326527
Регистрационный номер

Фамилия Анашкина

Имя Анастасня

Отчество Алексеевна

433
(не заполнять)

Подпись

ЮНИОР

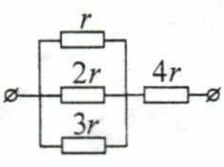
«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Заключительный этап, 10 класс

+ **1.** В комнате висят двое плоских настенных часов, с длиной минутных стрелок 15 см и 20 см соответственно. Расстояние между началами минутных стрелок равно 1 м. Время, показываемое на часах, всегда отличается на 15 мин, хотя часовые механизмы обоих часов исправны. Найти максимальное и минимальное возможное расстояние между концами минутных стрелок.

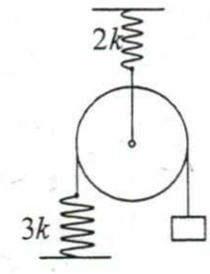
+ **2.** Два угла треугольника $ABC$ равны $45°$ и $75°$. Точки $M, N, P$ – основания высот, проведенных из вершин треугольника $ABC$. Найти отношение площадей треугольников $MNP$ и $ABC$.

+ **3.** Найти простые числа $p$, при которых уравнение $p^x = y^2 - 9$ имеет решение $(x, y)$ с натуральными $x$ и $y$.

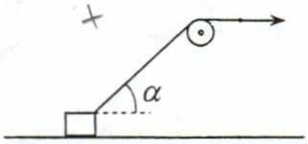



**4.** К электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, приложено некоторое напряжение. Известно, что мощность, которая выделяется на сопротивлении $r$, равна $P$. Найти мощность, которая выделяется на сопротивлении $4r$.

+ **5.** Через невесомый блок, прикрепленный к потолку с помощью пружины, перебросили веревку. К одному концу веревки прикрепили тело массой $m$, к другому пружину, второй конец которой закрепили на полу. Коэффициенты жесткости пружин $2k$ и $3k$ (см. рисунок). Насколько переместится тело по сравнению с положением, когда пружины не деформированы?




+




**6.** К телу, находящемуся на гладкой горизонтальной поверхности, прикреплена нерастяжимая нить, переброшенная через блок (см. рисунок). Угол между нитью и горизонтом равен $\alpha$, после блока нить горизонтальна. Какое минимальное ускорение нужно сообщить концу нити, чтобы тело сразу же оторвалось от поверхности?

Председатель методической комиссии, 2020 г.

№3.

$p^x = y^2 - 9$; $p^x = (y-3)(y+3)$; $y > 3$

$y+3 = a^n$ $y-3 = a^k$, причём $k+n = x$

При таких условиях будет выполняться равенство. Запишем несколько примеров:

$y=4 \Rightarrow p^x = 7 \Rightarrow p = 7,\ x = 1$; где $a^k = 1$; $a^k = 7^1$

$y=5 \Rightarrow p^x = 2\cdot 8 \Rightarrow a^k = 2^1,\ a^n = 2^3 \Rightarrow x = 3+1 = 4$.

$y=6 \Rightarrow p^x = 3\cdot 9 \Rightarrow a^k = 3^1,\ a^n = 3^2 \Rightarrow x = 3$

$y=7 \Rightarrow p^x = 2^2\cdot 2\cdot 5 \Rightarrow y = 7$ не подходит и т.д.

т.к. для 5 такой вариант не существует, а разница между $a^n$ и $a^k = 6$ ед, то других p нет

Перебрав такие числа сделали вывод, что

$p = 2,\ p = 3,\ p = 7$

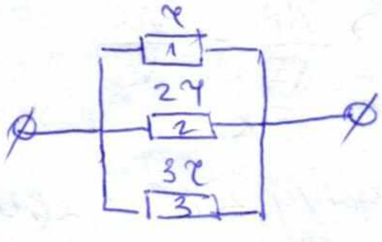
Ответ: $p = 2;\ p = 3;\ p = 7$.

1

№4.

$P = UI = I^2 r$, где $I$ - ток через выбранный резистор (З-н Джоуля-Ленца).

