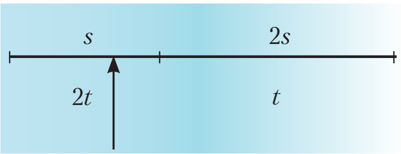
Олимпиада по физике имени проф. И.В. Савельева

Приведён вариант заданий олимпиады по физике имени профессора И.В. Савельева для 11-го класса (с решениями), которая состоялась 11 декабря 2011 г. в Национальном исследовательском ядерном университете МИФИ. Эта олимпиада является отборочным туром Отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом» для школьников 7–11-х классов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: олимпиада, «Росатом», 11 класс, абитуриенту

С.Е. МУРАВЬЁВ
semuraviev@mail.ru,
НИЯУ МИФИ, г. Москва

1. Тело, двигаясь прямолинейно, прошло два последовательных участка пути, длины которых относятся как 1 : 2. Соответствующие времена относятся друг к другу, как 2 : 1. При этом на каждом участке скорость тела была постоянной. Найдите среднюю скорость тела за первую и вторую половины полного времени движения, если скорость тела на первом участке пути равна v.



Решение. Пусть s – длина первого участка пути, t – время, затраченное на прохождение последнего участка. Поскольку полное время движения равно $3t$, то половина этого времени ($1{,}5t$) заканчивается, когда тело проходит три четверти первого участка пути (этот момент на рисунке отмечен стрелкой). А поскольку на всём первом участке тело двигалось равномерно, для средней скорости тела за первую половину полного времени движения имеем:

$$v_{\text{ср}}^{(1)} = \frac{3s/4}{1{,}5t} = \frac{s}{2t} = v.$$

Для средней скорости тела за вторую половину полного времени движения имеем, по определению средней скорости:

$$v_{\text{ср}}^{(2)} = \frac{2s + s/4}{3t/2} = \frac{3s}{2t} = 3v.$$

2. Два конденсатора ёмкостями C и $2C$ соединены последовательно и подключены к источнику напряжения. Во сколько раз изменится напряжение на конденсаторе C, если всё пространство между обкладками конденсатора $2C$ заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε?

Решение. При последовательном соединении конденсаторов их заряды одинаковы, а напряжения складываются. Поэтому для напряжения источника U имеем в первом случае:

$$U = \frac{Q}{C} + \frac{Q}{2C} = \frac{3Q}{2C} \Rightarrow Q = \frac{2CU}{3},$$

где Q – заряд каждого конденсатора. Отсюда находим напряжение на конденсаторе C: $U_C = \frac{2U}{3}$.

После заполнения конденсатора $2C$ диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε его ёмкость возрастёт в ε раз. Поэтому для напряжения источника имеем во втором случае:

$$U = \frac{Q'}{C} + \frac{Q'}{2\varepsilon C} = \frac{(2\varepsilon+1)Q'}{2\varepsilon C} \Rightarrow Q' = \frac{2\varepsilon CU}{2\varepsilon+1},$$

где Q' – заряд каждого конденсатора во втором случае. Поэтому новое напряжение на конденсаторе C определяется соотношением $U'_C = \frac{2\varepsilon U}{2\varepsilon+1}$, откуда находим, что напряжение на конденсаторе C увеличится в $\frac{U'_C}{U_C} = \frac{3\varepsilon}{2\varepsilon+1}$ раз.

3. Баллон, содержащий некоторое количество кислорода, разрывается при испытаниях при температуре t_1 = 727 °C. Такой же баллон, содержащий смесь вдвое меньшего количества кислорода и вчетверо меньшего (по массе) количества неизвестного газа, разрывается при температуре t_2 = 127 °C. Найдите молярную массу неизвестного газа. μ_{O_2} = 32 г/моль.

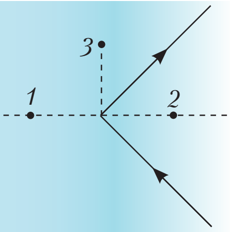
Решение. Пусть баллон выдерживает предельное давление p_0. Тогда для кислорода в баллоне имеем в момент разрыва $p_0 V = \frac{m}{\mu_{O_2}} RT_1$, где V – объём баллона, m – масса кислорода в баллоне в первом случае, $T_1 = t_1 + 273$ – абсолютная температура кислорода в момент разрыва.

Во втором случае в момент разрыва закон Дальтона для смеси кислорода и неизвестного газа даёт $p_0 V = \left(\frac{m}{2\mu_{O_2}} + \frac{m}{4\mu_X}\right) RT_2$, где μ_X – молярная масса неизвестного газа. Деля второе уравнение на первое и решая полученное уравнение, найдём:

$$\mu_X = \frac{\mu_{O_2} T_2}{2(2T_1 - T_2)} = 4 \text{ г/моль}.$$

Таким образом, неизвестный газ – гелий.

