326886
Регистрационный номер

Фамилия Зимин
Имя Семен
Отчество Игоревич

434
(не заполнять)

Подпись

ЮНИОР

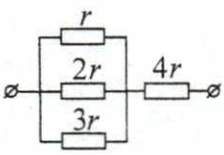
«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Заключительный этап, 10 класс

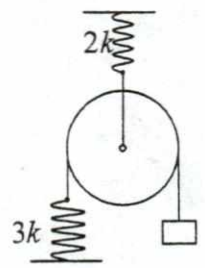
1. В комнате висят двое плоских настенных часов, с длиной минутных стрелок 15 см и 20 см соответственно. Расстояние между началами минутных стрелок равно 1 м. Время, показываемое на часах, всегда отличается на 15 мин, хотя часовые механизмы обоих часов исправны. Найти максимальное и минимальное возможное расстояние между концами минутных стрелок.

2. Два угла треугольника ABC равны $45°$ и $75°$. Точки M, N, P – основания высот, проведенных из вершин треугольника ABC. Найти отношение площадей треугольников MNP и ABC.

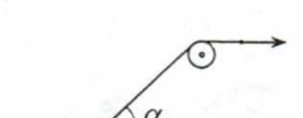
3. Найти простые числа p, при которых уравнение $p^x = y^2 - 9$ имеет решение (x, y) с натуральными x и y.



4. К электрической цепи, схема которой представлена на рисунке, приложено некоторое напряжение. Известно, что мощность, которая выделяется на сопротивлении r, равна P. Найти мощность, которая выделяется на сопротивлении $4r$.



5. Через невесомый блок, прикрепленный к потолку с помощью пружины, перебросили веревку. К одному концу веревки прикрепили тело массой m, к другому пружину, второй конец которой закрепили на полу. Коэффициенты жесткости пружин $2k$ и $3k$ (см. рисунок). Насколько переместится тело по сравнению с положением, когда пружины не деформированы?



6. К телу, находящемуся на гладкой горизонтальной поверхности, прикреплена нерастяжимая нить, переброшенная через блок (см. рисунок). Угол между нитью и горизонтом равен α, после блока нить горизонтальна. Какое минимальное ускорение нужно сообщить концу нити, чтобы тело сразу же оторвалось от поверхности?

Председатель методической комиссии, 2020 г.

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийской конкурс научных работ школьников «Юниор»

Инженерные науки — НАПРАВЛЕНИЕ КОНКУРСА   Дата 01.02.2020   10 класс   434 (не заполнять)

N1.

Дано

$R = 20$ см

$r = 15$ см

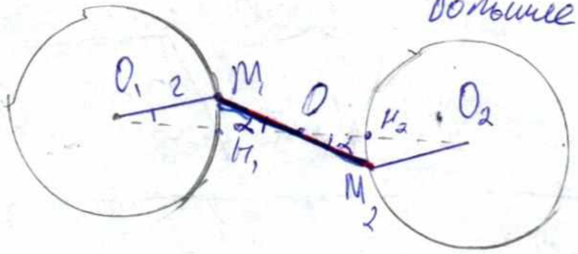
$O_1O_2 = 100$ см

$\Delta\varphi = \frac{1}{4}$ час $= \frac{1}{48}$ C, где C — длит. окр-эх час.

$S_{min} = ?$

$S_{max} = ?$

Рисунок 1 — минимальное расстояние



Решение.

Т.к. $O_1M_1 = r$; $O_2M_2 = R$ (по условию) — минимальное расстояние — положение, когда $\angle M_1O_1H_1 = \angle M_2O_2H_2$, т.к. M_1M_2 ~~из-за того, что $O_1M_1O_2M_2$ — четырехугольник с площадью $S = \frac{1}{2}d_1d_2\sin\alpha$, где $d_1 = O_1O_2 = const$, $d_2 = M_1M_2$~~

Т.к. угол расхождения равен 15 мин. $= \angle\varphi = \angle M_1O_1H_1 = \angle M_2O_2H_2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{48}\cdot 360° = 3{,}75°$. (т.к. 15 мин $= \frac{1}{48}$ ~~суток~~ 12 ч.)

Значит $OM_2 + OM_1 = M_1M_2 \Rightarrow$ Из теорем косинусов.

$$\begin{cases} OM_2 + OM_1 = M_1M_2 \\ OM_2^2 = O_2O^2 + O_2M_2^2 - 2OO_2\cdot O_2M_2\cos\angle\varphi \\ OM_1^2 = OO_1^2 + O_1M_1^2 - 2OO_1\cdot O_1M_1\cos\angle\varphi \\ O_1O_2 = O_1O + OO_2 \text{ (по условию)} \\ O_1O = OO_2 \text{ (по построению)} \end{cases}$$

Подставим все в 1-ое уравнение.

