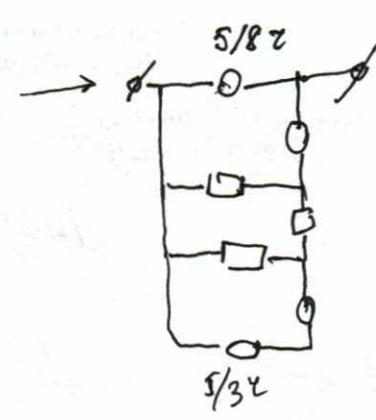
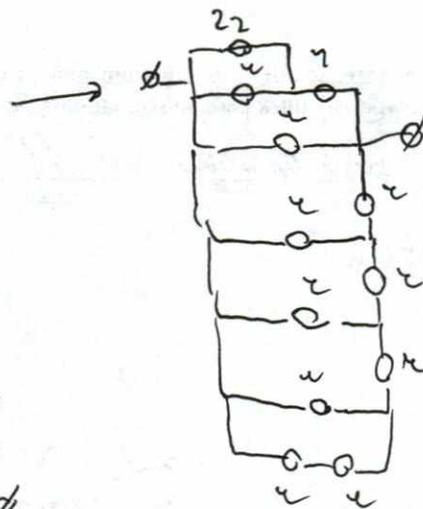
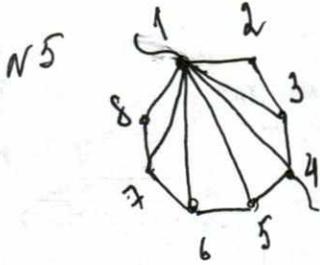
4. Через невесомый блок, прикрепленный к потолку с помощью пружины, перебросили веревку. К одному концу веревки прикрепили тело массой m , к другому пружину, второй конец которой закрепили на полу. Коэффициенты жесткости пружин $2k$ и $3k$ (см. рисунок). На сколько переместится тело по сравнению с положением, когда пружины не деформированы?



5. Сопротивление каждой стороны сделанного из проволоки восьмиугольника (см. рисунок) равно r . Каждую вершину восьмиугольника соединили с каждой другой так, что сопротивление каждого соединительного провода также равно r , а электрических контактов между соединительными проводами в точках их пересечения нет. Затем к вершинам 1 и 4 восьмиугольника подводят электрическое напряжение. Найти сопротивление восьмиугольника.

6. С одним моле одноатомного идеального газа проводят циклический процесс. График зависимости объема газа от его абсолютной температуры в этом процессе представлен на рисунке. Известны абсолютные температуры газа в состояниях 1 и 3 - $T_1 = T$ и $T_3 = 4T$. Известно также, что температуры газа в состояниях 2 и 4 одинаковы. Какое количество теплоты получает газ в процессе 1-2-3? Найти термодинамический КПД цикла.





$$T = mg$$

$$T = 3k\Delta x_1 \rightarrow \Delta x_1 = \frac{mg}{3k}$$

$$2T = 2k\Delta x_2 \rightarrow \Delta x_2 = \frac{mg}{k}$$

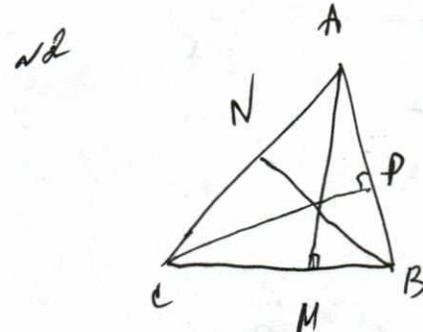
По 3Э; если Δx смещение для одной пружины, когда пружинки неравны

$$mg\Delta x = \frac{3k\Delta x_1}{2} + \frac{2k\Delta x_2}{2}$$

$$\Delta x = \frac{mg}{k} \left(\frac{1}{6} + 1 \right) = \frac{7}{6} \frac{mg}{k}$$



