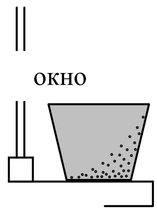
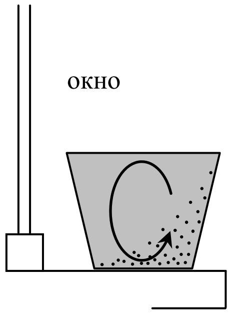
Задания первого очного отборочного тура
Инженерной олимпиады школьников,
11 класс
30 октября 2016 г.

1. (2 балла) В стакане с водой комнатной температуры находится взвесь маленьких песчинок, которые тонут очень медленно благодаря силе сопротивления воды. Песчинки тщательно размешали, а стакан поставили на подоконник около окна. Через некоторое время песчинки в стакане расположились так, как показано на рисунке. Какая за окном погода?



Решение. Переместить взвесь песчинок из одного места стакана в другое можно только с помощью движения воды. Наиболее заметное движение воды – это конвекция – опускание тяжелых холодных масс воды, и поднятие горячих. Это значит, что температура на улице отличается от температуры в комнате, чтобы улица могла «греть» или «охлаждать» воду в стакане, вызывая конвекцию. Очевидно, что заданное в условии задачи расположение песчинок возникнет если организовать конвективные потоки в направлении стрелки на рисунке. А для этого нужно, чтобы слои воды, близкие к окну, охлаждались. Тогда нижние слои должны двигаться в направлении комнаты, а те более теплые слои, которые были там должны подниматься вверх. В результате песчинки, опускаясь вниз, будут смещаться током воды в направлении комнаты. Поэтому на улице холодно.



2. (1 балл) Определить расход воды в батарее водяного отопления, если вода входит в батарею с температурой $t_1 = 80°$ С, выходит – с температурой $t_2 = 70°$ С, и батарея обеспечивает мощность $P = 4,5$ кВт. Удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг$\cdot$град).

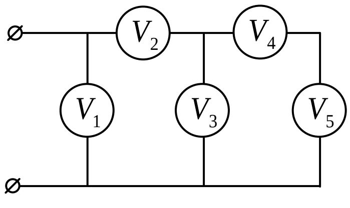
Решение. Пусть в единицу времени через батарею проходит масса воды μ. Такое количество воды входит в батарею с температурой t_1, выходит с температурой t_2. Следовательно, в единицу времени батарея теряет $c\mu(t_1 - t_2)$, где c - удельная теплоемкость воды. Потеря батареей тепла в единицу времени и есть мощность батареи. Поэтому

$$P = c\mu(t_1 - t_2)$$

И, следовательно,

$$\mu = \frac{P}{c(t_1 - t_2)} = 0,107 \text{ кг/сек}$$

3. (2 балла) Имеется электрическая цепь, содержащая пять стрелочных вольтметров. Все вольтметры одинаковы, но у одного из них сбита шкала и погнута стрелка, и потому он дает неправильные показания. При подключении к цепи электрического напряжения вольтметры дают следующие показания: $V_1 = 5$ В, $V_2 = 4$ В, $V_3 = 2$ В, $V_4 = V_5 = 1$ В. Определите по этим данным, какой вольтметр неисправен, и каково истинное напряжение на нем.

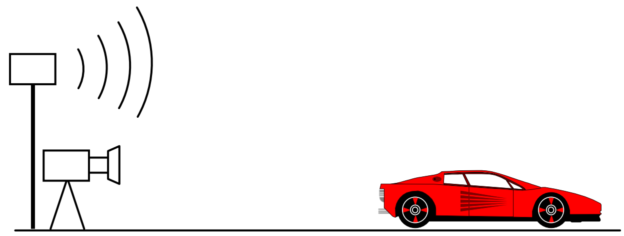


Решение. Ток через вольтметры 4 и 5 одинаков, а так как вольтметры одинаковы, у них одинаковое сопротивление, и, следовательно, на них одинаковое напряжение. А так как их показания одинаковы, они исправны.

Напряжение на вольтметре 3 равно сумме напряжений на вольтметрах 4 и 5. А так как показания вольтметра 3 действительно равны сумме показаний вольтметров 4 и 5, вольтметр 3 исправен.

