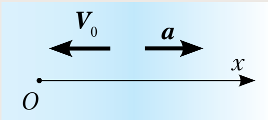
ФИЗИКА

ISSN 2077-0049
№ 6
НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ГАЗЕТА ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ ФИЗИКИ, АСТРОНОМИИ И ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ
16-31 марта 2011 *основана в 1992 г.* fiz.1september.ru

издательский дом
Первое сентября
1september.ru
ФИЗИКА индексы подписки Почта России - 79147 (инд.); - 79603 (орг.) Роспечать - 32032 (инд.); - 32596 (орг.)

А	Б

B4. Тело равноускоренно движется вдоль оси X. Ускорение тела $\boldsymbol{a}$, начальная скорость тела $\boldsymbol{v}_0$, время движения t. Направления начальной скорости и ускорения тела указаны на рисунке.



Установите соответствие между физическими величинами и формулами, по которым их можно рассчитать. К каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию второго и запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ	ФОРМУЛЫ
А) Проекция перемещения тела на ось X за время t. Б) Проекция скорости тела на ось X в некоторый момент времени t.	1) $v_{0x}t - a_x t^2/2$; 2) $v_{0x}t + a_x t^2/2$; 3) $-v_{0x} + a_x t$; 4) $v_{0x} + a_x t$.

А	Б

Критерии оценивания и ответы

ЧАСТЬ 1

За правильный ответ на каждое задание части 1 ставится 1 балл. Если указаны два и более ответов (в том числе правильный), неверный ответ или ответ отсутствует – 0 баллов.

Коды ответов

A1	2	***A9***	2	***A17***	1
A2	3	***A10***	3	***A18***	1
A3	4	***A11***	3	***A19***	1
A4	1	***A12***	2	***A20***	3
A5	2	***A13***	4	***A21***	1
A6	4	***A14***	1	***A22***	2
A7	1	***A15***	3	***A23***	3
A8	4	***A16***	4	***A24***	4
				A25	2

ЧАСТЬ 2

Задание с кратким ответом считается выполненным верно, если в заданиях ***B1***–***B4*** правильно указана последовательность цифр. За полный правильный ответ ставится 2 балла, 1 балл – допущена одна ошибка; за неверный ответ (более одной ошибки) или его отсутствие – 0 баллов.

Коды ответов: ***B1*** (121); ***B2*** (212); ***B3*** (31); ***B4*** (24).

Продолжение следует

Физико-математическая олимпиада
памяти профессора И.В. Савельева

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: решение задач, олимпиада, МИФИ

С.А. ГРИШИН,
С.Е. МУРАВЬЁВ
mura@theor.mephi.ru,
НИЯУ МИФИ, г. Москва

В начале декабря 2010 г. в Национальном исследовательском ядерном университете «МИФИ» (в Москве, Обнинске, Северске, Новоуральске, Ангарске, Димитровграде) проходила традиционная физико-математическая олимпиада памяти профессора И.В. Савельева для школьников 7–11 классов. Эта олимпиада является одним из туров традиционной физико-математической олимпиады школьников «Росатом». Подробнее об этой олимпиаде можно узнать в приёмной комиссии НИЯУ МИФИ по телефону 8-(495)-324-8417 и на сайте института www.mephi.ru.

Первый тур олимпиады «Росатом» посвящался памяти профессора Игоря Владимировича Савельева, который в течение многих лет был заведующим кафедрой общей физики МИФИ. Будучи крупным учёным и педагогом, И.В. Савельев разработал концепцию преподавания физики в технических вузах. Он является автором ряда классических учебников и задачников по физике, которые используются в качестве основного учебника в целом ряде российских технических университетов, переведены на многие иностранные языки, являются настольными книгами молодых инженеров и физиков во всём мире.