Ответ: $\frac{7}{6} \frac{mg}{k}$



По геометрии, $\triangle APN \sim \triangle ACB$, $\triangle CMN \sim \triangle CAB$
 $\triangle BPM \sim \triangle BCA$

$$S_{MNP} = S_{ABC} - S_{APN} - S_{BPM} - S_{CMN} = S_{ABC} - S_{ABC} \cdot \cos^2 A - S_{ABC} \cdot \cos^2 B - S_{ABC} \cdot \cos^2 C$$

Пусть $\angle A = 60^\circ$, тогда $\cos B = \cos(180^\circ - 60^\circ - \angle C) = \cos(120^\circ - \angle C)$

$$= \cos 120^\circ \cos \angle C + \sin 120^\circ \sin \angle C$$

$$\cos \angle B = \cos \angle C + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \angle C$$

$$\frac{S_{MNP}}{S_{ABC}} = 1 - (\cos^2 \angle A + \cos^2 \angle B + \cos^2 \angle C) = 1 - \left(\frac{1}{4} + \cos^2 \angle C + \left(\frac{\cos \angle C}{4} + \frac{3}{2} \sin \angle C - \frac{\sqrt{3} \cos \angle C \sqrt{3}}{2} \right)^2 \right)$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{3}{2} \sin^2 \angle C - \frac{5}{4} \cos^2 \angle C + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \angle C \cos \angle C = \frac{\sin^2 \angle C}{2} + \frac{\cos \angle C \sin \angle C \sqrt{3}}{2} = \frac{1}{4} (\sqrt{3} \sin 2\angle C + \cos^2 \angle C + 1)$$

$$= \frac{1}{4} \left(1 + 2 \sin \left(2\angle C + \frac{\pi}{6} \right) \right) \Rightarrow \max \text{ значение площади имеет при } \sin \left(2\angle C + \frac{\pi}{6} \right) = 1$$

или $2\angle C + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ $2\angle C = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
 $2\angle C + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \angle C = \frac{\pi}{6}$, тогда $\frac{S_{MNP}}{S_{ABC}} = \frac{1}{4} (1 + 2) = \frac{3}{4}$

Ответ: $\frac{3}{4}$

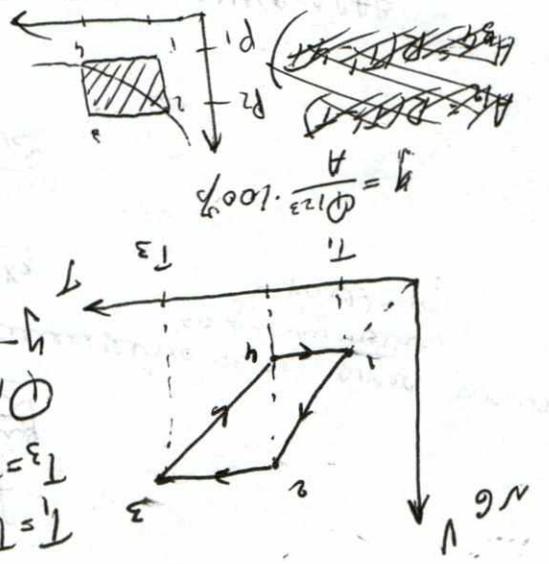


УСТОВИК

M3
 $x \in z, y \in z$
 $(x - 2y)^2 = 24y + 1$
 $y = 8 \cdot x = 3$
 $(\frac{3}{2} - 4 \cdot 1)^2 = 24 \cdot 1 + 1$
 $(9 - 4)^2 = 25$
 $5 - 2 = 25$
 $25 = 25$

$y = 1 \cdot x = -3$
 $(-3 - 2 \cdot 4)^2 = 24 \cdot 1 + 1$
 $(9 - 4)^2 = 25$
 $5 - 2 = 25$
 $25 = 25$