4. Бесконечный провод, по которому течёт ток I, изогнут под прямым углом. Индукция магнитного поля провода в точке *1*, лежащей на продолжении биссектрисы угла, образованного проводом, на некотором расстоянии от угла равна $\vec{B}_1$. Индукция магнитного поля провода в точке *2*, лежащей на биссектрисе угла, образованного проводом, на том же расстоянии от угла равна $\vec{B}_1$. Найдите индукцию магнитного поля провода в точке *3*, лежащей в плоскости провода на перпендикуляре к биссектрисе угла, образованного проводом, на том же расстоянии от вершины угла.



Решение. Основная идея решения заключается в использовании принципа суперпозиции полей: вектор индукции магнитного поля, создаваемого проводником с током в некоторой точке, равен геометрической сумме векторов магнитной индукции полей, создаваемых отдельными участками данного проводника с током. Можно представить, что во всех трёх точках, о которых говорится в условии, магнитное поле создаётся двумя полубесконечными проводами, которые по отношению к этим точкам расположены так, как это показано либо на рис. *а*, либо на рис. *б* (расстояние d от конца провода до всех точек одно и то же). Поэтому можно из данных условия задачи найти векторы индукции магнитных полей, создаваемых этими проводами в заданных точках, а затем использовать это в исследуемом случае.

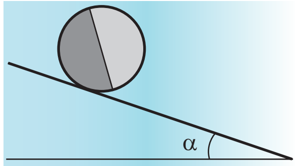
Пусть в случае, показанном на рис. *а*, провод создаёт в т. O магнитное поле с индукцией $\vec{B}_а$, в случае *б* – магнитное поле с индукцией $\vec{B}_б$. Как видно из рисунка в условии задачи, в точке *1* поле создаётся двумя проводами, расположенными по отношению к этой точке так, как это показано на рис. *а*, причём, по правилу буравчика, векторы индукции магнитных полей направлены одинаково. Поэтому $B_1 = 2B_а$.

В точке *2* (см. рисунок в условии) поле создаётся двумя проводами, расположенными по отношению к этой точке так, как на рис. *б*, причём векторы индукции этих полей также направлены одинаково. Поэтому $B_2 = 2B_б$.

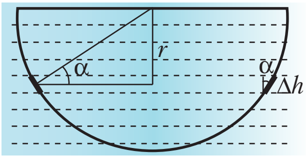
Магнитное поле в точке *3* создаётся двумя проводами, один расположен как на рис. *а*, второй – как на рис. *б*, причём векторы индукции этих полей направлены взаимно противоположно. Поэтому величина результирующего магнитного поля в этой точке равна разности модулей векторов индукции полей, созданных проводами *б* и *а*: $B_3 = B_б - B_а$.

Комбинируя выражения, получаем $B_3 = 0{,}5(B_2 - B_1)$.

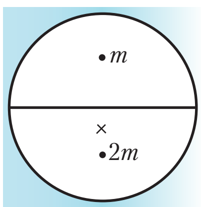
5. Сфера радиуса R спаяна из двух полусфер массами m и $2m$. Сферу аккуратно помещают на наклонную плоскость с углом при основании α. Трение между плоскостью и сферой таково, что сфера не скользит по плоскости. При каком максимальном угле α сфера может находиться в равновесии?

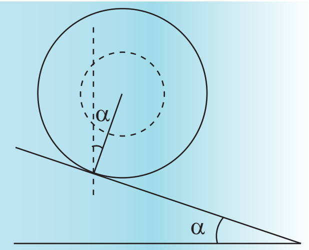


Решение. Для исследования устойчивости найдём положение центра тяжести сферы. Сначала докажем, что центр тяжести однородной полусферы находится на расстоянии $R/2$ от её центра (R – радиус полусферы). Для этого мысленно разрежем полусферу плоскостями, параллельными кругу, «стягивающему» полусферу, на тонкие «пояски» толщиной Δh. Рассмотрим «поясок», лежащий на расстоянии r от центра полусферы и имеющий радиус $\sqrt{R^2 - r^2}$. Очевидно, площадь поверхности этого пояска можно найти как $\Delta S = 2\pi\sqrt{R^2 - r^2}\Delta l = 2\pi\sqrt{R^2 - r^2}\dfrac{\Delta h}{\cos\alpha}$, где $\Delta l = \Delta h/\cos\alpha$, α – угол между поверхностью «пояска» и перпендикуляром к его плоскости. Как следует из рисунка, этот угол равен углу между радиусом сферы, проведённым к рассматриваемому «пояску», и радиусом самого «пояска». Поэтому $\Delta S = 2\pi R \cdot \Delta h$ и не зависит от расстояния до центра полусферы. Другими словами, площади всех «поясков» с одинаковыми высотами (а, следовательно, и их массы) одинаковы. Это значит, что масса полусферы распределена в направлении радиуса, проведённого перпендикулярно «стягивающему» полусферу кругу, равномерно и, следовательно, её центр тяжести лежит на расстоянии $R/2$ от центра.



