

**Заключительный тур олимпиады «Росатом»,
математика, 2013 г.,
8 класс**

Задание

1. Петя любит пить чай с сахаром: три ложки на стакан. После того как было выпито две трети стакана, он долил кипятка до уровня половины стакана. Сколько ложек сахара надо добавить, чтобы его концентрация в чае была восстановлена?
2. Найти x и y , при которых выражение $x^2 - y^2$ принимает максимальное значение, если $3x - 2y = 7$. Найти это значение.
3. Найти двузначное число в 2,5 раза меньшее произведения его цифр.
4. При каких a и b система $\begin{cases} ax + 3y = 0 \\ 2x - by = 0 \end{cases}$ имеет решения $(x; y)$ внутри треугольника с вершинами $A(2;3)$, $B(5,4)$, $C(4;1)$?
5. Точка M находится внутри квадрата $ABCD$ со стороной a так, что площади треугольников ABM , BCM и CDM относятся как $1:2:3$ соответственно. Найти сумму квадратов расстояний точки M до вершин квадрата.

Решения

1. Ответ: 0,5 ложки

2. Ответ: $x = \frac{21}{5}$, $y = \frac{14}{5}$, $(x^2 - y^2)_{\max} = \frac{49}{5}$

3. Ответ: 25

4. Ответ: $\begin{cases} a = t \\ b = -\frac{6}{t} \end{cases}, t \in \left(-\frac{9}{2}; \frac{-3}{4}\right)$

5. Ответ: $\frac{9}{4}a^2$