Заключительный тур
Отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом».
Физика. 10 класс

1. Источник напряжения с нулевым внутренним сопротивлением присоединяют к двум соседним вершинам проволочной рамки в форме правильного n-угольника. Затем тот же источник присоединяют к вершинам рамки, расположенным через одну. При этом ток через источник уменьшается в $k=1,5$ раза. Найти число сторон n-угольника.

Решение. Пусть число сторон многоугольника равно n. Когда источник подключен к двум соседним вершинам многоугольника, его сопротивление равно

$$R_{1-2}=\frac{(n-1)r}{n}$$

где r - сопротивление одной стороны. Если источник подключен к вершинам через одну

$$R_{1-3}=\frac{2(n-2)r}{n}$$

Поэтому закон Ома для замкнутой цепи в двух случаях дает

$$I_{1-2}=\frac{\varepsilon}{R_{1-2}};\qquad I_{1-3}=\frac{\varepsilon}{R_{1-3}}$$

Отсюда

$$\frac{I_{1-2}}{I_{1-3}}=k=\frac{R_{1-3}}{R_{1-2}}=\frac{2(n-2)}{n-1}$$

или

$$n=\frac{k-4}{k-2}=5$$

2. В некоторый момент времени фигуристы начинают исполнение следующего элемента: фигуристка вращается с постоянной скоростью вокруг своей оси, фигурист также с постоянной скоростью совершает обороты вокруг партнерши. Известно, что фигурист сделал два полных оборота вокруг партнерши за время $t=10$ секунд, за это время фигуристка $n=9$ раз повернулась лицом к своему партнеру, причем первый раз (из этих 9) фигуристка была повернута к нему лицом в самом начале элемента, последний – в самом конце. Сколько времени тратит фигуристка на один оборот вокруг своей оси?

Решение. Очевидно, фигуристка вращается быстрее своего партнера. Так как за время t фигурист повернулся на угол $720°$, то между двумя моментами, когда фигуристка повернута к нему лицом, проходит время

$$\Delta t=\frac{t}{n-1},$$

и он успевает повернуться на угол

$$\Delta\alpha=\frac{720°}{n-1}$$

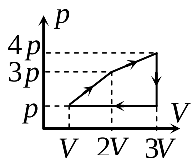
где $n=9$. Фигуристка за это же время успела повернуться на этот же угол и сделать еще один полный оборот. Поэтому, если фигуристка совершает один оборот (т.е. поворачивается на угол $360°$) за время t_1, то

$$\frac{t_1}{\Delta t}=\frac{360°}{360°+\Delta\alpha}$$

Отсюда находим

$$t_1=\frac{t}{n+1}=1\text{ с}$$

3. С одним молем одноатомного идеального газа происходит циклический процесс, график которого в координатах «давление-объем» приведен на рисунке. Найти КПД процесса. Все необходимые величины даны на рисунке.



Решение. Работа газа за цикл равна площади цикла

$$A = \frac{7pV}{2}$$

Газ получает тепло от нагревателя в процессе расширения от V до $2V$ и от $2V$ до $3V$. Применяя ко всему этому процессу первый закон термодинамики, получаем

$$Q = A + \Delta U = \frac{11pV}{2} + \frac{33pV}{2} = \frac{44pV}{2}$$

Отсюда

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{7}{44} = 15{,}9\%$$

4. На горизонтальной доске лежит мел. Коэффициент трения между доской и мелом $k = 0{,}3$. Доске резко сообщают горизонтальную скорость $v_0 = 5$ м/с, а через время $\tau = 1$ с резко останавливают. Найти длину следа мела на доске. Считать, что при скольжении по доске мел оставляет след; если мел движется по уже оставленному следу, длина следа не увеличивается.

Решение. Когда доске резко сообщают скорость, мел начинает скользить по доске и движется с постоянным ускорением $a = kg$ (причем движение мела относительно доски происходит в направлении, противоположном направлению движения доски). Если за то время, время пока доска движется, мел успевает приобрести скорость доски, то он проходит по доске путь $S = \frac{v_0^2}{2kg}$, а дальше движется вместе с доской. Поэтому след на доске имеет длину S. Если теперь доску мгновенно остановить, мел будет двигаться относительно доски в противоположную сторону, и пройдет точно такой же путь до остановки (т.к. его начальная скорость и ускорение такие же). Поэтому мел остановится в той же точке, где он находился до сообщения доске скорости, и, следовательно, длина следа и равна

$$S = \frac{v_0^2}{2kg} \qquad (*)$$

Если время τ мало ($\tau < v / kg$), то мел не успевает приобрести скорость доски до ее остановки, а проходит по ней расстояние

$$S_1 = v_0\tau - \frac{kg\tau^2}{2} \qquad (**)$$

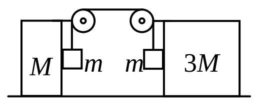
которое меньше, чем расстояние (*). Если теперь доску остановить, то мел относительно доски будет иметь скорость $kg\tau$ и пройдет в обратную сторону до остановки следующий путь

$$S_2 = \frac{kg\tau^2}{2} \qquad (***)$$

Поскольку $kg\tau < v_0$, то «обратный» путь мела по доске S_2 меньше «прямого», поэтому длина следа на доске равна S_1 (**).

Итак, длина следа мела на доске определяется формулой (*), если $\tau > v_0 / kg$, и формулой (**), если $\tau < v_0 / kg$. В разбираемом варианте: $\tau = 1$ с, $k = 0{,}3$, $v_0 = 5$ м/с. Поэтому $\tau < v_0 / kg$. Длина следа $S_1 = v_0\tau - \frac{kg\tau^2}{2} = 3{,}5$ м

5. На гладком горизонтальном столе находятся два тела с массами M и $3M$. Одинаковые грузы с массой m ($m = M/4$) связаны невесомой нитью, переброшенной через блоки. Тела отпускают. Найти ускорение тела M.



Решение. В горизонтальном направлении на тела M и $3M$ действуют силы натяжения, которые их сближают. Пусть сила натяжения нити равна T. Тогда ускорения тел M и $3M$ (вместе с телами m, которые в горизонтальном направлении имеют такие же ускорения) будут равны

$$a_M = \frac{T}{M+m} = \frac{T}{5m} = a; \qquad a_{3M} = \frac{T}{3M+m} = \frac{T}{13m} = \frac{5a}{13};$$

В вертикальном направлении тела m имеют ускорения

$$a_m = \frac{mg - T}{m} = g - \frac{T}{m} = g - 5a$$

Найдем связи между ускорениями. Пусть скорость тела M в какой-то момент времени равна v. Тогда за малое время Δt это тело переместилось на $\Delta x = v\Delta t$. Но ускорение второго тела $5a/13$. Поэтому его скорость в этот момент $5v/13$, и, следовательно, оно переместится на расстояние $5\Delta x/13$. Поскольку в сумме тела переместились на $18\Delta x/13$, каждое из тел m опустилось на $9\Delta x/13$. Это значит, что скорости тел m в этот момент равны $9v/13$, а ускорения $a_m = 9a/13$. Таким образом

$$\frac{9}{13}a = g - 5a$$

Или

$$a = \frac{13}{74}g$$