Поэтому центр тяжести сферы, состоящей из двух однородных полусфер массами m и $2m$, можно найти как центр тяжести системы из двух материальных точек массой, равной массе полусферы каждая, лежащих на расстоянии $R/2$ от центра сферы. Находя центр тяжести системы этих материальных точек, заключаем, что центр тяжести сфе-





ры лежит на расстоянии

$$x = \frac{R(2m-m)}{6m} = \frac{R}{6}$$

от центра сферы (на рисунке выше он обозначен крестиком).

Ну а теперь рассмотрим сферу, состоящую из двух полусфер, на наклонной плоскости. При разных положениях границы между полусферами центр тяжести сферы будет занимать различные положения, лежащие на окружности радиуса x от центра сферы (на рисунке, см. с. 48, эта окружность показана пунктиром). Очевидно, что чтобы сфера могла находиться в равновесии на плоскости (при условии, что трение не позволит ей соскальзывать), необходимо, чтобы её центр тяжести находился над точкой касания полусферы и наклонной плоскости, поскольку в противном случае момент силы тяжести относительно точки касания не будет равен нулю. Поэтому сфера может находиться в равновесии на наклонной плоскости, если вертикаль, проведённая через точку касания, пересекает окружность, на которой лежит центр тяжести сферы, то есть если выполнено условие $x \geq R\sin\alpha$.

При этом, очевидно, нижняя точка пересечения вертикали и окружности, на которой лежит центр тяжести сферы, отвечает устойчивому равновесию, верхняя – неустойчивому. Для рассматриваемой полусферы вышенаписанное условие сводится к условию $\sin\alpha \leq \frac{1}{6}$, или $\alpha \leq \arcsin\left(\frac{1}{6}\right) = 11°$, что и даёт ограничение на предельный угол наклона плоскости к горизонту.

Сергей Евгеньевич Муравьёв – доцент кафедры теоретической физики НИЯУ МИФИ, к. ф.-м. н. Закончил МИФИ в 1982 г. Автор более 70 научных работ в области ядерной физики низких энергий, 10 учебников и задачников по физике для школьников. В течение многих лет возглавляет методическую комиссию и составляет задания по физике для олимпиады Росатом. Входит в состав команды преподавателей НИЯУ МИФИ, проводящих курсы повышения квалификации учителей математики и физики в регионах РФ. Проводил курсы повышения квалификации и краткосрочные семинары для учителей в городах: Москва, Рязань, Сергиев Посад, Липецк, Димитровград, Снежинск, Саров, Озёрск, Тамбов, Нововоронеж и др.

По следам одного астрономического наблюдения

Проанализировано дневное наблюдение Венеры, проведённое во время кругосветного путешествия русским мореплавателем В.М. Головниным в феврале 1819 г. В это же время на небе наблюдался видимый парад планет. Похожий парад планет состоится в марте 2022 г.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: Венера, дневное наблюдение Венеры, парад планет

Е.Б. ГУСЕВ
e.gusev@rsu.edu.ru,
РГУ имени С.А. Есенина,
г. Рязань

О пользе наблюдений светил небесных, а особливо тех перемен, кои редко бывают и великую пользу приносят, не нужно упоминать здесь пространно.

М.В. Ломоносов. Явление Венеры на Солнце,
наблюденное в Санктпетербургской
Императорской Академии наук
Майя 26 дня 1761 года*

Все космические явления уникальны. Если физический эксперимент может быть повторен, то явления на звёздном небе происходят только один раз. Можно увидеть только похожее или однотипное космическое событие. Иногда на небе происходят редкие явления, которые привлекают особое внимание, например, появление яркой кометы, полные затмения Солнца и Луны, прохождение Меркурия и Венеры по диску Солнца, метеорный дождь, полёт болида, пролёт очень яркого искусственного спутника Земли, например, Международной космической станции. Проанализируем описание одного такого интересного астрономического явления.

Во время кругосветного путешествия на шлюпе «Камчатка» в 1819 г. знаменитый русский мореплаватель В.М. Головнин и члены его команды в середине дня невооружённым глазом (!) наблюдали планету Венера. Капитан В.М. Головнин хорошо разбирался в мореходной астрономии и имел немалый интерес к астрономии вообще. В книге «Путешествие вокруг света, совершённое на военном шлюпе «Камчатка» в 1817, 1818 и 1819 годах флота капитана Головнина» (http://knigolubu.ru/russian_classic/golovnin_vm), основывающейся на путевых заметках, об упомянутом астрономическом явлении написано так:

*Ломоносов М.В. ПСС в 11 т. Т. 4. М.-Л.: АН СССР, 1955. С. 361.