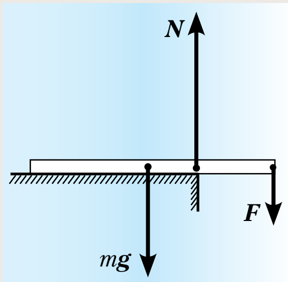
В 2010/2011 уч. г. более 4500 школьников приняли участие в олимпиаде по математике и более 3500 – в олимпиаде по физике, что значительно больше, чем в прошлом году. Нам кажется, что существенный рост числа участников (особенно в олимпиаде по математике в Москве), есть хороший знак изменения отношения общества к точным и естественным наукам, без которого невозможно развитие образования, науки, да и всей жизни страны.

Поскольку и математический, и физический туры олимпиады представляют собой единое целое, мы привели варианты задания олимпиады памяти И.В. Савельева 2010 г. и по математике, и по физике для учащихся 11-х классов*.

Вариант задания олимпиады по физике

1. Стержень массой m = 1 кг лежит на столе, выступая за его край на $1/3$ своей длины (*см. рисунок*). Какую минимальную силу нужно приложить к выступающему концу, чтобы опрокинуть стержень? Считать $g = 10$ м/с^2.

Решение. Очевидно, в момент опрокидывания стержня сила реакции опоры сосредоточена вблизи края стола. Поэтому из условия равенства нулю суммы моментов внешней силы $\boldsymbol{F}$ и силы тяжести $m\boldsymbol{g}$ относительно края стола имеем $\frac{1}{3}Fl = \frac{1}{6}mgl$



(здесь учтено, что точкой приложения силы тяжести является центр стержня, поэтому плечо силы тяжести относительно края стола равно $l/6$).

Отсюда находим $F = \frac{mg}{2} = 5$ Н.

2. В вертикальном цилиндрическом сосуде под поршнем находится одноатомный идеальный газ при температуре T. Массу поршня уменьшают в два раза, одновременно увеличивая температуру газа на величину ΔT. Во сколько раз увеличится объём газа? Атмосферным давлением пренебречь.

Решение. Из условия равновесия поршня заключаем, что давление газа в начальном состоянии вдвое больше давления газа в конечном. Поэтому из закона Клапейрона–Менделеева для начального и конечного состояний газа имеем:

$$\begin{cases} 2pV_1 = \nu RT, \\ pV_2 = \nu R(T + \Delta T), \end{cases}$$

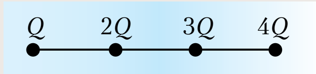
где V_1 и V_2 – объём газа в начальном и конечном состояниях. Деля уравнения друг на друга, находим

$$\frac{V_2}{V_1} = 2\frac{T + \Delta T}{T}.$$

* Подробные решения задач по математике приведены на диске к № 8/2011, а более полный комплект математических задач с решениями появится в газете «Математика» в 2011 г. – *Ред.*

3. Четыре точечных заряда Q, $2Q$, $3Q$ и $4Q$ связаны тремя нитями длиной l так, как показано на рисунке. Найдите модуль силы натяжения средней нити.

*Решение**. Сила натяжения средней нити T компенсирует суммарную кулоновскую силу отталкивания, действующую на два правых (или два левых) заряда со стороны двух левых (или правых) зарядов. Используя принцип суперпозиции и закон Кулона, получим

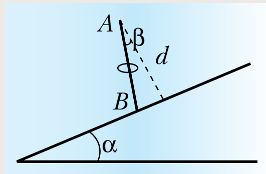


$$T = F_{Q,3Q} + F_{Q,4Q} + F_{2Q,3Q} + F_{2Q,4Q} =$$

$$= \frac{3kQ^2}{4l^2} + \frac{4kQ^2}{9l^2} + \frac{6kQ^2}{l^2} + \frac{8kQ^2}{4l^2},$$

где $k = 4(\pi\varepsilon_0)^{-1}$ – постоянная в законе Кулона (остальные обозначения очевидны). Приводя подобные члены, находим $T = \frac{331}{36}\cdot\frac{kQ^2}{l^2}$.

