



278269  
Регистрационный номер

Фамилия Зобова  
Имя Ирина  
Отчество Юрьевна

253  
(не заполнять)

Подпись



«Утверждаю»  
Председатель оргкомитета конкурса

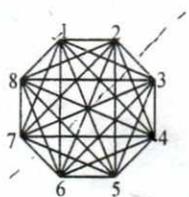
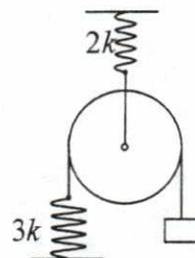
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,  
Заключительный этап, 11 класс

1. Трём товарищам, Пете, Коле и Васе, нужно попасть из пункта  $A$  в пункт  $B$ , находящихся на расстоянии 20 км друг от друга по шоссе. У них имеется один велосипед, на котором можно передвигаться вдвоем со скоростью 10 км/час и одному – со скоростью 15 км/час. Скорость перемещения по шоссе пешком для каждого одинаковая и равна 5 км/час. Втроем передвигаться на велосипеде невозможно. Решили действовать так: выходят из пункта  $A$  одновременно, Петя и Коля едут на велосипеде вместе в течении  $t$  час, а Вася идет пешком. После этого Коля сходит с велосипеда и оставшуюся часть пути до пункта  $B$  идет пешком. Петя мгновенно разворачивается, едет в обратном направлении, чтобы забрать идущего пешком Васю. Встретив на шоссе Васю, Петя мгновенно разворачивается, сажает Васю на велосипед, и они едут вместе до пункта  $B$ . По договоренности, тот кто прибудет в  $B$  раньше, ждет остальных. Временем  $T$  окончания операции считается время, когда вся компания соберется в пункте  $B$ . Найти значение  $t$ , при котором величина  $T$  наименьшая. Найти наименьшее значение  $T$ .

2. Один из углов остроугольного треугольника  $ABC$  равен  $60^\circ$ . Точки  $M, N, P$  – основания высот треугольника  $ABC$ . Найти наибольшее значение отношения площадей треугольников  $MNP$  и  $ABC$ .

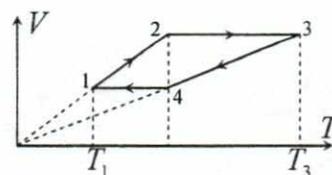
3. Найти целые числа  $x$  и  $y$ , для которых  $(x^2 - 4y^2)^2 = 24y + 1$ .

4. Через невесомый блок, прикрепленный к потолку с помощью пружины, перебросили веревку. К одному концу веревки прикрепили тело массой  $m$ , к другому пружину, второй конец которой закрепили на полу. Коэффициенты жесткости пружин  $2k$  и  $3k$  (см. рисунок). На сколько переместится тело по сравнению с положением, когда пружины не деформированы?



5. Сопротивление каждой стороны сделанного из проволоки восьмиугольника (см. рисунок) равно  $r$ . Каждую вершину восьмиугольника соединили с каждой другой так, что сопротивление каждого соединительного провода также равно  $r$ , а электрических контактов между соединительными проводами в точках их пересечения нет. Затем к вершинам 1 и 4 восьмиугольника подводят электрическое напряжение. Найти сопротивление восьмиугольника.

6. С одним моле одноатомного идеального газа проводят циклический процесс. График зависимости объема газа от его абсолютной температуры в этом процессе представлен на рисунке. Известны абсолютные температуры газа в состояниях 1 и 3 -  $T_1 = T$  и  $T_3 = 4T$ . Известно также, что температуры газа в состояниях 2 и 4 одинаковы. Какое количество теплоты получает газ в процессе 1-2-3? Найти термодинамический КПД цикла.



№3, продолж

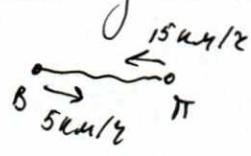
Если  $x^2 - 4y^2 \geq 0$ , то  $|x^2 - 4y^2| = x^2 - 4y^2$ , и  
 $x^2 - 4y^2 = \sqrt{24y+1}$ ;  $x^2 = 4y^2 + \sqrt{24y+1}$ ; аналогично,  
 $x^2 \in \mathbb{Z}$  только тогда, когда  $\sqrt{4y^2 + \sqrt{24y+1}} \in \mathbb{Z}$ .

