315751
Регистрационный номер

Фамилия Севастьянов
Имя Даниил
Отчество Дмитриевич

318
(не заполнять)

Подпись

ЮНИОР

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

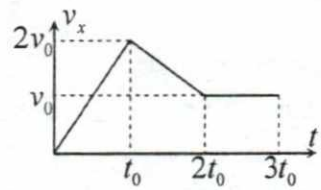
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Заключительный этап, 9 класс

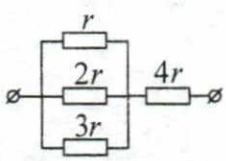
1. Из пункта A, расположенного на шоссе, одновременно выехали автомобиль, мотоцикл и велосипедист в одном направлении. Доехав по шоссе до пункта B, автомобиль мгновенно развернулся, проехал в обратном направлении 5 км и встретил мотоциклиста. Мотоциклист, приехав в пункт B, мгновенно развернулся и, проехав еще 45 км, встретил велосипедиста. Найти расстояние между пунктами A и B, если автомобиль на обратном пути в пункт A встретил велосипедиста в 49 км от пункта B.

2. Длины сторон CB и CA треугольника ABC относятся, как $1:2$. Биссектриса CE и медиана BD пересекаются в точке O. Найти отношение площадей четырехугольника $ADOE$ и треугольника ABC.

3. Найти простые числа p, для которых число $a = p^6 + 35$ имеет ровно шесть различных делителей, включая единицу и a.

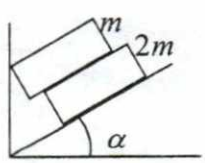
4. Тело движется прямолинейно вдоль некоторой оси x. График зависимости проекции скорости тела на эту ось от времени приведен на рисунке. Найти среднюю скорость тела за время от $t = 0$ до $t = 3t_0$. Величины v_0 и t_0 - известны.





5. К электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, приложено некоторое напряжение. Известно, что мощность, которая выделяется на сопротивлении r, равна P. Найти мощность, которая выделяется на сопротивлении $4r$.

6. На гладкой наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом лежат друг на друге два кирпича с массами m и $2m$. Верхний кирпич упирается в гладкую вертикальную стену. При каком минимальном коэффициенте трения между кирпичами нижний кирпич не будет смещаться. Трение есть только между кирпичами!

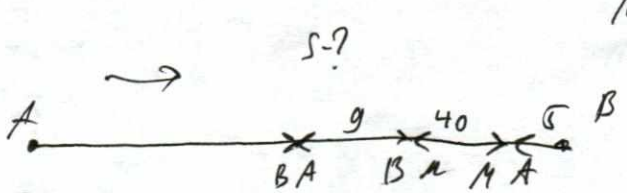


Председатель методической комиссии, 2020 г.

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийской конкурс научных работ школьников «Юниор»

Инженерные науки — НАПРАВЛЕНИЕ КОНКУРСА
Дата 01.02.2020
9 — класс
318 — (не заполнять)
ЮНИОР

№1



Пусть $S - x$.

$$\begin{cases} \frac{(x+5)}{v_A} = \frac{(x-5)}{v_м} \\ \frac{(x+45)}{v_м} = \frac{(x-45)}{v_в} \\ \frac{(x+49)}{v_A} = \frac{(x-49)}{v_в} \end{cases} \quad \begin{cases} v_A = \frac{v_м(x+5)}{x-5} \\ v_в = \frac{(x-45)v_м}{x+45} \\ \frac{(x+49)}{v_A} = \frac{(x-49)}{v_в} \end{cases}$$

$$\frac{(x+49)(x-5)}{v_м(x+5)} = \frac{(x-49)(x+45)}{(x-45)v_м} \quad | \cdot v_м$$

$$(x+49)(x-5)(x-45) = (x-49)(x+45)(x+5)$$

$$(x^2-45x+49x-2205)(x-5) = (x^2+45x-49x-2205)(x+5)$$

$$x^3+4x^2-2205x-5x^2-20x+2205\cdot 5 =$$

$$= x^3-4x^2-2205x+5x^2-20x-2205\cdot 5$$

$$-2x^2 = -22050$$

$$x^2 = 11025$$

$$x = \sqrt{11025} = 3\cdot 7\cdot 5 = 105$$

$$11025 = 441\cdot 25 = 3\cdot 147\cdot 25 = 3\cdot 49\cdot 3\cdot 25$$

(2)