$M_1M_2 = OO_2^2 + O_2M_2^2 - 2OO_2\cdot O_2M_2\cos\varphi + OO_1^2 + O_1M_1^2 - 2OO_1\cdot O_1M_1\cdot$

$\cos\varphi = (OO_2^2 + OO_1^2 + O_2M_2^2 + O_1M_1^2 - 2\cos\varphi(OO_1\cdot O_1M_1 + OO_2\cdot O_2M_2)$

$M_1M_2 = \left(\frac{O_1O_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{O_1O_2}{2}\right)^2 + R^2 + r^2 - 2\cos\varphi\left(\frac{1}{2}O_1O_2(R+r)\right) =$

$M_1M_2 = 2\left(\frac{O_1O_2}{2}\right)^2 + R^2 + r^2 - 2\cos\varphi \cdot \frac{1}{2}O_1O_2\,(R+r);$

$M_2M_1 = \frac{1}{2}O_1O_2^2 + R^2 + r^2 - O_1O_2\cos\varphi\,(R+r)$

$\cancel{M_2M_1 = O_1O_2 + \frac{1}{2}O_1O_2 + (R+r)^2 - 2Rr - \cos\varphi(R+r)}$

$\cancel{M_2M_1 = O_1O_2 \cdot (R+r)\left(\frac{1}{2}O_1O_2 - 2Rr + R + r - \cos\varphi\right)}$

$M_2M_1 = \frac{1}{2}\cdot(100)^2 + 15^2 + 20^2 + \left(-\left(100 \cdot \cos 3{,}75^0 \cdot (15+20)\right)\right)$

$M_2M_1 = 5000 + 625 - 35$

$M_1M_2 = \sqrt{OO_1^2 + O_1m_1^2 - 2\cos\varphi\, OO_1\,O_1m_1} +$

$\sqrt{OO_2^2 + O_2m_2^2 - 2\cos\varphi\, OO_2\,O_2m_2} =$

$MM_2 = \sqrt{\left(\frac{1}{2}O_1O_2\right)^2 + r^2 - 2\cos\varphi\, r \cdot \frac{1}{2}O_1O_2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2}O_1O_2\right)^2 + R^2 - 2\cos\varphi \cdot \frac{1}{2}O_1O_2 \cdot R}$

$S_{min} = MM_2 = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\cdot 100\right)^2 + 15^2 - 2\cos\varphi \cdot 15 \cdot \frac{1}{2}\cdot 100} + \sqrt{\left(\frac{1}{2}\cdot 100\right)^2 + 20^2 - 2\cos\varphi \cdot 20 \cdot \frac{1}{2}\cdot 100} = \sqrt{2500 + 225 - 1500\cos 3{,}75^0} + \sqrt{2500 + 400 - 2000\cos 3{,}75^0}$

≈ 35

$= 65$ см.

Т.е. ~~при минимум~~ значение $M_1M_2 \sim \cos\varphi$, при максимуме возможн. отличие ($O_1O_2 = const$; $R = const$; $r = const$)

$S_{max} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}O_1O_2\right)^2 + r^2 - \cos\varphi_m O_1O_2\, r} + \sqrt{\left(\frac{1}{2}O_1O_2\right)^2 + R^2 - \cos\varphi_m O_1O_2\, R}$, где $\varphi_m = \cos^0(180^0 - \varphi)$;

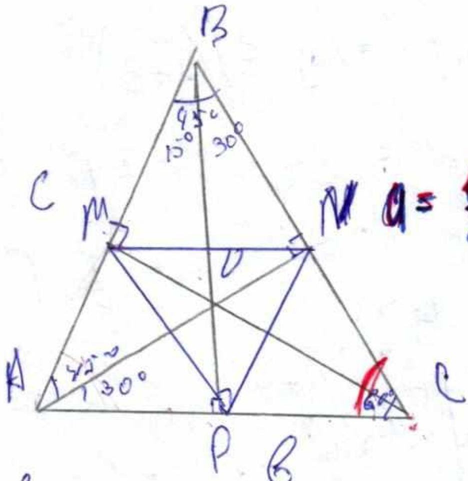
$S_{max} = \sqrt{65^2} + \sqrt{70^2} = 135$ см

0,5

Ответ: минимум 65; максимум 135 см

Инженерные науки — НАПРАВЛЕНИЕ КОНКУРСА; Дата 01.02.2020; 10 класс; 434 (не заполнять)

