



335048
Регистрационный номер

Фамилия Увакова
Имя Валерия
Отчество Олеговна

280
(не заполнять)
[Signature]
Подпись



«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

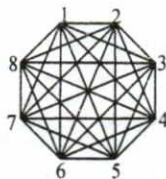
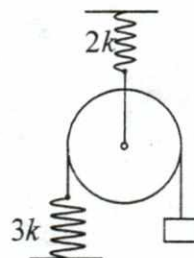
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Заключительный этап, 11 класс

1. Трем товарищам, Пете, Коле и Васе, нужно попасть из пункта A в пункт B , находящихся на расстоянии 20 км друг от друга по шоссе. У них имеется один велосипед, на котором можно передвигаться вдвоем со скоростью 10 км/час и одному – со скоростью 15 км/час. Скорость перемещения по шоссе пешком для каждого одинаковая и равна 5 км/час. Втроем передвигаться на велосипеде невозможно. Решили действовать так: выходят из пункта A одновременно, Петя и Коля едут на велосипеде вместе в течении t час, а Вася идет пешком. После этого Коля сходит с велосипеда и оставшуюся часть пути до пункта B идет пешком. Петя мгновенно разворачивается, едет в обратном направлении, чтобы забрать идущего пешком Васю. Встретив на шоссе Васю, Петя мгновенно разворачивается, сажает Васю на велосипед, и они едут вместе до пункта B . По договоренности, тот кто прибудет в B раньше, ждет остальных. Временем T окончания операции считается время, когда вся компания соберется в пункте B . Найти значение t , при котором величина T наименьшая. Найти наименьшее значение T .

2. Один из углов остроугольного треугольника ABC равен 60° . Точки M, N, P – основания высот треугольника ABC . Найти наибольшее значение отношения площадей треугольников MNP и ABC .

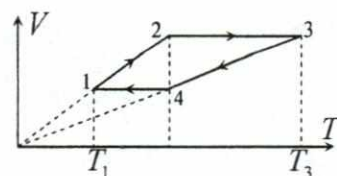
3. Найти целые числа x и y , для которых $(x^2 - 4y^2)^2 = 24y + 1$.

4. Через невесомый блок, прикрепленный к потолку с помощью пружины, перебросили веревку. К одному концу веревки прикрепили тело массой m , к другому пружину, второй конец которой закрепили на полу. Коэффициенты жесткости пружин $2k$ и $3k$ (см. рисунок). На сколько переместится тело по сравнению с положением, когда пружины не деформированы?



5. Сопротивление каждой стороны сделанного из проволоки восьмиугольника (см. рисунок) равно r . Каждую вершину восьмиугольника соединили с каждой другой так, что сопротивление каждого соединительного провода также равно r , а электрических контактов между соединительными проводами в точках их пересечения нет. Затем к вершинам 1 и 4 восьмиугольника подводят электрическое напряжение. Найти сопротивление восьмиугольника.

6. С одним моле одноатомного идеального газа проводят циклический процесс. График зависимости объема газа от его абсолютной температуры в этом процессе представлен на рисунке. Известны абсолютные температуры газа в состояниях 1 и 3 - $T_1 = T$ и $T_3 = 4T$. Известно также, что температуры газа в состояниях 2 и 4 одинаковы. Какое количество теплоты получает газ в процессе 1-2-3? Найти термодинамический КПД цикла.





280
(не заполнять)

информационные науки
НАПРАВЛЕНИЕ КОНКУРСА

Дата 01.02.2020

11
класс

1) Коля: $10t + 5y = 20$
Петя: $10t - 15x + 10l = 20$
Вася: $5t + 5x + 10l = 20$

y - время, которое Коля идет пешим
 x - время, которое Петя возвращается за Васей
 l - время, которое едут Вася и Петя

$10t - 15x = 5t + 5x$ - место встречи Пети и Васи

$5t = 20x; x = \frac{t}{4}$

$5t + 5x + 10l = 20$

$25x + 10l = 20; l = \frac{4-5x}{2} = \frac{16-5t}{8}$

$5y = 20 - 10t; y = 4 - 2t$

$T = \max(t+x+l; t+y; t+x+l) = \max(t+x+l; t+y) \quad T \rightarrow \min \begin{cases} t > 0 \\ T > 0 \end{cases}$

① $t+x+l \geq t+y; x+l \geq y; \frac{t}{4} + \frac{16-5t}{8} \geq 4-2t; 16-3t \geq 32-16t; 13t \geq 16; t \geq \frac{16}{13}$

$T = t+x+l = t + \frac{t}{4} + \frac{16-5t}{8} = \frac{5t+16}{8}; t \rightarrow \min \Rightarrow T \rightarrow \min \Rightarrow$
($t_{\min} = \frac{16}{13}$)

$\Rightarrow T_{\min} = 5 \cdot \frac{16}{13} + 16 = \frac{80+208}{13 \cdot 8} = \frac{288}{104} = 2 \frac{10}{13}, t = \frac{16}{13}$

② $t+x+l \leq t+y; t \leq \frac{16}{13}, t > 0 \Rightarrow T = 4-t; t \rightarrow \max \Rightarrow T \rightarrow \min \Rightarrow$

$\Rightarrow T = 4 - \frac{16}{13} = \frac{36}{13} = 2 \frac{10}{13}, t = \frac{16}{13}$

Ответ: $t = \frac{16}{13} \approx 1 \frac{3}{13} \approx$; $T = 2 \frac{10}{13} \approx$.