$x = 7.1$
 $y = 0$
 $y = 2$



$\eta = \frac{Q_{123}}{A} \cdot 100\%$

$\frac{R_2}{R_1} = \frac{T_2}{T_1}$

$Q_{12} = \frac{2}{3} RT$
 $Q_{23} = \frac{2}{3} RT (T_3 - T_2) = RT$

$Q_{123} = \frac{2}{11} RT$

$\eta = \frac{A_{\text{вст}}}{Q_{123}} = \frac{RT}{\frac{2}{11} RT} = \frac{11}{2} = 5.5 = 550\%$

Обрат: $Q_{123} = \frac{11}{2} RT = \frac{11}{2} RT$
 $\eta = 18\%$

95

$T_2 = 4T_1$
 $T_2 = 2T_1$
 $\frac{R_2}{R_1} = 2$

$\eta = \frac{1}{T_2} \cdot \frac{1}{T_1}$

$U_1 = RT$
 $U_2 = R_2 T_2$
 $U_3 = R_2 T_3$
 $\Rightarrow \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_3}{R_3} = \frac{1}{T_1}$

$Q_{23} = \frac{2}{3} R(T_3 - T_2) + \frac{2}{3} R(T_3 - T_2)$

$Q_{12} = R(U_2 - U_1) + R(T_2 - T_1) = \frac{2}{3} RT(T_2 - T_1)$
 $Q_{23} = \frac{2}{3} RT(T_3 - T_2) + R(T_3 - T_2) = \frac{2}{3} RT(T_3 - T_2)$

$Q_{23} = \Delta U = \frac{2}{3} RT(T_3 - T_2) = \frac{2}{3} R(4T_1 - T_1)$

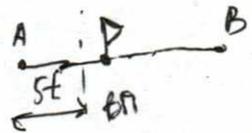
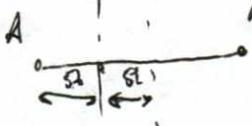
$Q_{23} = \Delta U + A$
 $Q_{23} = \Delta U + A$

~~Handwritten notes and scribbles~~



на путь время за которое кол сообразно до В $T_k = T + \frac{AB \cdot \cos \alpha}{5}$, все с Поем вер. через $t_2 = \frac{5t}{10} = \frac{t}{2}$

Путь T_6 - время за которое Поем и кол сообразно до В



$$T_6 = t + t_2 + \frac{AB \cdot \cos 5(t+t_2)}{10} = \frac{5t}{4} + \frac{AB \cdot \cos t}{10}$$

Скорее всего, общее время будет минимально при рав. $T_6 = T_k$: $t + \frac{AB \cdot \cos t}{5} = \frac{5t}{4} + \frac{AB \cdot \cos \frac{5t}{4}}{10}$. Все надо решить по усл. 1м.

$$t + 4 - 2t = \frac{5t}{4} + 2 - \frac{25t}{10}$$

$$4 - t = \frac{5t}{4} + 2 - \frac{5t}{2}$$

$$2 - t = \frac{5t}{8} \quad | \cdot 8$$

$$\frac{13}{8}t = 2, \quad t = \frac{16}{13} \text{ з}$$

Тогда $T_{\min} = 4 - \frac{16}{13} = \frac{52-16}{13} = \frac{36}{13} \text{ з}$

Ответ: $t = \frac{16}{13} \text{ з}$

$T_{\min} = \frac{36}{13} \text{ з}$

№ 3 $(x^2 - 4y^2)^2 = 2xy + 1$ $x^2 = u$ $y = 0, x = \pm 1$
 $y = 2, x = \pm 5$

$$(u^2 - 4y^2)^2 = 2xy + 1$$

$$u^2 - 8uy^2 + 16y^4 - 2xy - 1 = 0$$

$$D = 4(2xy + 1)$$

$$u_1 = 4y + \sqrt{2xy + 1}$$

$$u_2 = 4y - \sqrt{2xy + 1}$$

$$D \geq 0$$

$$y \geq -\frac{1}{2x}$$

y	u	x ₁	x ₂
0	1	±1	-
1	0	±3	-

Des u_2 реал. нет
не решено