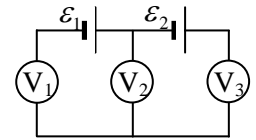


Решения

Задач заключительного тура олимпиады «Росатом» 2016-2017 учебного года Физика, 11 класс, комплект 3

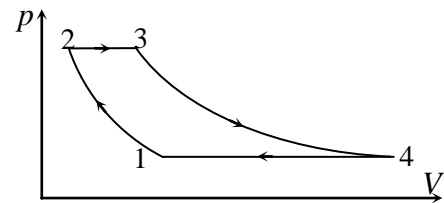
1. Автомобиль, движущийся по прямому шоссе, издает продолжительный звуковой сигнал. Датчики, расположенные по и против хода движения автомобиля, зарегистрировали длительности сигнала Δt и $1,05\Delta t$. Какую длительность сигнала зарегистрировал, расположенный по, а какую против направления движения автомобиля? Найти скорость автомобиля, если скорость звука в воздухе равна c .

2. Электрическая цепь, схема которой приведена на рисунке, собрана из двух разных источников и трех одинаковых вольтметров. ЭДС правого источника известна и равна $\varepsilon_2 = 10$ В, правый вольтметр показывает напряжение $U_3 = 12$ В. Найти показания двух остальных вольтметров и ЭДС левого источника. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

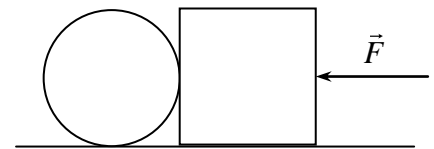


3. Легкую пружину подвесили за один конец к потолку. Если к свободному концу пружины прикрепить груз массой m , то ее длина будет равна l_1 . Если от пружины отрезать одну четверть, а к ее оставшейся части прикрепить груз массой $2m$, ее длина будет равна l_2 . Найти коэффициент жесткости первоначальной пружины.

4. С идеальным газом проводят циклический процесс 1-2-3-4-1, состоящий из двух изотерм (1-2 и 3-4) и двух изобар (2-3 и 4-1; см. рисунок). Известно, что отношение температур на изотермах 1-2 и 3-4 равно $T_{3,4}/T_{1,2}=2$, а на участке изотермического расширения газ получал в 3 раза больше тепла, чем на участке изобарического нагревания 2-3. Найти КПД цикла.



5. На шероховатой горизонтальной поверхности находятся цилиндр массой m и куб массой $2m$. Диаметр основания цилиндра равен стороне куба. Какой минимальной горизонтальной силой, проходящей через центры тел, нужно действовать на куб, чтобы при движении тел цилиндр не вращался? Коэффициенты трения между кубом и поверхностью, цилиндром и поверхностью, а также между цилиндром и кубом одинаковы и равны μ .



Решения

1. За время, прошедшее между началом и концом звукового сигнала, автомобиль приблизился к датчику, расположенному по направлению его движения и удалился от противоположного. Поэтому «конец звукового сигнала» придет к датчику, расположенному по направлению движения автомобиля быстрее, чем он был издан автомобилем, и позже ко второму датчику. Поэтому датчик, расположенный по движению автомобиля регистрирует более, короткий сигнал, второй датчик – более длинный. Найдем длительность этих сигналов.

Пусть длительность звукового сигнала в системе отсчета, связанной с автомобилем, равна $\Delta\tau$, скорость автомобиля - v , скорость звука - c . Пусть, кроме того, автомобиль начал издавать звуковой сигнал, когда он находился на расстоянии x от датчика, расположенного по направлению движения автомобиля, и y , от датчика, расположенного противоположно направлению его движения. Тогда начало звукового сигнала будет зарегистрировано датчиками через интервалы времени

$$t_{no} = \frac{x}{c}, \quad t_{против} = \frac{y}{c}$$

после его излучения автомобилем. «Конец звукового сигнала» будет излучен, когда автомобиль будет находиться на расстоянии $x + v\Delta\tau$ и $y - v\Delta\tau$ от датчиков. Поэтому он придет к датчикам через интервалы времени

$$t'_{no} = \frac{x - v\Delta\tau}{c}, \quad t'_{против} = \frac{y + v\Delta\tau}{c}$$