Дано
$\triangle ABC$
MC; AN; BP = высоты.
45°; 75°



$a = \frac{b}{2} + c\frac{\sqrt{2}}{2}$

Решение
Пусть
AB; BC; AC = a; b; c соответ.
Рассмотрим $\triangle AСM$ - прямоуг.
$\angle C = 180° - \angle BAC - \angle ABC = 60°$
$\angle MAC = 30° \Rightarrow \angle BAM = 45°$
$MC = \frac{1}{2}AC = AC\sin 30° = \frac{1}{2}b$
По теореме Пифагора
$AM = \sqrt{b^2 - \left(\frac{1}{2}b\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}b^2}$

Рассмотрим $\triangle BMA$ - прям.
$\angle ABM = 180° - \angle BAM - \angle AMB = 45°$
$90° \Rightarrow$ равнобедр.
$BM = AM = \frac{b\sqrt{3}}{2}$
По теореме Пифагора
$AB = \sqrt{\frac{3b^2}{4} + \frac{3b^2}{4}} = b\sqrt{1{,}5}$
$= c$

1

BC = b
CM

$AM = b\frac{\sqrt{3}}{2}$ (из $\triangle ABP$).
$AP = c\sin 15°$ (из $\triangle ABP$); $a = \frac{\sqrt{2}}{2}c + \frac{b}{2}$ (из решения)

$PC = a\sin 30° = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{c}c + \frac{b}{2}\right)$

1

Тогда.

$$\frac{S_{MNO}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABC} - S_{ABM} - S_{CO} - S_{ONC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2}bc\sin 75° - \frac{1}{2}b \cdot b\cos 75° -}{\frac{1}{2}bc\sin 75°}$$

$$\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}c + \frac{b}{2}\right)\right) \cdot \frac{b}{2}\sin 60° - \frac{1}{2}c\sin 15° \cdot b\sin 60° \sin 75°}{\frac{1}{2}bc\sin 75°} = \frac{b\sqrt{1{,}5}\sin 75° - b\cos 75° - \frac{1}{4}\left(\frac{b\sqrt{3}}{2} + \frac{b}{2}\right)\sin 60°}{b\sqrt{1{,}5}\sin 75°}$$

1,178; 0,2588; 0,2571

$\sqrt{1{,}5}\sin 15°\sin 60° \sin 75°$ 0,2588 0,838 0,9659 0,265

$$\frac{0{,}3571}{1{,}178} \approx 0{,}2.$$

№3.

$p^x = xy^2 - 9,$

т.к. p – простое

$p^x = (y-3)(y+3)$

$p^x = y-3$ $\quad$ $p^x = y+3$

$p^x > 0 \Rightarrow$ $\quad$ $p = \sqrt[x]{y+3}$

$y > 3$ $\quad$ при $x=1$

$\underline{y = p-3}$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} p^x = y-3 \\ y>3 \end{cases} \\ \begin{cases} p^x = y+3 \\ y>0 \end{cases} \end{array}\right.$

$p^x \in [1; 2; 3; 5; 7; 11; 13; \ldots; +\infty)$

тогда $x = 1$ $\quad$ $\underline{x = 0}$

$\underline{y = p+3}$ $\quad$ $\underline{y = 4}$

0

Ответ: ~~x=1~~ $x;y$ при $(1; p+3)$; $x;y$ при $(x=0; 4)$; $x;y$ при $(1; p-3)$

№4.

Решение

Дано

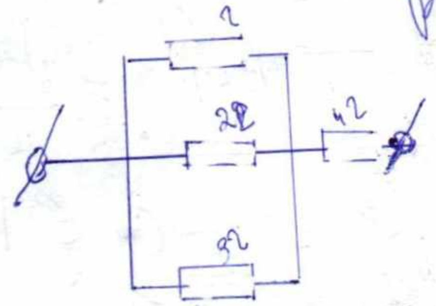
$r =$

P

$2r$

$3r$

$4r$.



Утюгом сосуд нагревается, когда

$R_4 = 4r = \frac{r \cdot 2r \cdot 3r}{6r} = r^2$

т.к. $P = UI$,

Сила тока при параллельном соединении ...

