



225941
Регистрационный номер

Фамилия Тамин
Имя Иван
Отчество Евсеньевич

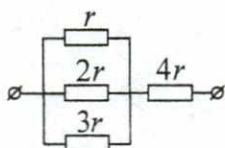
481
(не заполнять)
Тамин
Подпись



Утверждаю
Председатель оргкомитета конкурса
[Подпись]

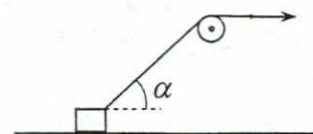
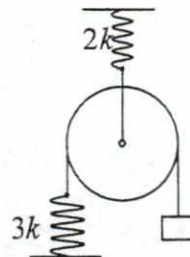
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Заключительный этап, 10 класс

1. В комнате висят двое плоских настенных часов, с длиной минутных стрелок 15 см и 20 см соответственно. Расстояние между началами минутных стрелок равно 1 м. Время, показываемое на часах, всегда отличается на 15 мин, хотя часовые механизмы обоих часов исправны. Найти максимальное и минимальное возможное расстояние между концами минутных стрелок.
2. Два угла треугольника ABC равны 45° и 75° . Точки M, N, P – основания высот, проведенных из вершин треугольника ABC . Найти отношение площадей треугольников MNP и ABC .
3. Найти простые числа p , при которых уравнение $p^x = y^2 - 9$ имеет решение (x, y) с натуральными x и y .



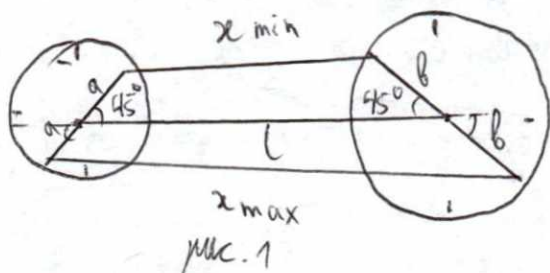
4. К электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, приложено некоторое напряжение. Известно, что мощность, которая выделяется на сопротивлении r , равна P . Найти мощность, которая выделяется на сопротивлении $4r$.

5. Через невесомый блок, прикрепленный к потолку с помощью пружины, перебросили веревку. К одному концу веревки прикрепили тело массой m , к другой пружину, второй конец которой закрепили на полу. Коэффициенты жесткости пружин $2k$ и $3k$ (см. рисунок). Насколько переместится тело по сравнению с положением, когда пружины не деформированы?



6. К телу, находящемуся на гладкой горизонтальной поверхности, прикрепена нерастяжимая нить, переброшенная через блок (см. рисунок). Угол между нитью и горизонтом равен α , после блока нить горизонтальна. Какое минимальное ускорение нужно сообщить концу нити, чтобы тело сразу же оторвалось от поверхности?

№1.



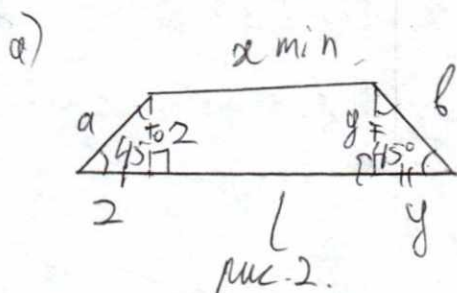
Дано: $L = 1 \text{ м.}$

$a = 15 \text{ см} = 0,15 \text{ м}$
 $b = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}$ } длины мин. стрелок
Различие в 15 мин.

Найти: $x_{\max}$; $x_{\min}$.

