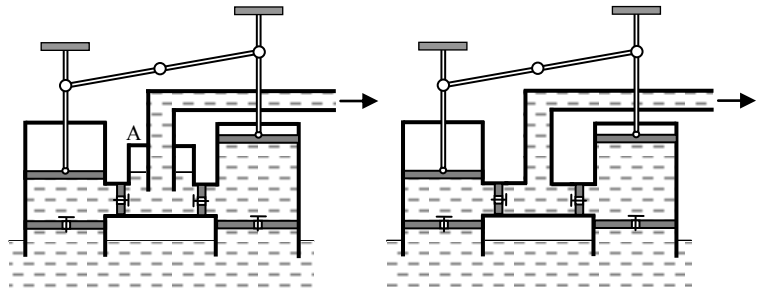


## Решения

### Задач очного отборочного тура

Инженерной олимпиады школьников, 6 декабря 2015 года, 9-10 класс

**1. (1 балл)** На рисунке приведены схемы двух пожарных насосов, которые ставятся на воду и при «качельном» движении поршней в цилиндрах обеспечивают движение воды. Объясните, как работают насосы. Левый насос отличается от правого наличием камеры А, в которой есть небольшое количество воздуха. В чем функция этой камеры? В чем проявляется разница в работе насосов? Клапаны пропускают воду только в одном направлении.



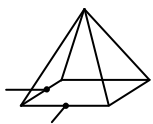
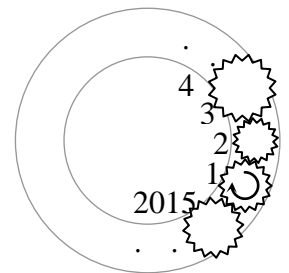
**2. (2 балла)** Песок является важнейшим природным сыпучим материалом, применяемым в строительстве. Параметрами, определяющими свойства сыпучего материала, являются его истинная плотность (плотность частиц материала) и насыпная плотность (средняя плотность сыпучего материала в уплотненном состоянии). Оцените насыпную плотность песка, если его истинная плотность  $\rho = 2600 \text{ кг/м}^3$ . Как меняется насыпная плотность при увеличении среднего размера песчинок? Все необходимые для расчета величины выберите исходя из здравого смысла.



**3. (2 балла)** Для охлаждения устройств, температура которых не сильно превышает температуру окружающей среды (например, «материнской» платы компьютера) используют тепловые трубки - запаянные трубки, содержащие жидкость с низкой температурой кипения. Теплообмен осуществляется между нижним концом трубки и охлаждаемым устройством, а также ее верхним концом и окружающей средой. Объясните принцип работы трубки. Оцените, какое количество воды необходимо пропускать в единицу времени по обычной системе охлаждения, чтобы обеспечить ту же теплопередачу от устройства к окружающей среде.

Температура устройства  $T_0 = 50^\circ \text{C}$ , температура окружающей среды  $T_1 = 20^\circ$ . Для оценки возьмите в качестве удельной теплоемкости воды  $c = 4 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{град)}$ , удельная теплота парообразования жидкости в трубке  $\lambda = 2 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$ . Предложите конструкцию тепловой трубки, которая могла бы работать в горизонтальном положении.

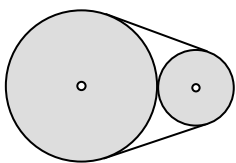
**4. (1 балл)** В плоскости расположено 2015 зубчатых колес (с отличающимися размерами) с зацепляющимися зубцами. Колеса расположены по кругу, как показано на рисунке, и 2015 кольцо зацепляется за первое. Первое кольцо вращается по часовой стрелке (см. рисунок). Может ли вращаться такая система? Ответ обосновать.



**5. (3 балла)** Из проволоки спаяли четырехугольную пирамиду.

Все ребра основания имеют сопротивление  $r$ , боковые ребра -  $2r$ . К серединам двух соседних ребер основания подводят электрическое напряжение.

Найти сопротивление пирамиды.



**6. (3 балла)** На два шкива с радиусами  $R$  и  $3R$ , лежащие в одной плоскости, надели стягивающее их резиновое кольцо. Известно, что нерастянутое кольцо плотно (но без усилия) надевается на большой шкив. Найти силы, с которыми шкивы действуют друг на друга. Коэффициент жесткости резины, из которой сделано кольцо, равен  $k$ . Считать, что закон Гука работает для любых удлинений резины кольца.