после излучения. Поэтому датчик, расположенный по направлению движения автомобиля, зарегистрирует следующую длительность сигнала

$$\Delta\tau_{no} = \Delta\tau + t'_{no} - t_{no} = \Delta\tau + \frac{x - v\Delta\tau}{c} - \frac{x}{c} = \Delta\tau - \frac{v\Delta\tau}{c} = \Delta\tau \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

А датчик, расположенный против направления движения, следующую

$$\Delta\tau_{против} = \Delta\tau + t'_{против} - t_{против} = \Delta\tau + \frac{y + v\Delta\tau}{c} - \frac{y}{c} = \Delta\tau + \frac{v\Delta\tau}{c} = \Delta\tau \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

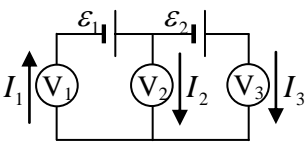
Отсюда заключаем, что бóльшую длительность $1,05\Delta t$ зарегистрирует датчик, расположенный против направления движения $1,05\Delta t = \Delta\tau_{против}$, а меньшую длительность Δt - датчик, расположенный по направлению движения $\Delta t = \Delta\tau_{no}$. Также из этих формул следует, что

$$0,05\Delta t = \Delta\tau_{против} - \Delta\tau_{no} = \frac{2v}{c}\Delta\tau \text{ и } 2,05\Delta t = \Delta\tau_{против} + \Delta\tau_{no} = 2\Delta\tau$$

Поэтому

$$v = \frac{(\Delta\tau_{против} - \Delta\tau_{no})c}{\Delta\tau_{против} + \Delta\tau_{no}} = \frac{0,05}{2,05}c = 0,024c = 7,2 \text{ м/с}$$

2. Поскольку напряжение, которое показывает правый вольтметр больше ЭДС правого источника, а ток через правый источник и вольтметр течет в одну сторону, то токи через вольтметры текут так, как показано на рисунке. Кроме того, поскольку сумма напряжений в любом замкнутом контуре равна нулю, имеем из правого замкнутого контура $U_2 = U_3 - \varepsilon_2 = 2 \text{ В}$.



Далее, поскольку $I_1 = I_2 + I_3$, а вольтметры одинаковы, то $U_1 = U_2 + U_3 = 2U_3 - \varepsilon_2 = 14 \text{ В}$. Используя далее условие равенства нулю суммы напряжений на всех элементах правого контура, получим $\varepsilon_1 = U_1 + U_2 = 3U_3 - 2\varepsilon_2 = 16 \text{ В}$. Итак, $U_2 = U_3 - \varepsilon_2 = 2 \text{ В}$, $U_1 = 2U_3 - \varepsilon_2 = 14 \text{ В}$,

$$\varepsilon_1 = 3U_3 - 2\varepsilon_2 = 16 \text{ В}.$$

3. Пусть длина первоначальной пружины в недеформированном состоянии равна l_0 , а ее коэффициент жесткости - k . Тогда условие равновесия для груза массой m дает

$$mg = k(l_1 - l_0)$$

Поскольку коэффициент жесткости обратно пропорционален длине пружины, то коэффициент жесткости k_1 пружины с отрезанной одной четвертью равен

$$k_1 = \frac{4k}{3}$$

Поэтому условие равновесия груза массой $2m$ дает

$$2mg = \frac{4}{3}k \left(l_2 - \frac{3}{4}l_0 \right)$$

Раскрывая скобки и вычитая первое условие равновесия из второго, получим

$$k = \frac{3mg}{4l_2 - 3l_1}, \quad 4l_2 > 3l_1$$

4. Пусть на участке изобарического нагревания 2-3 газ получил количество теплоты Q . Тогда на участке изотермического расширения 3-4 газ получил количество теплоты $3Q$. И, следовательно, количество теплоты, полученное от нагревателя, в течение цикла, равно