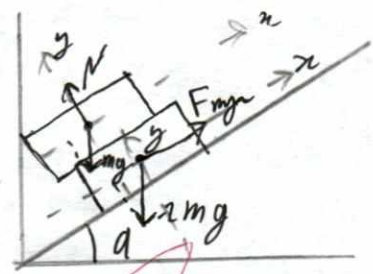
Ответ: $S = 105$ км.

№6

Дано: $m_1 = m$, $m_2 = 2m$, $\angle a$

Найти: μ

Решение:



Ox_1: $mg\cos a - N = 0$

Ox_2: $2mg\sin a - F_{тр} = 0$

$N = mg\cos a$ $\quad F_{тр} = N\mu$

$2mg\sin a = mg\cos a\,\mu$

$$\mu = \frac{2mg\sin a}{mg\cos a} = \frac{2\sin a}{\cos a}$$

(0,5)

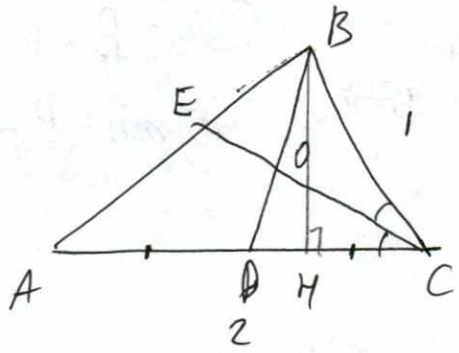
Ответ: $\mu = \frac{2\sin a}{\cos a}$, ~~$\mu = \frac{2\sin a}{\cos a}$~~

№2

Дано: $\triangle ABC$, $\angle ACE = \angle ACE$, $AD = DC$, $EC \cap BD = O$

$\frac{CB}{CA} = \frac{1}{2}$

Найти: $\frac{S_{ADOE}}{S_{ABC}}$



Решение: т.к. CE биссек. $\Rightarrow \frac{BC}{AC} = \frac{EB}{AE} = \frac{1}{2}$. $S_{ADOE} = S_{ABC} - S_{BDC} - S_{BEC} + S_{BO}$

т.к. $AD = DC$, а $\frac{BC}{AC} = \frac{1}{2}$ и CO - биссек. $\triangle BDC \Rightarrow \frac{BO}{OD} = \frac{1}{1} \Rightarrow BO = OD$.

$\Rightarrow CO$ - биссек. и медиана $\triangle BDC \Rightarrow \angle BOC = \angle COD = \angle EOD = \angle EOB = 90^\circ$.

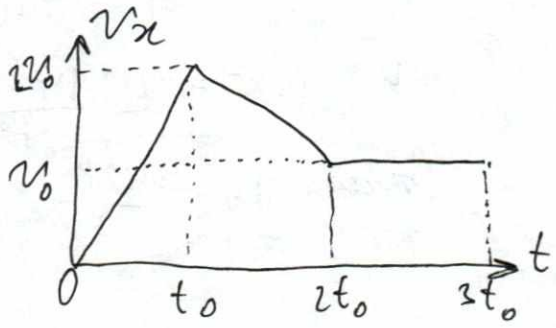
и также $\Rightarrow \triangle BDC$ - равнобед. ($BC = CD$). $\frac{S_{\triangle CEB}}{S_{\triangle AEC}} = \frac{1}{2}$ (т.к. CE биссек.)

$S_{\triangle ODC} = \frac{BH \cdot DC}{2} : 2$. (т.к. $\triangle OBC = \triangle DOC$, т.к. OC общ., $DC = BC$, $\angle ACE = \angle ECB$, по I-му пр.). $S_{\triangle ABC} = \frac{2DC \cdot BH}{2}$ (т.к. $AD = DC$). $S_{AEOD} = \frac{2DC \cdot BH}{2} - \frac{2DC \cdot BH}{4} - \frac{BH \cdot DC}{4} = \frac{4DC \cdot BH - 2DC \cdot BH - BH \cdot DC}{4} = \frac{BH \cdot DC}{4}$.