## Решения

**1.** При движении левого поршня вниз, а правого вверх увеличивается давление в левой камере насоса и уменьшается в правой. Поэтому нижний левый клапан закрывается, левый боковой – от-

крывается, пропуская воду из левой камеры в центральную. В это же время правый боковой поршень закрывается, не пропуская воду из центральной камеры в правую. Правый нижний поршень в это время открывается, и благодаря уменьшению давления в правой камере, вода засасывается из водоема в правую камеру. Затем процесс повторяется.

Разница между насосами заключается в следующем. Правый насос дает напор воды только при движении поршней. Около «мертвой точки» их движения поршни не давят на воду, вода не течет. Т.е. правый насос работает прерывисто. В левом насосе за счет сжатия воздуха в камере А создано повышенное давление. В результате левый насос обеспечивает непрерывное откачивание воды даже около точек «мертвого хода» поршней.

**2.** Песчинки представляют собой маленькие кусочки двуокиси кремния неправильной формы. Поэтому насыпная плотность песка зависит от степени его «уплотнения», когда «неправильности» песчинок находят друг друга, и насыпная плотность песка может приближаться к истинной. Если же никаких специальных усилий по уплотнению песка не предпринимается, между песчинками остаются пустоты, и его насыпная плотность может быть значительно меньше истинной. Оценим насыпную плотность. Будем для оценки считать, что песчинки представляют собой шарики радиуса  $r$ . Конечно, это предположение является неверным, однако промежутки между песчинками неправильной формы без специальных усилий по уплотнению песка в каких-то случаях являются большими, в каких-то - меньшими, чем пустоты между шариками, и предположение о круглой форме песчинок для вычисления объема пустот является разумным. Пусть песок заполняет куб с ребром  $a$ . Тогда в кубе содержатся  $N \sim (a/2r)^3$  песчинок, имеющих суммарный объем

$$V = N \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{6} \pi a^3$$

Поэтому масса песка в объеме куба равна

$$m = \rho V = \frac{1}{6} \pi \rho a^3$$

где  $\rho$  - истинная плотность песка. Отсюда находим насыпную плотность песка, как отношение массы песка в объеме куба к его объему

$$\rho_0 = \frac{m}{a^3} = \frac{1}{6} \pi \rho \approx \frac{1}{2} \rho = 1300 \text{ кг/м}^3$$

Как следует из этой формулы насыпная плотность приблизительно вдвое меньше истинной и не зависит от размера песчинок (при условии, что все они имеют одинаковый размер).

**3.** Тепловая трубка работает следующим образом. Температуру кипения жидкости следует подобрать так, чтобы она имела промежуточное значение между температурой устройства и температурой окружающей среды. Тогда между деталью и кипящей жидкостью идет теплообмен. Благодаря поступлению тепла жидкость выкипает, пар поднимается вверх, контактирует с окружающей средой, отдает ей энергию и конденсируется в верхней части трубки. Затем под действием силы тяжести сконденсировавшаяся жидкость с температурой окружающей среды опускается вниз, снова нагревается за счет теплообмена с горячим устройством, выкипает и т.д.

Эффективность охлаждения с помощью тепловых трубок связана с тем, что при небольших перепадах температур  $\Delta T$  единица массы теплоносителя способна принять гораздо меньшее количество теплоты для нагревания (на эту величину), чем для испарения. Например, для воды

$$c\Delta T < \lambda$$

При  $\Delta T < 500^\circ$ . Поэтому при малых  $\Delta T$  (а при охлаждении материнской платы компьютера эта величина порядка  $30^\circ$ ) нужно обеспечить большой поток теплоносителя. Оценить этот поток можно так. Если трубка в единицу времени переносит  $\Delta m \lambda$  тепла (где  $\Delta m$  - масса жидкости, вы-

кипящей в единицу времени), то такое же количество тепла можно передать с помощью обычного теплопереноса для следующей массы теплоносителя  $\Delta M$  :

$$c\Delta M\Delta T = \Delta m\lambda$$

где  $\Delta T$  - разность температур между устройством и теплоносителем, которая по порядку величины близка к разности температур между устройством и окружающей средой. Отсюда получаем

$$\frac{\Delta M}{\Delta m} = \frac{\lambda}{c\Delta T} \sim 20$$

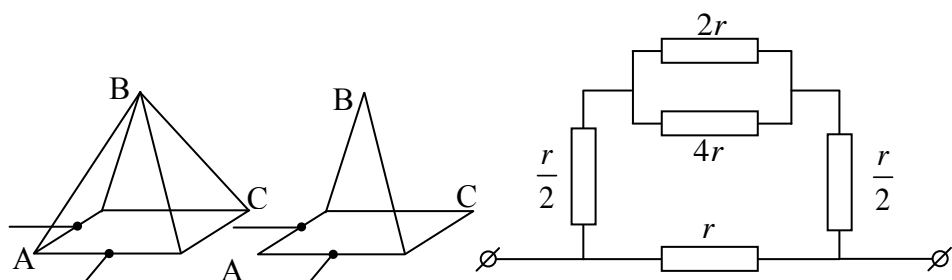
Т.е. для осуществления такой же теплопередачи, как у тепловой трубки необходимо пропускать около охлаждаемого устройства в 20 раз больше теплоносителя, чем его выкипает в трубке.