Решение:

1) П.к. различие в показаниях стрелок 15 мин. $\Rightarrow$ угол между ними 90° .
 $x_{\min}$ достигается, когда стрелки находятся в положении, показанном на рис. 1. Угол между каждой из стрелок и прямой, проведенной через их центры, равен 45° :

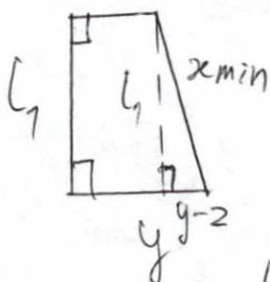


Проведем из точек „конца стрелок“ высоты к прямой с длиной L, т.е. расстоянию между центрами стрелок. П.к. углы равны $45^\circ \Rightarrow$ прямоугольники равнобедренны. Каждую сторону обозначим y и z.

$$a = z \cdot \sqrt{2} \Rightarrow z = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{0,15}{1,414} \approx 0,106 \text{ м.}$$

$$b = y \cdot \sqrt{2} \Rightarrow y = \frac{b}{\sqrt{2}} = \frac{0,2}{1,414} \approx 0,14 \text{ м.}$$

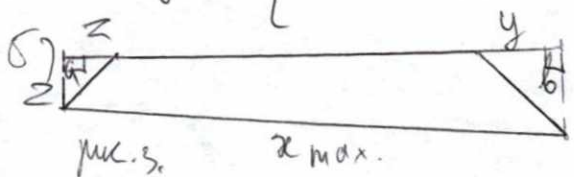
$\Rightarrow$ Трапеция (прямоугольная) составленная z и y с рис. 2:



$$L_1 = L - z - y = 0,754$$

Проведем высоту и получим. прям. треугольник, где:

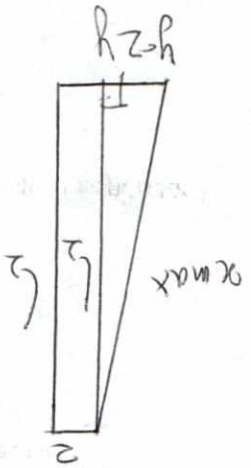
$$x_{\min} = \sqrt{L_1^2 + (y-z)^2} = \sqrt{0,5685 + 0,0041} = \underline{\underline{0,755 \text{ м.}}}$$



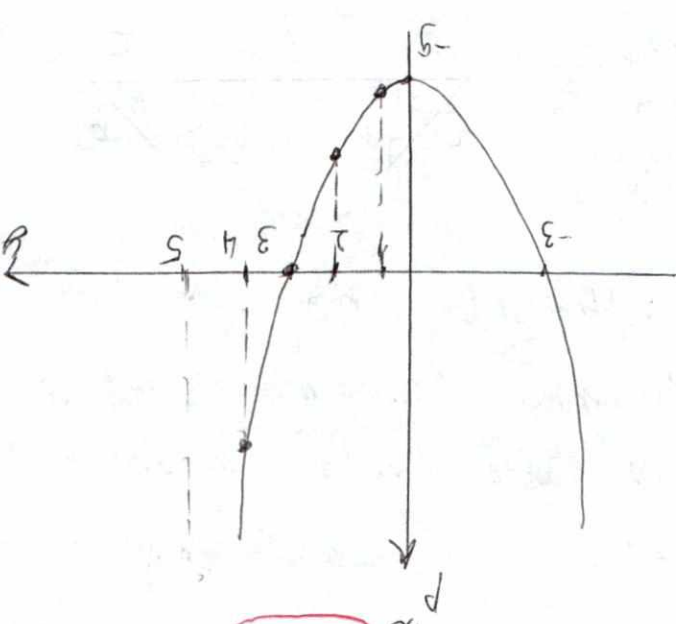
Проведем из точек „конца стрелок“, высоты к прямой расстояния между центрами стрелок. Проведем.

поблизости срезанного (см. а), где срезанная часть $y \geq 2$. Вспомогательная функция $f(x, y) = 1 + 0,14y + 0,906x = 1,246$

$l_2 = l + y + 2$ (см. рис. 3). $l_2 = 1 + 0,14 + 0,906 = 1,246$
 Проверим условие, как показано на рисунке, и найдем максимум функции. $x_{max} = \sqrt{(y-2)^2 + l_2^2} = \sqrt{0,0019 + 1,5525} \approx 1,25$ м.



Ответ: $x_{max} = 1,25$ м; $x_{min} = 0,755$ м.



15

1) $p^x = y^2 - 9$
 Проверим условие $p^x(y)$
 $p^x = (y-3)(y+3)$
 $(x, y) = (0, -9)$; концы бегов, м.ч. упрощая.
 III. к. y-направления $\Rightarrow$ граница ≤ 0
 те. рассмотрим $y = 1,23, 4$ м.ч.