Пусть по цепи течёт ток $I_0$, тогда рассмотрим участок цепи:




$U_1 = U_2 = U_3$

$\frac{U}{r} + \frac{U}{2r} + \frac{U}{3r} = I$  $\frac{11}{6r}U = I_0$

$U = \frac{I_0 \cdot 6}{11r} \Rightarrow I_1 = \frac{6}{11} I_0$

$P_1 = P = I_1^2 \cdot r = \left(\frac{6 I_0}{11}\right)^2 \cdot r = \frac{36 I_0^2 r}{121}$

$P_4 = I_0^2 \cdot 4r \Rightarrow \frac{P_4}{P_1} = \frac{4\cdot 121}{36} = \frac{121}{9} \Rightarrow P_4 = \frac{121 P_1}{9}$.

Ответ: $P_4 = \frac{121}{9} P \approx 13,4 P$

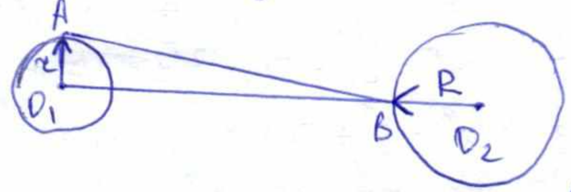
3

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийской конкурс научных работ школьников «Юниор»

инженерные науки — НАПРАВЛЕНИЕ КОНКУРСА | Дата 1.02.2020 | 10 класс | 433 (не заполнять)

№1.

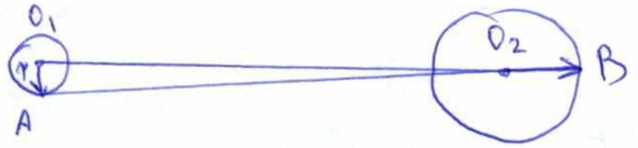
Перебором нашли наибольшее и наименьшее расстояния (из соотношений в п/у △). Исходя из этого:
Наименьшее значение:




$AO_1 = r = 15$ см ; $O_2B = R = 20$ см.
$O_1O_2 = 100$ см

$AB = \sqrt{r^2 + (O_1O_2 - R)^2}$;
$AB = \sqrt{225 + 6400} = \sqrt{6625} =$
$= 5\sqrt{265}$

Наибольшее значение:

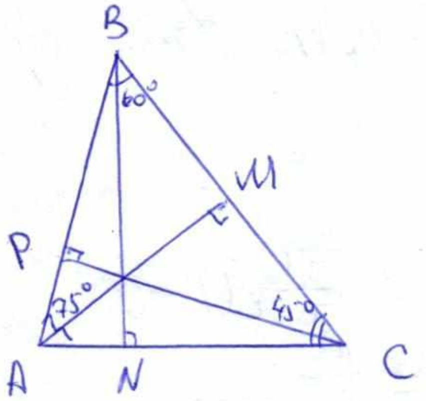



$AB = \sqrt{r^2 + (O_1O_2 + R)^2}$
$AB = \sqrt{225 + 14400} =$
$= \sqrt{14625} = 5\sqrt{585}$

Ответ: наименьшее $5\sqrt{265}$; Наибольшее $5\sqrt{585}$.

0,5

№2.



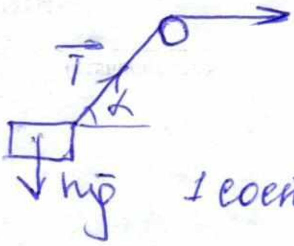

1) По теореме синусов в △ABC:
$\frac{AB}{\sin 45} = \frac{AC}{\sin 60} \Rightarrow \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{AC}{\sqrt{3}}$, тогда
$AB = \sqrt{2}x$ ; $AC = \sqrt{3}x$.
2) Рассмотрим п/у △ABM: ∠BAM = 30° ⇒
⇒ $BM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{\sqrt{2}}x$.
3) △BPM - р/с ⇒ $PB = BM = PM = \frac{1}{\sqrt{2}}x$.
4) Т.к. △PNM ~ △ABC, то $\frac{S_{PNM}}{S_{ABC}} = k^2$.
$k = \frac{PM}{AB}$ ; $k = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S_{PNM}}{S_{ABC}} = \frac{1}{4}$.

Ответ: $\frac{S_{PNM}}{S_{ABC}} = \frac{1}{4}$.

0

№6.