Напряжение на вольтметре 1 равно сумме напряжений на вольтметрах 2 и 3. Но для показаний вольтметров это условие не выполнено, поэтому неисправен либо вольтметр 1, либо вольтметр 2. Докажем, что неисправным является вольтметр 2. Действительно, ток через него равен сумме токов через вольтметр 3 и вольтметры 4,5. При этом ток через вольтметры 4 и 5 вдвое меньше тока через вольтметр 3. Поэтому ток через вольтметр 2 в 3/2 раза больше тока через вольтметр 3, и, следовательно, его показания должны быть – 3 В (а не 4 В). Тогда условие $V_1 = V_2 + V_3$ будет выполнено, и, следовательно, вольтметр1 – исправен. Итак, неисправным является вольтметр 2, напряжение на нем $V_2 = 3$ В.

4 (3 балла) На обочине шоссе работниками дорожно-патрульной службой установлены радар и фотофиксирующая камера. Радар посылает радиосигнал с частотой $\nu_0 = 24\cdot 10^9$ Гц, а регистрирует сигнал, частота которого отличается от частоты излученного сигнала на величину $\Delta\nu = 3\cdot 10^3$ Гц. Должен ли радар дать команду камере сфотографировать машину, чтобы оштрафовать водителя как нарушителя правил дорожного движения, если максимальная разрешенная скорость на рассматриваемом участке дороги – 60 км/час, а штрафуются нарушители, начиная со скорости 81 км/час? Машина едет от радара, скорость света $c = 3\cdot 10^8$ м/с. Больше или меньше частота принятого сигнала частоты посланного?



Решение. Измерение скорости машины происходит благодаря эффекту Доплера - изменению частоты отраженного сигнала при движении отражателя. Найдем, как меняется его частота.

Пусть радар излучает сигнал в течение времени Δt. Тогда этот сигнал содержит $\nu\Delta t$ колебаний электромагнитного поля. Найдем в течение какого времени придет к приемнику отраженный сигнал, который будет содержать такое же количество колебаний. Если начало сигнала пришло к отражателю в момент времени t, то его «конец» находится в этот момент на расстоянии $c\Delta t$ от отражателя, и, следовательно, дойдет до отражателя через время

$$\Delta t' = \frac{c\Delta t}{c+v}$$

после этого. А поскольку «конец» сигнала отразится от отражателя на расстоянии

$$\Delta l' = \frac{vc\Delta t}{c+v}$$

ближе к приемнику, чем его начало, то «конец» сигнала придет к приемнику через время

$$\Delta t'' = \frac{c\Delta t}{c+v} - \frac{v\Delta t}{c+v} = \frac{c-v}{c+v}\Delta t$$

после его начала. А поскольку этот сигнал содержит такое же число колебаний поля, что и начальный сигнал, то частота принятого сигнала будет равна

$$\nu' = \frac{c+v}{c-v}\nu \qquad (*)$$

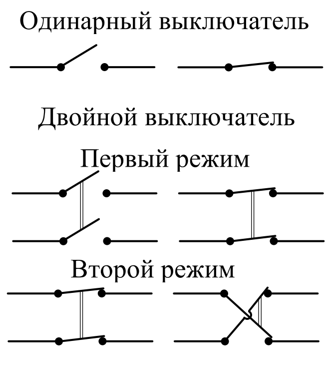
Таким образом, частота сигнала при движении отражателя навстречу излучателю растет. Скорость отражателя находим из формулы (*)

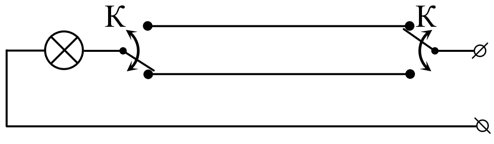
$$v = \frac{\nu' - \nu}{\nu' + \nu}c$$

Поскольку скорость машины много меньше скорости света, то изменение частоты сигнала много меньше самой частоты. Поэтому

$$v = \frac{\Delta\nu}{2\nu}c = 83{,}3 \text{ км/час},$$

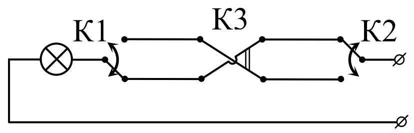
Следовательно, машину нужно фотографировать, для того чтобы оштрафовать водителя.