2) $y_{min} = 1$:
 $p^x = (1-3)(1+3) = -8$
 $p^x = -8, x \in N \Rightarrow$
 $\begin{cases} p = -2 \\ x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$
 $y_{min} = 2$:
 $p^x = -5, x \in N \Rightarrow$
 $\begin{cases} p = -5 \\ x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$
 $y_{min} = 3$:
 $p^x = 0, x \in N \Rightarrow$ м.ч. p-м.ч.
 $y_{min} = 4$:
 $p^x = 7, x \in N \Rightarrow$
 $\begin{cases} p = 7 \\ x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$
 $y_{min} = 5$:
 $p^x = 16, x \in N \Rightarrow$
 $\begin{cases} p = 2 \\ x = 4 \\ y = 5 \end{cases}$

Ответ: $p =$
 $\begin{bmatrix} -2 \\ -5 \\ -7 \\ 2 \end{bmatrix}$

p=3

1

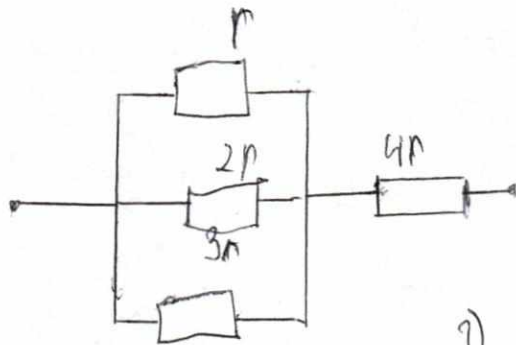
Инженерные Науки
НАПРАВЛЕНИЕ КОНКУРСА

Дата 01.02.2020

10

класс

431
(не заполнять)



№4. Дано: $r; P$

Найти: P_{4r}

Решение:

$$1) P_r = P = \frac{U^2}{r} \Rightarrow U^2 = P \cdot r \neq$$

$$U = \sqrt{P \cdot r} = U_{2r} = U_{3r}$$

$$I_0 = \frac{U_0}{R_0} = \frac{U}{\frac{6}{11}r} = \frac{11\sqrt{P \cdot r}}{6r} - \text{сила тока в первых трех резисторах.}$$

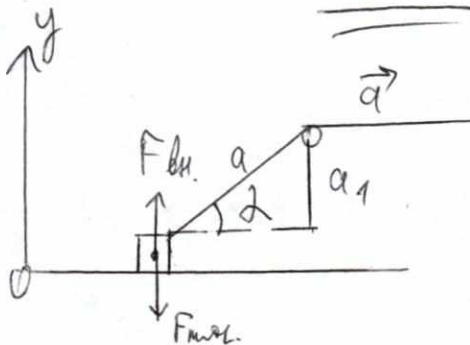
$$(*) \frac{1}{R_0} = \frac{1}{r} + \frac{1}{2r} + \frac{1}{3r} = \frac{11}{6r}$$

$$R_0 = \frac{6}{11}r$$

$$2) I_0 = I_{4r}, \text{ т.к. послед. соединение. } = \frac{11\sqrt{P \cdot r}}{6r}$$

$$P_{4r} = I^2 \cdot R = I_{4r}^2 \cdot 4r = \frac{121 P \cdot r}{36r^2} \cdot 4r = \frac{121 P}{9}$$

Ответ: $P_{4r} = \frac{121}{9} P$



№6.

Дано: L

Найти: a

Решение:

$$1) F_{вн} = F_{мгс} - \text{тело сразу ускоряется.}$$

$$F_{вн} = m \cdot a_1, \text{ где } m - \text{масса тела, } a_1 - \text{ускорение по оси } OY$$

$$a_1 = \sin \alpha \cdot a = \frac{a_1}{a} \cdot a \Rightarrow F_{вн} = m \cdot \sin \alpha \cdot a$$

$$2) F_{вн} = F_{мгс} = mg = m \cdot \sin \alpha \cdot a$$