4. Точка A, расположенная над наклонной плоскостью на расстоянии d от неё, соединена тонкой спицей с точкой B на плоскости. По спице без трения соскальзывает маленькое колечко. При какой длине спицы время движения колечка от точки A до плоскости будет минимально? Известно, что угол наклона плоскости к горизонту равен $\alpha = \arccos\frac{2}{3}$.



Решение. Если бы спица была расположена вертикально, колечко имело бы максимальное ускорение $a = g$, однако путь, пройденный колечком до плоскости, был бы больше, чем путь, пройденный колечком по спице, наклонённой вправо. Поэтому при каком-то расположении спицы (*см. рисунок*) время движения колечка до плоскости будет минимально. Найдём это положение.

Пусть угол наклона спицы к перпендикуляру, опущенному на плоскость равен β (*см. рисунок*). Тогда, очевидно, угол наклона спицы к горизонту равен $90° - (\alpha - \beta)$. Следовательно, ускорение колечка $a = g\sin(90° - (\alpha - \beta)) = g\cos(\alpha - \beta)$, а пройденный им путь (который равен длине спицы) $l = \frac{d}{\cos\beta}$.

Из закона равноускоренного движения находим время движения колечка до плоскости:

$$t = \sqrt{\frac{2l}{a}} = \sqrt{\frac{2d}{g\cos\beta\cos(\alpha-\beta)}} = \sqrt{\frac{4d}{g\left[\cos\alpha + \cos(\alpha - 2\beta)\right]}}.$$

Из последней формулы заключаем, что время движения как функция угла β минимально, если

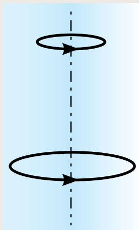
*Достаточно рассмотреть условие равновесия двух зарядов Q и $2Q$ (или $3Q$ и $4Q$), то есть применить к каждому из зарядов второй закон Ньютона. – *Ред.*

максимален $\cos(\alpha - 2\beta)$, то есть при $\beta = \dfrac{\alpha}{2}$.

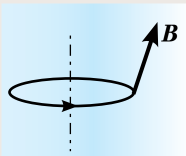
Отсюда получаем длину спицы: $l = \dfrac{d}{\cos(\alpha/2)}$.

Используя далее известную тригонометрическую формулу $\cos(\alpha/2) = \sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{2}}$, находим $l = \sqrt{\dfrac{6}{5}}d$.

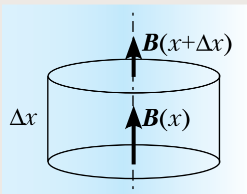
5. Имеются два кольца радиусами $2R$ и R, плоскости которых параллельны друг другу. Кольца расположены на очень большом расстоянии x друг от друга так, что их центры лежат на одной прямой, перпендикулярной плоскости колец. В кольцах текут одинаковые токи I. Найдите модуль силы взаимодействия колец.



Решение. Найдём индукцию магнитного поля, созданного кольцом радиусом $2R$ в области второго кольца, а затем, по закону Ампера, найдём силу взаимодействия колец. Индукция магнитного поля кольца на его оси направлена вдоль оси, а в точках, расположенных на некотором расстоянии от оси (то есть в области второго кольца) под некоторым углом к оси (*см. рисунок*). Используя далее закон взаимодействия магнитного поля и тока (закон Ампера), заключаем, что суммарная сила Ампера, действующая на кольцо радиуса R со стороны магнитного поля второго кольца, направлена вдоль оси колец и определяется составляющей вектора $\boldsymbol{B}$, направленной перпендикулярно оси, $F = 2\pi RIB_\perp$, где $B_\perp$ – составляющая вектора магнитной индукции, перпендикулярная оси кольца.