$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{AEOD}} = \frac{\frac{2DC \cdot BH}{2}}{\frac{BH \cdot DC}{4}} = \frac{2 \cdot DC \cdot BH \cdot 4}{2 \cdot BH \cdot DC} = \frac{4}{1}$ Ответ: $S_{\triangle ABC} : S_{AEOD} = 4 : 1$.

№4

Дано: ~~$t_0 = 0$~~ t_0, v_0 Найти: $v_{ср}$



Решение: $v_{ср} = \frac{\text{весь } S}{\text{всё } t} = \frac{\frac{v_1}{t_1} + \frac{v_2}{t_2} + \frac{v_3}{t_3}}{\Sigma t}$

$\Sigma t = t_0 + 2t_0 + 3t_0 = 6t_0$

$v_{ср} = \frac{at}{2}$ ~~$v_{1ср} = \frac{2v_0 t_0}{2} = v_0 t_0$~~ $S_1 = \frac{at^2}{2}$ (пл.) $a_1 = \frac{2v_0 - 0}{t}$

$S_2 = v_0 t - \frac{at^2}{2} = \frac{v_к^2 - v_н^2}{2a}$ $S_1 = \frac{2v_0 t^2}{2t} = v_0 t_0$

$a_2 = \frac{v_0 - 2v_0}{t} = \frac{v_0}{t}$

$S_2 = \frac{(v_0^2 - 4v_0^2)6}{2v_0} = 1{,}5 v_0 t$ $S_3 = v_0 t_0$

$v_{ср} = \frac{v_0 t_0 + 1{,}5 v_0 t_0 + v_0 t_0}{3 t_0} = \frac{3{,}5 v_0}{3} = 1\frac{1}{6} v_0$

Ответ: $v_{ср} = 1\frac{1}{6} v_0$

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийской конкурс научных работ школьников «Юниор»

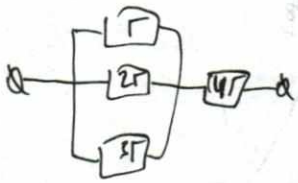
Инженерные науки
НАПРАВЛЕНИЕ КОНКУРСА

Дата 01.02.2020

9
класс

318
(не заполнять)

№5



Дано: $P_r = P$

Найти: P_{4r} -?

Решение:

параллельное	последовательное
$U_1 = U_2 = U_3$	$I = I_1 = I_2$
$I = I_1 + I_2 + I_3$	$U = U_1 + U_2$
$\frac{1}{\Sigma R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$	$R = R_1 + R_2$

$P = UI = I^2R = \frac{U^2}{R}$ $\quad R = \frac{U}{I}$

$U_r^2 = P_{общ} r$

$U_r = \sqrt{P_{общ} r}$

$I_r = \frac{U_r}{r} = \frac{\sqrt{Pr}}{r}$

$I_{2r} = \frac{\sqrt{Pr}}{2r}$

$I_{3r} = \frac{\sqrt{Pr}}{3r}$

$\frac{1}{\Sigma R} = \frac{\sqrt{Pr}}{r} + \frac{\sqrt{Pr}}{2r} + \frac{\sqrt{Pr}}{3r} = \frac{2\sqrt{Pr} + 3\sqrt{Pr} + 6\sqrt{Pr}}{6r} = \frac{11\sqrt{Pr}}{6r}$

$\Sigma R = \frac{6r}{11\sqrt{Pr}}$

$\Sigma I = \frac{\sqrt{Pr}}{r} + \frac{\sqrt{Pr}}{2r} + \frac{\sqrt{Pr}}{3r} = \frac{11\sqrt{Pr}}{6r}$

$P_{4r} = I^2 4r = \frac{121 Pr \cdot 4r}{6r} = \frac{242 Pr}{3}$

Ответ: $P_{4r} = \frac{242 Pr}{3}$