$$Q_n = 4Q$$

Найдем работу газа за цикл. Очевидно, работа газа на участке 2-3 и работа газа на участке 4-1 равны по модулю. Действительно, работа газа в изобарическом процессе при давлении p с изменением объема ΔV равна

$$A = p\Delta V = \nu R\Delta T$$

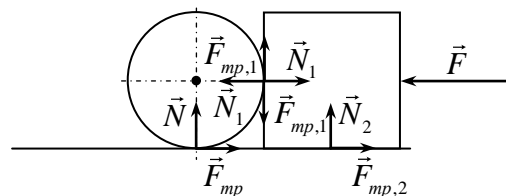
т.е. определяется только разностью начальной и конечной температур, которая в процессах 2-3 и 4-1 отличается только знаком. Поэтому работа газа за цикл равна $A_{цикла} = A_{3-4} + A_{1-2}$. Работу газа в этих процессах найдем как площадь под графиком зависимости давления от объема. Очевидно, эти площади отличаются в 2 раза. Действительно, из закона Клапейрона-Менделеева следует, что объем газа в состоянии 3 в два раза больше объема в состоянии 2: $V_3 = 2V_2$, а объем в состоянии 4 в два раза больше объема в состоянии 1: $V_4 = 2V_1$. Следовательно, изменение объема газа в процессе 3-4 в два раза больше изменения объема газа в процессе 1-2: $\Delta V_{3-4} = 2 \Delta V_{1-2}$. Поэтому если разбить изменение объема ΔV_{1-2} на малые элементы ΔV_i , то изменение объема ΔV_{3-4} можно разбить на такое же количество элементов, каждый из которых вдвое больше соответствующего элемента ΔV_i - $2\Delta V_i$, а давление газа в пределах соответствующих элементов одинаковое. В результате для работы газа имеем

$$A_{3-4} = -2 A_{1-2}$$

А поскольку процесс 3-4 изотермический, работа газа равна количеству теплоты, полученному в этом процессе: $A_{3-4} = 3Q$. Отсюда получаем $A_{цикла} = 3Q - 3Q/2 = 3Q/2$. Поэтому КПД цикла есть

$$\eta = \frac{A_{цикла}}{Q_n} = \frac{3Q/2}{4Q} = \frac{3}{8} = 0,375$$

5. Очевидно, при больших значениях внешней силы цилиндр будет скользить по поверхности. Найдем минимальной значение внешней силы, при котором цилиндр еще не вращается. Поскольку рассматриваемая ситуация – пограничная, все силы трения равны своим максимальным значениям - μN (где N - сила реакции на соответствующей поверхности).



Силы, действующие на тела, показаны на рисунке. На цилиндр действуют – сила тяжести, сила реакции поверхности, сила трения на поверхности, сила реакции со стороны куба, сила трения со стороны куба (силы реакции и трения, действующие на цилиндр, показаны на левом рисунке, на куб – на правом). Второй закон Ньютона для цилиндра в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси, а также для куба в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси дает

$$ma = N_1 - \mu N$$

$$N = mg + \mu N_1$$

$$nma = F - N_1 - \mu N_2$$

$$N_2 = nmg - \mu N_1$$

(где $n=2$). С другой стороны, поскольку цилиндр не вращается, сумма моментов все сил, действующих на него, равна нулю; поэтому $F_{mp,1} = F_{mp} \Rightarrow N_1 = N$. В результате из первых двух уравнений находим

$$a = g, \quad N = N_1 = \frac{mg}{1 - \mu}$$

Поэтому из третьего и четвертого уравнений системы, получаем

$$F = nmg + N_1 + \mu N_2 = nma + N_1 + \mu(nmg - \mu N_1) = nmg(1 + \mu) + N_1(1 - \mu^2) = (n+1)mg(1 + \mu)$$

В первом варианте $n=2$, поэтому минимальная сила, при которой цилиндр не проскальзывает по поверхности, есть

$$F = 3mg(1 + \mu)$$