Найдём $B_\perp$. Используем выражение* для индукции магнитного поля кольца на его оси на расстоянии x от его плоскости $B = \dfrac{\mu_0}{2}\cdot\dfrac{I(2R)^2}{((2R)^2+x^2)^{3/2}}$, где I – ток в кольце, $2R$ – его радиус. Рассмотрим вспомогательную цилиндрическую поверхность, соосную оси кольца, с радиусом, равным радиусу второго кольца R, и малой высотой Δx (*см. рисунок*). Так как величина индукции на оси кольца уменьшается с ростом расстояния от кольца, то поток вектора магнитной индукции через верхнее основание цилиндрической поверхности меньше потока чем через нижнее. А поскольку поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю (отсутствуют магнитные заряды), то разница потоков $\Delta\Phi = \pi R^2\left(B(x) - B(x+\Delta x)\right)$ через основания цилиндра площадью πR^2 каждое равна потоку вектора магнитной индукции через боковую поверхность цилиндра $\Delta\Phi = B_\perp 2\pi R\Delta x$, где $2\pi R\Delta x$ – площадь его боковой поверхности.



Объединяем формулы: $B_\perp = -\dfrac{R}{2}\dfrac{\left(B(x+\Delta x) - B(x)\right)}{\Delta x}$.

Так как Δx мало, то последнее выражение сводится к производной величины индукции на оси кольца по x: Дифференцируя функцию $B = \dfrac{\mu_0}{2}\cdot\dfrac{I(2R)^2}{((2R)^2+x^2)^{3/2}}$, находим в пределе $x \gg R$:

$$F = 6\pi\mu_0\frac{I^2R^4}{x^4}.$$

* Материал существенно выходит за рамки общеобразовательной, и даже 5-часовой программы по физике. Законы Био–Савара–Лапласа и Ампера и их применение к решению задач (в частности указанную ниже формулу) можно найти в учебнике Г.Я. Мякишева «Электродинамика. 10–11 классы» (§ 4.6, 4.11). – *Ред.*

Примеры задач по математике

1. Решите уравнение $\sin(1005\pi x) = \cos(2010\,\pi x)$. Сколько решений принадлежит отрезку [0,2]?

Ответ. а) $x_1 = \dfrac{4k+1}{6030}$, $k \in Z$, $x_2 = \dfrac{4m-1}{2010}$, $m \in Z$;

б) 3015 решений.

2. Для любого целого n решите уравнение: $|2x+n| + (-1)^n|3x+11-4n| = 0$. При каких уравнение имеет два целых решения?

а) $n = 2m$, $m \in Z$, $m \neq 1$, $x \in \varnothing$; $n = 2$, $x = -1$;

$n = 2m+1$, $m \in Z$, $x_1 = 10m - 6$, $x_2 = \dfrac{6m-8}{5}$.

б) $n = 10t + 7$, $t \in Z$, $x_1 = 6t + 2$, $x_2 = 50t + 24$.

3. Представьте, что вы находитесь на скачках кузнечиков, проводимых по следующим правилам: два кузнечика начинают прыгать по прямой из точки A в точку B и обратно. Вернувшись в A, они повторяют маршрут и так далее. Скорость первого кузнечика 12 с$^{-1}$, второго 5 с$^{-1}$, расстояние между A и B равно 60 единиц. Бега продолжаются 60 с. Какое время кузнечики могут видеть друг друга? Считать, что кузнечик прыгает головой вперёд и видит то, что находится перед ним.

Ответ. $T = \dfrac{240}{17}$ с.

4. При каких значениях параметра b прямая с уравнением $y = (b^2 + 2b - 2)x + bd$ пересекает прямоугольник: $0 \le x \le 3$, $0 \le y \le 2$ на плоскости? Найти длину отрезка прямой, лежащего внутри прямоугольника при $b = 1$.

Ответ. а) $b \in (-\infty; -3] \cup [0; 2]$; б) $l = \sqrt{2}$.