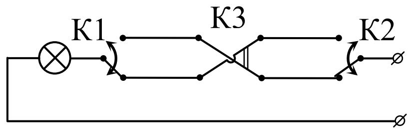


5. (2 балла) Известна цепь, в которой лампу можно включать и выключать любым из выключателей К1 и К2, причем независимо от положения второго (см. рисунок слева). На основе приведенной цепи построить цепь, в которой включение-выключение лампочки можно осуществлять любым из пяти выключателей независимо от положения четырех остальных. Цепь должна состоять только из проводов и выключателей – одинарных или двойных (см. рисунок справа): одинарный выключатель соединяет или разрывает один провод, двойной выключатель может работать в двух режимах: (1) одновременно соединять или разрывать два провода двухпроводной линии, (2) одновременно переключать соединение двух проводов двухпроводной линии.

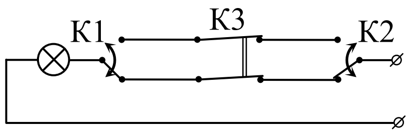
Решение. В данной в условии цепи выключатели выполняют функцию переключения тока с верхней линии цепи на нижнюю и наоборот. Поэтому если в системе с большим количеством выключателей каждый будет делать то же самое – переключать ток с верхней линии на нижнюю и наоборот, то каждый (независимо от положения других) будет включать и выключать лампочку. Это значит, что для организации требуемой цепи необходимо использовать нужное количество двойных выключатель во втором режиме. Например, легко видеть, что для цепи, показанной на рисунке,



лампочка горит. Если переключить любой выключатель (например К2; см. рисунок), лампочка погаснет.



Если в этом положении переключить любой выключатель, лампочка снова загорится (например, К3; см. рисунок).



И т.д. В первом варианте нужно вставить три таких двойных выключателя, во втором – четыре.

6. (2 балла) Оценить время столкновения упругого шара с закрепленной стенкой. Шар имеет массу $m=1$ кг и движется со скоростью $v=10$ м/с перпендикулярно стенке. Радиус шара $R=3$ см. Модуль Юнга материала шара $E=2\cdot 10^{11}$ Па. **Указание**. Модуль Юнга определяется так. При сжатии или растяжении цилиндрического стержня длиной l и площадью поперечного сечения S силой F его удлинение Δl определяется соотношением $\Delta l = Fl/ES$, где величина E, которая зависит только от материала стержня, но не зависит от его размеров и приложенной силы, и есть модуль Юнга.

Решение. Когда шар налетает на стенку, его кинетическая энергия переходит в энергию деформации, а потом энергия деформации снова переходит в кинетическую энергию шара. Следовательно, время столкновения шара со стенкой по порядку величины совпадает с периодом малых колебаний поверхности шара. А поскольку эти колебания малые (малы деформации шара при столкновении), то они гармонические, и их период не зависит от амплитуды. Поэтому время столкновения от скорости шара не зависит.

Если бы на стенку налетал не шар, а упругая пружина, то тогда для времени столкновения нужно было бы взять стандартную формулу для периода колебаний пружинного маятника

$$\Delta t = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Где m - масса пружины, k - ее жесткость. Поэтому для нашей задачи необходимо построить аналог коэффициента жесткости. Это легко сделать исходя из определения модуля Юнга

$$\frac{ES}{l}\Delta l = F\ ,$$

поскольку жесткость – это коэффициент пропорциональности между силой и деформацией. Здесь l - размер шара (по порядку величины - R), S - площадь поперечного сечения (по порядку величины - R^2). Отсюда находим время столкновения

$$\Delta t = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{ER}} \sim 10^{-4} \text{ с.}$$

Эту же оценку (с точностью до числового множителя) можно получить и так. Как известно, скорость звука в твердом теле есть

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

За время столкновения звуковая волна должна дважды пройти шар, поэтому

$$\Delta t \sim \frac{2R}{c} = 2R\sqrt{\frac{\rho}{E}} = 2\sqrt{\frac{\rho R^3}{ER}} \sim 2\sqrt{\frac{m}{ER}} \sim 10^{-4} \text{ с}$$