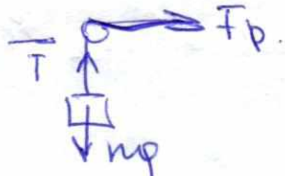
① Решим задачу динамически:




1 состояние:

$T\cdot\sin\alpha = mg \Rightarrow T = \frac{mg}{\sin\alpha}$

2 состояние:



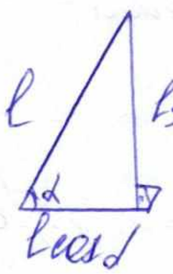

$ma = T - mg$

$a = \frac{g}{\sin\alpha} - g = g\left(\frac{1}{\sin\alpha} - 1\right)$

Ответ: $a = g\left(\frac{1}{\sin\alpha} - 1\right)$ 0,5

② Решим задачу кинематически:

Рассмотрим случай, когда тело не отрывается:




Рассмотрим треугольник перемещений:

Нить укоротилась на:

$l - l\sin\alpha = l(1-\sin\alpha)$

За это время тело прошло путь $l\cos\alpha$

$$\begin{cases} l\cos\alpha = \frac{u}{\cos\alpha} t \\ v = \frac{u}{\cos\alpha} \\ l(1-\sin\alpha) = \frac{at^2}{2} \end{cases}$$

$l(1-\sin\alpha) = \frac{v_к^2 - v_0^2}{2a}$, где $v_0 = 0$, тогда $l(1-\sin\alpha) = \frac{v^2}{2a}$

$l(1-\sin\alpha) = \frac{u^2}{\cos^2\alpha\cdot 2a}$

$$\begin{cases} l\cos\alpha = \frac{u}{\cos\alpha} \\ l(1-\sin\alpha) = \frac{u^2}{2a\cos^2\alpha} = \frac{l^2\cos^2\alpha}{t} \end{cases}$$

$\cancel{l}1-\sin\alpha = \frac{l\cos^2\alpha}{2at}$

$l(1-\sin\alpha) = \frac{vt}{2}$

$\frac{vt}{2l} = \frac{l\cos^2\alpha}{2at}$

$2l^2\cos^2\alpha = 2at^2v$

$l^2\cos^2\alpha = at^2v$

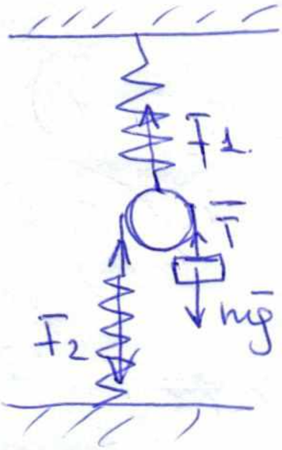
$u^2t^2 = at^2v$

$u = \frac{a}{\cos\alpha}$ $\boxed{v = \frac{a}{\cos^2\alpha}}$

$1 = \frac{a^2\cdot 2}{\cos^4\alpha\cdot 2a\cdot at^2}$

$\boxed{t = \frac{1}{\cos^2\alpha}}$

№5.



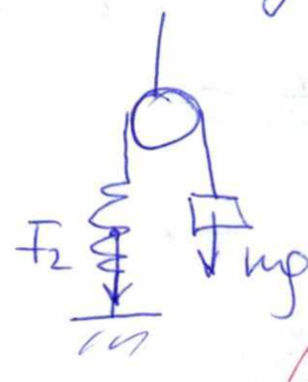

Т.к. все пружины растягиваются (не сжимаются), что

$\Delta l = \Delta x_1 + \Delta x_2$

По 2 закону Ньютона для груза: $mg = T$

По 2 закону Ньютона для системы: $F_1 = F_2 + T$; $F_1 = F_2 + mg$

Рассмотрим эквивалентную систему, если убрать верхнюю пружину:




$F_2 = mg$, тогда

$F_1 = F_2 + mg = 2mg$

$F_1 = 2k\Delta x_1 = 2mg$

$\Rightarrow \Delta x_1 = \frac{mg}{k}$;

$F_2 = 3k\Delta x_2 = mg \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{mg}{3k}$

$\Delta l = \frac{mg}{k} + \frac{mg}{3k} = \frac{4}{3}\frac{mg}{k}$

Ответ: $\Delta l = \frac{4}{3}\frac{mg}{k}$