Для работы трубки в горизонтальной ориентации (и даже с наклоном вниз) необходимо предложить механизм возврата жидкости назад (испарившийся горячий пар будет «уходить» в любом направлении, благодаря давлению). Такой механизм могут обеспечить капиллярные силы. Внутренние поверхности трубок, работающих в горизонтальной ориентации покрывают гигроскопическим материалом (органической тканью или пористой керамикой). Жидкость, сконденсировавшись на холодном конце трубки перемещается в сторону горячего конца благодаря капиллярным силам.

В качестве теплоносителя в существующих тепловых трубках используют воду с примесью аммиака и спирта (меняя их концентрации, можно менять температуру кипения жидкости в трубке), а также такие «экзотические материалы» как ртуть и индий при передачах тепла при высоких температурах.

**4.** Пусть есть два зацепляющихся зубчатых колеса, вообще говоря, разных радиусов. При вращении одного из них второе будет вращаться так, что линейные скорости точек колес в точке их соприкосновения будут совпадать. Поэтому колеса вращаются в разную сторону – одно по, а второе против часовой стрелки. Если есть третье зубчатое колесо, связанное с одним из первых двух, то оно будет вращаться в противоположном направлении по сравнению с тем колесом, с которым оно сцеплено и линейная скорость его поверхности будет такая же, как у первых двух. И так далее. Чтобы система колес, связанных друг с другом «по кругу» могла вращаться, нужно, чтобы первое и последнее колесо вращались в разных направлениях, и линейные скорости точек поверхности совпадали. Второе условие выполнено всегда независимо от размера колес, первое же условие выполнено только если число колес «в круге» - четное. Поскольку у нас оно нечетное, такая система колес вращаться не может.

**5.** Очевидно, что данная цепь симметрична относительно вертикальной плоскости, проходящей посередине между клеммами цепи (ABC, см. левый рисунок). Поэтому по проводам, лежащим в этой плоскости (BC и AB) ток течь не может. Поэтому эти провода можно удалить из цепи без перераспределения тока в других проводах (и, следовательно, без изменения ее сопротивления).



После удаления этих проводов (см. рисунок посередине) цепь становится эквивалентной цепи, изображенной на правом рисунке (здесь  $r$  - сопротивление ребра основания). Находя его, получим

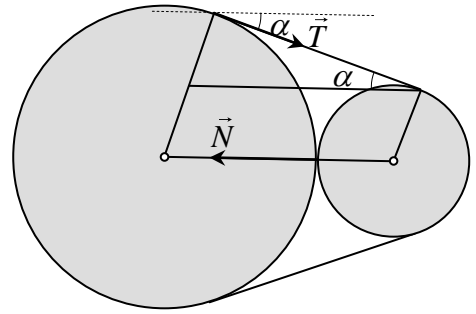
$$R = \frac{7r}{10}$$

5. Пусть сила натяжения кольца равна  $T$ . Тогда условия равновесия каждого шкива дает

$$2T \cos \alpha = N$$

где  $N$  - сила реакции, действующая на один шкив со стороны другого,  $\alpha$  - угол между участком кольца между шкивами и отрезком, соединяющем центры шкивов. Геометрически очевидно (см. рисунок), что

$$\sin \alpha = \frac{3R - R}{3R + R} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 30^\circ.$$



Отсюда находим длину растянутого кольца, которая равна удвоенной длине участка кольца между шкивами, длине участка кольца, охватывающего большой шкив и опирающегося на угол  $240^\circ$  и длине участка кольца, охватывающего малый шкив и опирающегося на угол  $120^\circ$ . Таким образом, длина растянутого кольца есть

$$L = 3R \frac{2}{3} 2\pi + R \frac{1}{3} 2\pi + 4R\sqrt{3} = 2R \left( \frac{7\pi}{3} + 2\sqrt{3} \right)$$

Это значит, что кольцо удлинилось на величину

$$\Delta L = L - 6\pi R = 4R \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$$

и, следовательно, сила натяжения кольца есть

$$T = k\Delta L = 4kR \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$$

Отсюда находим

$$N = 2T \cos 30^\circ = \sqrt{3}T = 4kR \left( 3 - \frac{\sqrt{3}\pi}{3} \right)$$