Если  $x^2 - 4y^2 < 0$ , то  $|x^2 - 4y^2| = 4y^2 - x^2$ , и  
 $4y^2 - x^2 = \sqrt{24y+1}$ ;  $x^2 = 4y^2 - \sqrt{24y+1}$ ; тогда  
 $\sqrt{4y^2 - \sqrt{24y+1}} \in \mathbb{Z}$ , и при этом  $4y^2 \geq \sqrt{24y+1}$ , т.е.  $\frac{16y^4 - 24y - 170}{...}$

№1) Петя (время  $\rightarrow$  туда) :  $t + \frac{20-10t}{15} = \frac{4t}{3} (z)$ ;

А  $\xrightarrow{\pi}$  В  $\leftarrow$  Коля (все время):  $t + \frac{20-10t}{5} = 4-t (z)$

Вася:  $\frac{4+t}{3} + t_{\text{дождика}} + t_{\text{до пункта}} (z)$ ;

Полное время у Пети и у Васи одинак.;  
 итак,  расстояние, когда Петя в 1 раз развернется:  
 (км)  $20 - \frac{(4+t)}{3} \cdot 5$ ; скорость сближения -  
 $15+5=20$  км/ч; тогда они встретятся

через  $\frac{20 - \frac{20+5t}{3}}{20} = \frac{8-t}{12} (z)$ ; за это время Вася успеет  
 пройти еще  $\frac{8-t}{12} \cdot 5$  км, и тогда  $t_{\text{до пункта}} = \frac{20 - 5(\frac{8-t}{12} + \frac{4+t}{3})}{10} =$

$= \frac{8-t}{20} (z)$ ; Время Васи:  $\frac{4+t}{3} + \frac{8-t}{12} + \frac{8-t}{4 \cdot 5} = \frac{8+t}{4} + \frac{8-t}{20} =$

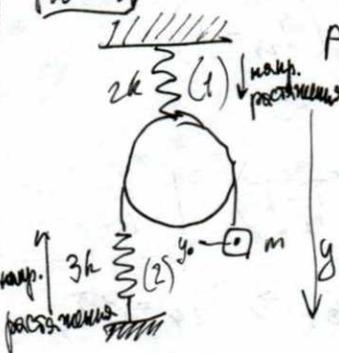
$= \frac{12+t}{5} (z)$ ; Время Пети:  $\frac{12+t}{5} (z)$ ; Время Коли:  $4-t (z)$

В данном случае либо  $T = \frac{12+t}{5} (z)$ , либо  $T = 4-t (z)$ . 2 случая:

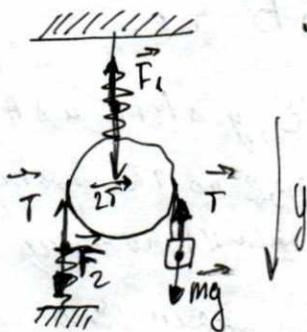
(1)  $T'(t) = \frac{1}{5} \cdot (12+t) = \frac{1}{5} \cdot 1 = \frac{1}{5} \neq 0, > 0$ , т.е.  $t \uparrow \Rightarrow T \uparrow \uparrow$ ; Петя и Вася придут позже

(2)  $T'(t) = -1 < 0$ , т.е.  $t \uparrow \Rightarrow T \downarrow$ . Тогда  $t=2z, T=2,8z$ .

54



Пусть изначально координата груза -  $x_0$ .  
Рассмотрим систему в деформированном состоянии.  
Под действием тяжести груза деформируется пружина (1), сдвигая её на  $\Delta x_1$  вниз, где  $\Delta x_1$  - растяжение пружины 1. Пружина (2) соединена с грузом неразрывной (т.к. не связано кольцо) нитью, поэтому  $\Delta x_2$  - растяжение пружины (2) - "передается" нити и сдвигает груз ещё на  $\Delta x_2$  вниз. Итого координата груза в состоянии равновесия при деформированных пружинах -  $x_0 + \Delta x_1 + \Delta x_2$ ; поэтому груз сместится на  $(\Delta x_1 + \Delta x_2)$ .



По II закону Ньютона (учитывая, что система в равновесии, т.е. ни одна деталь не движется) (для каждой детали):

- I.  $\vec{mg} + \vec{T} = 0$  ( $\vec{a} = 0$ )
- II.  $\vec{T} + \vec{F}_2 = 0$  (сила натяж. не оценилась - нить та же)
- III.  $\vec{T} + \vec{T} + \vec{F}_1 = 0$  (пользуемся 3-м зак. Ньютона: блок "оттягивает" силы  $F_1$  натяж. с двух сторон)

Итого, в пр-ци на ось y:

$$\begin{cases} mg - T = 0 \\ F_2 - T = 0 \\ 2T - F_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow T = mg = F_2 = \frac{F_1}{2}$$

т.е.  $mg = 3k\Delta x_2 = \frac{2k\Delta x_1}{2}$ ;  $mg = F_1 - F_2$   
 $mg = 2k\Delta x_1 - 3k\Delta x_2$   
 $\frac{mg}{k} = 2\Delta x_1 - 3\Delta x_2$

$\Delta x_2: \Delta x_2 = \frac{mg}{3k}$   
 $\Delta x_1 + \Delta x_2 = \frac{mg}{k} + \frac{mg}{3k} = \frac{mg}{k} \left(1 + \frac{1}{3}\right) = \frac{4mg}{3k}$

Тогда смещение груза:  
 Ответ:  $\frac{4mg}{3k}$

(+) 1 (-) (+)