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийской конкурс научных работ школьников «Юниор»

Инженерные науки Дата 1.02.2020 10 434
НАПРАВЛЕНИЕ КОНКУРСА класс (не заполнять)

По $I_4 = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{U}{r} + \frac{U}{2r} + \frac{U}{3r} = \frac{10U}{6r} = \frac{5U}{3r}$

(По з-н Ома і при паралл. подкл. $U = const$)

~~$R = r^2 + 4r$~~

~~$U_{конц} = U_6 +$~~

$$\begin{cases} P = U_{конц} I_{конц} = \frac{U^2}{R} = \frac{I^2 R^2}{R} = I^2 R \\ R = R_4 + 4r = r^2 + 4r \end{cases}$$

0,5

$$P = \cancel{r(r+4)} \left(\frac{5U}{3r}\right)^2 r(r+4) = \frac{25U^2 \cdot r(r+4)}{9r^2} = \frac{25U^2(r+4)}{9r}$$

Ответ: ~~$P = \frac{}{4r^2}$~~ $P = \frac{25U^2(r+4)}{9r}$

0,5

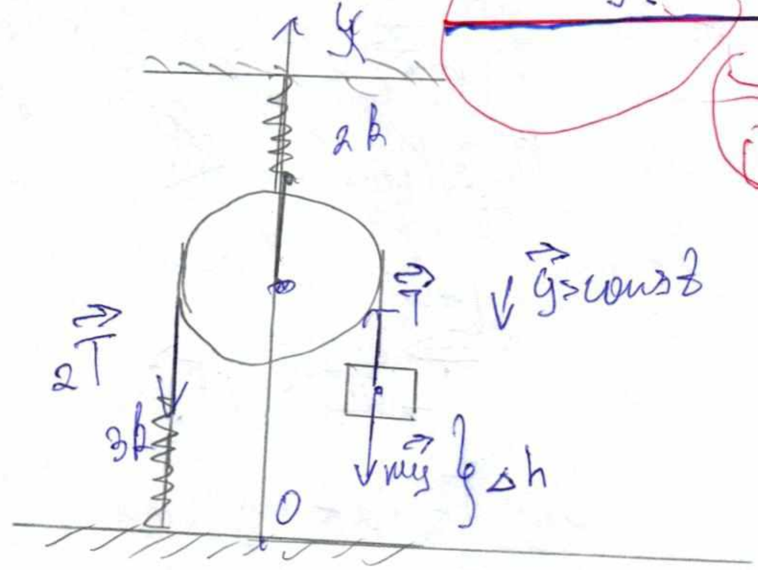
N5.

Дано

m

3k

2k



Блок - подвижный

А значит воздействует на пружину силу в 2 раза больше, чем масса блока.

По закону Гука

Ox: $2T = 3k\Delta x_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{2mg}{3k}$

Рассмотрим верхнюю пружину

$T = 2k\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{mg}{2k}$

ответ!

1

Тогда $\Sigma \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = \frac{2mg}{3k} + \frac{mg}{2k} = \frac{4mg + 3mg}{6k} = \frac{7mg}{6k}$.

Ответ: $\Delta x = \frac{7mg}{6k}$

№6

Дано

u

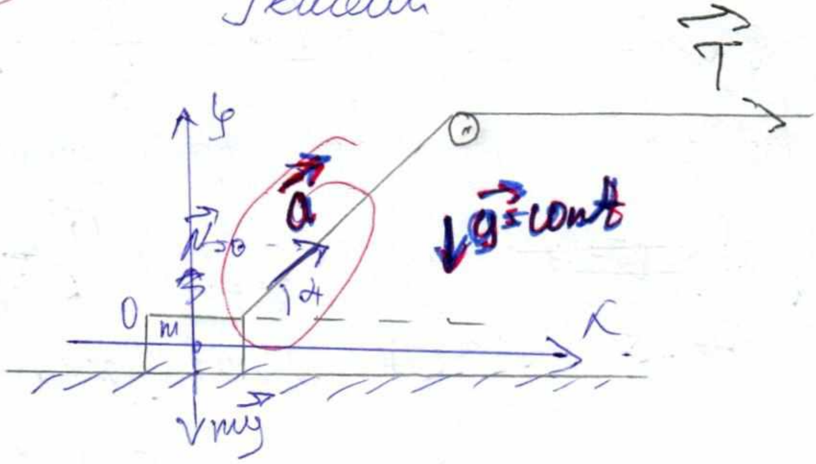
T

m

$g = const$

α

Решение



Трения нет

$\vec{N} = 0$, т.к. тело оторвалось от поверхности

По II-ому закону Ньютона.

~~$\vec{N} \vec{g} = m\vec{a}$~~

~~O_y: $mg = ma \sin\alpha$~~

~~$a = \frac{g}{\sin\alpha}$~~

$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$

O_y: $T\sin\alpha - mg = ma$

O_x: $T\cos\alpha = 0$ (не подходит)

$a = \frac{T\sin\alpha - mg}{m}$

Ответ: $a = \frac{T\sin\alpha - mg}{m}$