3) $(x^2 - 4y^2)^2 = 24y + 1; 24y + 1 \geq 0 \Rightarrow y \geq -\frac{1}{24}; x, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ y \in [0; +\infty) \\ y \in \mathbb{Z} \end{cases}$

$x^4 - 8x^2y^2 + (16y^4 - 24y - 1) = 0, x^2 = z$

$z^2 - 8y^2z + (16y^4 - 24y - 1) = 0 \quad k = -4y^2, \Delta = 16y^4 - 16y^4 + 24y + 1 = 24y + 1;$

$z = 4y^2 \pm \sqrt{24y+1}; x = \pm(4y^2 \pm \sqrt{24y+1}), y \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{24y+1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 24y+1 = k^2, k > 0, k \in \mathbb{Z}$

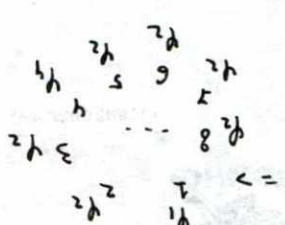
$y = \frac{k^2-1}{24} \Rightarrow (k^2-1) : 24, (k^2-1) \in \mathbb{Z}; k \in \mathbb{Z}$

k	k^2	$(k^2-1):24$	y	x
1	1	0	0	± 1
5	25	24	1	$\pm 1; \pm 9$
7	49	48	2	$\pm 9; \pm 23$
11	121	120	5	$\pm 89; \pm 111$
13	169	168	7	
17	289	288	12	

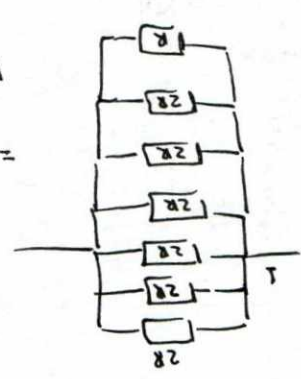
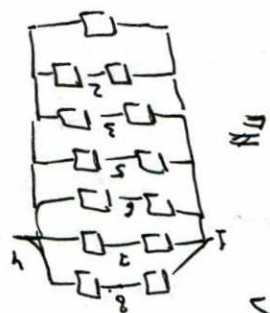
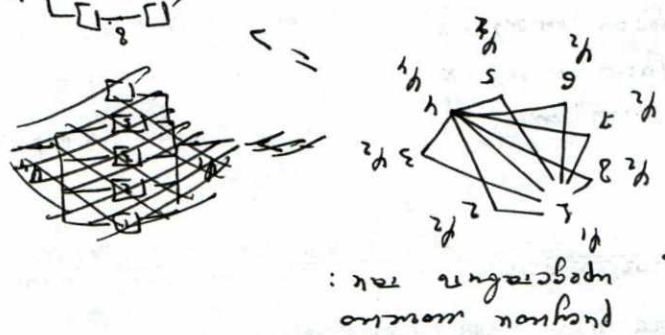
$\begin{cases} y = \frac{k^2-1}{24} \\ x = \pm(4y^2 \pm k) = \pm\left(\frac{4(k^2-1)^2}{24^2} \pm k\right) = \pm\left(\frac{4(k^2-1)^2}{24^2} \pm k\right) \end{cases}$
 $k \in \{a, b, a+6, b+6, a+12, b+12, \dots\}, a=1, b=5$

0,5

5) Базисные узлы и ч. потенциалов (т.к. во всем топ. узлы базисные и узлы) =>



$U_{220} = 0$
 $U_{240} = 0$
 узлы базисные:



$$R_{\text{общ}} = \frac{1}{\frac{1}{6} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{8}} = \frac{1}{\frac{2R+3}{6}} = \frac{6}{2R+3}$$

$$R_{\text{общ}} = \frac{2R}{8} = \frac{R}{4}$$

ответ: $R = \frac{V}{I} = 2 \text{ } (+)$

$N_{\text{о}} = 4 \text{ } (-)$
 $N_{\text{в}} = 6 \text{ } (-)$



Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийской конкурс научных работ школьников «Юниор»



280 ЮНИОР

НАПРАВЛЕНИЕ КОНКУРСА

Дата ____ . ____ . ____

класс

(не заполнять)

